

25. Щербаков, В. А. Комплексный экономический анализ хозяйственной деятельности предприятия в рыночной экономике [Текст] / В. А. Щербаков. – Новосибирск: НГАВТ, 2012. – 216 с.
26. Cross, N. Engineering Design Methods: Strategies for Product Design [Text] / N. Cross. – Wiley, 2008. – 230 p.
27. Miles, L. D. Techniques of Value Analysis and Engineering [Text] / L. D. Miles. – Miles Value Foundation, 2015. – 433 p.

*Рекомендовано до публікації д-р техн. наук, професор Годлевський М. Д.
Дата надходження рукопису 22.05.2017*

Копп Андрей Михайлович, аспірант, кафедра програмної інженерії та інформаційних технологій управління, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», ул. Кирпичева, 2, г. Харків, Україна, 61002
E-mail: korp93@gmail.com

Орловский Дмитрий Леонидович, кандидат технічних наук, доцент, кафедра програмної інженерії та інформаційних технологій управління, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», ул. Кирпичева, 2, г. Харків, Україна, 61002
E-mail: ordm@kpi.kharkov.ua

УДК 515.2

DOI: 10.15587/2313-8416.2017.107547

РОЗРОБКА КОМП'ЮТЕРНОЇ ПРОГРАМИ МОДЕЛІ ПУАНСО ОБЕРТАННЯ ОБ'ЄКТА З НЕРУХОМОЮ ТОЧКОЮ

© Л. М. Куценко, Л. Л. Запольський

Розроблена таргет програма інтерпретації Пуансо обертання об'єкта з нерухомою точкою (задачі Ейлера). У режимі комп'ютерної анімації одержано графічну модель кочення без ковзання еліпсоїда інерції цього об'єкта по одній зі своїх дотичних площин. У результаті, на дотичній площині будується зображення герполоїди, а на поверхні еліпсоїда – її відповідної полодії

Ключові слова: інтерпретація Пуансо, момент інерції, еліпсоїд інерції, кочення еліпсоїда, полодія, герполодія

1. Вступ

Дослідження обертання за інерцією об'єкту з нерухомою точкою (задача Ейлера) пов'язані з визначенням стійкості обертання твердого тіла навколо головних осей еліпсоїда інерції. Для уявлення розв'язку зазначеної задачі доцільно використовувати геометричну інтерпретацію, описану в [1, 2]. Розгляд геометричної картини Пуансо дозволяє зробити висновок про стійкість обертання навколо кожної із трьох осей еліпсоїда інерції. Якщо маємо тверде тіло, що обертається навколо нерухомої точки, то з ним завжди можна пов'язати його еліпсоїд інерції. Сутність геометричної інтерпретації Пуансо полягає в тому, що для дослідження стійкості обертання тіла, слід розглянути рух його еліпсоїда інерції, який має котитися без ковзання по одній зі своїх дотичних площин (площині Пуансо π). Ця площина розташована перпендикулярно вектору кінетичного моменту тіла й залишається нерухомою у просторі. Миттєва кутова швидкість за величиною пропорційна радіусу-вектору точки дотику, а за напрямком з ним збігається. Тоді стійкість руху твердого тіла визначається формою лінії кочення еліпсоїда, яка утворюється на дотичній площині π і має назву герполоїди, а також формою і особливо розташуванням її відповідної лінії на поверхні еліпсоїда (полодії). Таким чином, висновок про стійкість (або нестійкість) розглянутого руху можна

зробити за геометричною формою розташуванням полодій на еліпсоїді інерції. Класичний опис та визначення геометричної форми полодій зводиться до застосування еліптичних інтегралів і не просто формалізується при складанні комп'ютерних алгоритмів. Звідси слідує важлива роль комп'ютерних графічних технологій, які дозволяють уявити геометричну картину Пуансо, і тим самим сприятимуть розв'язанню на якісному рівні зазначеного кола задач.

2. Літературний огляд

У роботі [1] наведено детальний аналіз стійкості обертання твердого тіла залежно від форми полодій на еліпсоїді інерції. Але зазначені результати базуються виключно на формулах та ілюструються рисунками. Теж саме стосується роботи [2]. Для оперативного дослідження впливу параметрів на обертання за інерцією об'єкту з нерухомою точкою слід мати оперативні прояви ефекту кочення еліпсоїда інерції по площині Пуансо [3]. А для цього слід розробити універсальний алгоритм геометричного моделювання у вигляді комп'ютерної анімації зазначеного процесу, де графічна інформація є залежною від значень моментів інерції вздовж осей декартової системи координат та початкових значень кутів обертання [4]. Як наголошується у роботі [5] лише за допомогою комп'ютерної анімації можна наочно пересвідчитися

у тому, що при малому збурюванні, яке викличе зміна початкового напрямку миттєвої кутової швидкості, еліпсоїд інерції перестане дотикатися площини Пуансо в одній точці (на кінці великої півосі). Еліпсоїд інерції стане котитися, дотикаючись площини Пуансо π уздовж точок однієї з полюдів, що оточують кінець великої півосі [6]. Отже, обертання навколо великої осі еліпсоїда інерції буде стійким. Те ж міркування можна повторити й для малої осі еліпсоїда – тобто пересвідчитись, що обертання твердого тіла навколо великої або малої осі еліпсоїда інерції є стійким.

Навпроти, обертання навколо середньої осі еліпсоїда інерції виявляється нестійким. Справді, при досить малому збурюванні обертання навколо середньої осі еліпсоїда інерції новий рух буде здійснюватися коченням еліпсоїда по площині π , причому геометричним місцем точок дотику буде служити одна з полюдів, досить близька до кривої, складеної з будь-яких половин двох еліпсів – сепаратрис. Але ця полюдія буде кінцевих розмірів, і в подальшому русі модуль і напрямок швидкості обертання будуть значно відрізнятися від їхніх початкових значень і рух буде нестійким [7]. А за допомогою комп'ютерної анімації можна пересвідчитись, що рух поверхні еліпсоїда інерції буде однаково ймовірний по кожній з досить близьких полюдів, що лежать у чотирьох областях, на які поверхня розділяється двома еліпсами – сепаратрисами. Це характерно для нестійкого обертання і істотно відрізняє цей випадок від обертання навколо великої й малої осей, коли збурений рух здійснюється коченням еліпсоїда інерції уздовж досить близької полюді, що лежить у тій же області еліпсоїда, що й кінець відповідної півосі, яка полюдію оточує [8].

Отже, для інженерних досліджень набагато зручніше було б описані в літературі властивості сприймати за допомогою динамічних зображень, створених засобами графічних комп'ютерних анімацій. У роботі [9] наведено програму моделювання геометричної картини Пуансо, складеної мовою пакету MATHEMATICA. Реалізацію її для користувача наведено у роботі [10]. У роботі [11] наведено аналогічну програму для середовища MatLab. Але у зазначених програм обмеження є використання залежностей, одержаних у аналітичному вигляді. Для багатьох аналогічних програмних продуктів (наприклад, [12]), тексти програм закриті за інтерфейсами. Теж стосується і результатів, які викладені на youtube (наприклад, [13]). Тому доцільним буде реалізувати зазначене комп'ютерне моделювання геометричної інтерпретації Пуансо у середовищі математичного пакету maple.

3. Мета та задачі дослідження

Мета дослідження – скласти maple програму комп'ютерного моделювання обертання твердого тіла, яка б базувалася на геометричній інтерпретації Пуансо.

Для досягнення мети були поставлені наступні задачі:

- побудувати нерухому дотичну площину Пуансо;
- побудувати герполоїду на площині Пуансо;
- побудувати полюди на поверхні еліпсоїда

інерції;

- змодельовати процес кочення еліпсоїда інерції по площині Пуансо;
- навести приклади аналізу обертання твердого тіла.

4. Побудова герполоїди на площині Пуансо та полюди на еліпсоїді інерції

Позначимо через I_1, I_2, I_3 , – моменти інерції тіла відносно нерухомих осей глобальної системи координат x, y і z , а через w_1, w_2 і w_3 – проекції вектора миттєвої кутової швидкості тіла на ці осі. Відомо [1, 2], що характер полюдів і герполоїдів істотно залежить від величин моментів інерції I_1, I_2 і I_3 , а також від інтегралів

$$I_1^2 w_1^2 + I_2^2 w_2^2 + I_3^2 w_3^2 = K^2 = const; \quad (1)$$

$$I_1 w_1^2 + I_2 w_2^2 + I_3 w_3^2 = 2T = const. \quad (2)$$

де K – кінетичний момент, а T – кінетична енергія тіла обертання.

Нехай площина Пуансо π дотикається еліпсоїда інерції у точці P , вона перпендикулярна незмінному вектору кінетичного моменту K і відстоїть від центра еліпсоїда на постійній відстані $d = \sqrt{2T} / K$.

В основу програми покладено формули робіт [1, 2], де рівняння Ейлера описують рух твердого тіла з нерухою точкою у випадку відсутності зовнішніх сил. За допомогою інтегралів (1) і (2) рівняння Ейлера можна проінтегрувати і одержати розв'язок з використанням еліптичних функцій. Однак цей шлях не простий і потребує математичної підготовки. Для практичних інженерних впроваджень більш корисним буде геометричний опис розглянутого руху в інтерпретації Пуансо.

Отже, кінетичний момент K та кінетична енергія T обчислюються за формулами (для позначення елементів програми далі використаємо традиційний для мови maple синтаксис):

$$K := \text{sqr}(w10^2 * I1^2 + w20^2 * I2^2 + w30^2 * I3^2);$$

$$T := (w10^2 * I1 + w20^2 * I2 + w30^2 * I3) / 2,$$

а відстань від нерухої точки до площини Пуансо – виразом

$$d := \text{sqr}(2 * T) / K.$$

Наведемо формулу для опису та побудови у просторі системи координат $Oxuz$ нерухої площини Пуансо π , на якій має бути зображена герполоїда:

$$z := K * (d - x * (w10 * I1) / K - y * (w20 * I2) / K) / (w30 * I3);$$

Тут через w_{10}, w_{20} , і w_{30} позначено початкові значення кутових швидкостей обертання еліпсоїда навколо відповідних осей координат.

Далі наведемо систему диференціальних рів-

нянь, які пов'язують проекції вектора $w_1(t)$, $w_2(t)$ і $w_3(t)$ миттєвої кутової швидкості тіла на осі x , y і z , а також кути Ейлера $u(t)$, $v(t)$ і $w(t)$, які миттєва вісь обертання утворює з цими осями координат. В результаті маємо систему шести диференціальних рівнянь відносно функцій $w_1(t)$, $w_2(t)$, $w_3(t)$, $u(t)$, $v(t)$ і $w(t)$, до яких входять моменти інерції I_1 , I_2 і I_3 :

$$\begin{aligned} I_1 * \text{diff}(w_1(t), t) &= (I_2 - I_3) * w_2(t) * w_3(t); \\ I_2 * \text{diff}(w_2(t), t) &= (I_3 - I_1) * w_1(t) * w_3(t); \\ I_3 * \text{diff}(w_3(t), t) &= (I_1 - I_2) * w_2(t) * w_1(t); \\ \text{diff}(u(t), t) * \sin(w(t)) * \sin(v(t)) + \\ \text{diff}(w(t), t) * \cos(v(t)) &= w_1(t); \\ \text{diff}(u(t), t) * \sin(w(t)) * \cos(v(t)) - \\ \text{diff}(w(t), t) * \sin(v(t)) &= w_2(t); \\ \text{diff}(u(t), t) * \cos(w(t)) + \text{diff}(v(t), t) &= w_3(t); \end{aligned}$$

Розв'язання системи рівнянь проводиться наближено методом Рунге-Кутти з початковими умовами $w_1(0)=w_{10}$, $w_2(0)=w_{20}$, $w_3(0)=w_{30}$. $u(0)=u_0$, $v(0)=v_0$ і $w(0)=w_0$.

Позначимо одержаний наближений розв'язок для функцій $w_1(t)$, $w_2(t)$ і $w_3(t)$ як $W1(t)$, $W2(t)$, і $W3(t)$, а для функцій $u(t)$, $v(t)$ і $w(t)$ – як $U(t)$, $V(t)$, і $W(t)$. Тоді за допомогою наведеного нижче *першого фрагмента* програми можна обчислити просторові координати (G_x , G_y , G_z) герполоїди, які одержуються у результаті обертання навколо осі з направляючими кутами $U(t)$, $V(t)$, і $W(t)$ i -тої миттєвої кутової швидкості вектора з координатами ($W1$, $W2$, $W3$):

$$\begin{aligned} A1 &:= \text{array}([[\cos(\text{solv}(t)), \sin(\text{solv}(t)), 0], \\ &[-\sin(\text{solv}(t)), \cos(\text{solv}(t)), 0], \\ &[0, 0, 1]]); \\ B1 &:= \text{array}([[1, 0, 0], \\ &[0, \cos(\text{solw}(t)), \sin(\text{solw}(t))], \\ &[0, -\sin(\text{solw}(t)), \cos(\text{solw}(t))]]); \\ C1 &:= \text{array}([[\cos(\text{solu}(t)), \sin(\text{solu}(t)), 0], \\ &[-\sin(\text{solu}(t)), \cos(\text{solu}(t)), 0], \\ &[0, 0, 1]]); \\ TR &:= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{transpose}(\text{multiply}(\text{multiply}(A1, B1), C1) / \text{sqrt}(2 * T)); \\ &vv := \text{vector}([W1(t), W2(t), W3(t)]); \\ &B := \text{multiply}(TR, vv); \\ &Gx[i] := B[1]: Gy[i] := B[2]: Gz[i] := B[3]: \end{aligned}$$

Наближене зображення герполоїди на площині Пуансо π одержуємо в результаті послідовного сполучення точок з масиву координат (G_x , G_y , G_z).

Для побудови полоїди було складено *другий фрагмента* програми:

$$\begin{aligned} &\text{for } qq \text{ from } 0 \text{ to } N \text{ do} \\ &t := \text{evalf}(\text{Time} * qq / N): \\ &Xp[qq] := W1(t) / \text{sqrt}(2 * T): \\ &Yp[qq] := W2(t) / \text{sqrt}(2 * T): \\ &Zp[qq] := W3(t) / \text{sqrt}(2 * T): \\ &\text{end do}: \end{aligned}$$

У програмі: Time – інтервал часу інтегрування системи рівнянь (1), N – кількість проміжних положень обертання. Наближене зображення полоїди у

просторі системи координат $Oxyz$ одержуємо в результаті послідовного сполучення точок з масиву координат (Xp , Yp , Zp).

Опис та побудова процесу кочення еліпса інерції виконується у декілька етапів. Спочатку підготовлюється інформація для зображення еліпсоїда інерції, заданого у параметричному вигляді. Довжини півошей еліпсоїда інерції через моменти інерції визначаються так: $1 / \sqrt{I_1}$, $1 / \sqrt{I_2}$ і $1 / \sqrt{I_3}$.

В наведеному *третьому фрагменті* програми еліпсоїд зображується чотирикутниками на його поверхні:

$$\begin{aligned} &\text{elpsN} := 25: \text{elpsM} := 10: \\ &\text{for } j \text{ from } 0 \text{ to } \text{elpsN} \text{ do} \\ &uu := \text{evalf}(-\text{Pi} + j * 2 * \text{Pi} / \text{elpsN}): \\ &\text{for } i \text{ from } 0 \text{ to } \text{elpsM} \text{ do} \\ &vv := \text{evalf}(-\text{Pi} / 2 + i * \text{Pi} / \text{elpsM}): \\ &xe[i, j] := \cos(uu) * \cos(vv) / \text{sqrt}(I1): \\ &ye[i, j] := \cos(uu) * \sin(vv) / \text{sqrt}(I2): \\ &ze[i, j] := \sin(uu) / \text{sqrt}(I3): \\ &Gre[i, j] := \text{display}(\text{polygon}([[xe[i, j], ye[i, j], \\ &ze[i, j]], \\ &[xe[i+1, j], ye[i+1, j], ze[i+1, j]], \\ &[xe[i+1, j+1], ye[i+1, j+1], ze[i+1, j+1]], \\ &[xe[i, j+1], ye[i, j+1], ze[i, j+1]]]])); \\ &\text{end do}: \text{end do}: \end{aligned}$$

В програмі параметри elpsN і elpsM визначають кількість розбиття поверхні еліпсоїда вздовж координатних ліній. Зображення еліпсоїда будується шляхом сполучення відповідних вузлів чотирикутників.

Далі будуємо i -ті проміжні положення полоїди (всього їх N) під час кочення еліпсоїда по площині Пуансо. Якщо задана точка (Xp , Yp , Zp) початкового положення полоїди, то наведений *четвертий фрагмент* програми дозволяє обчислити координати (XX , YY , ZZ) множини «повернутих» положень, які одержуються в результаті i -того миттєвого положення при коченні еліпса:

$$\begin{aligned} &t := \text{Time} * i / N: \\ &A1 := \text{array}([[\cos(\text{solv}(t)), \sin(\text{solv}(t)), 0], \\ &[-\sin(\text{solv}(t)), \cos(\text{solv}(t)), 0], \\ &[0, 0, 1]]); \\ &B1 := \text{array}([[1, 0, 0], \\ &[0, \cos(\text{solw}(t)), \sin(\text{solw}(t))], \\ &[0, -\sin(\text{solw}(t)), \cos(\text{solw}(t))]]); \\ &C1 := \text{array}([[\cos(\text{solu}(t)), \sin(\text{solu}(t)), 0], \\ &[-\sin(\text{solu}(t)), \cos(\text{solu}(t)), 0], \\ &[0, 0, 1]]); \\ &TR := \text{transpose}(\text{multiply}(\text{multiply}(A1, B1), C1)); \\ &\text{for } qq \text{ from } 0 \text{ to } N \text{ do} \\ &\text{vect} := \text{array}(1..3, [Xp[qq], Yp[qq], Zp[qq]]): \\ &B := \text{multiply}(TR, \text{vect}); \\ &XX[qq] := B[1]: YY[qq] := B[2]: ZZ[qq] := B[3]: \end{aligned}$$

За допомогою n 'ятого *фрагмента* програми можливо побудувати множини i -тих проміжних положень еліпсоїда під час його кочення по площині Пуансо:

$$\text{for } jj \text{ from } 0 \text{ to } \text{elpsN} \text{ do}$$

```

for ii from 0 to elpsM do
vect := array(1..3,[ xe[ii,jj], ye[ii,jj], ze[ii,jj] ]):
B := multiply(TR, vect);
x_e[i, ii, jj] := B[1]:
y_e[i, ii, jj] := B[2]:
z_e[i, ii, jj] := B[3]:
end do: end do:

```

```

Gr[i] := display( curve(
[seq([XX[qq], YY[qq], ZZ[qq]], qq=0 .. N)],
color=red, thickness=3, axes=BOXED),
polygonplot3d([seq([seq(
[[x_e[i,ii,jj], y_e[i,ii,jj], z_e[i,ii,jj]],
[x_e[i,ii+1,jj], y_e[i,ii+1,jj],
z_e[i,ii+1,jj]],
[x_e[i,ii+1,jj+1], y_e[i,ii+1,jj+1],
z_e[i,ii+1,jj+1]],
[x_e[i,ii,jj+1], y_e[i,ii,jj+1], z_e[i,ii,jj+1]]],
ii=0..elpsM-1)], jj=0..elpsN-1)],
color=black, style=WIREFRAME)):

```

Для одержання анімаційної картини Пуансона кочення еліпса по дотичній площині необхідно застосувати шостий фрагмент програми

```

display(display(seq(Gr[i],i=0..N),
insequence=true),
plot3d(z(x,y), x=-0.25..0.25, y=0.1..0.4),
display(curve([seq([Gx[i],Gy[i],Gz[i]],
i=0..N)])));

```

В результаті одержимо сумісне зображення визначених графічних об'єктів у вигляді анімації процесу кочення еліпсоїда інерції по нерухомій площині з розміщеними на еліпсоїді та площині спряжених кривих – полоїди і герполоїди.

5. Результати дослідження та їх обговорення

Наведемо приклади виконання складеної програми. При цьому будуть враховані значення моментів інерції тіла I_1, I_2 і I_3 відносно нерухомих осей системи координат x, y і z , для сталих початкових умов швидкостей обертання навколо відповідних осей еліпсоїда інерції $w_{10}=1; w_{20}=2; w_{30}=1$, а також сталих початкових значень кутів обертання $u(0)=0.01; v(0)=0.01; w(0)=0.01$.

Приклад 1. $I_1=2; I_2=12; I_3=15$. Рівняння дотичної площини $z=0,54 - 0,13x - 1,65y$. На рис. 1 наведено одержані зображення полоїди і герполоїди та їх носіїв.

На рис. 2 наведено три фази кочення еліпсоїда по дотичній площині.

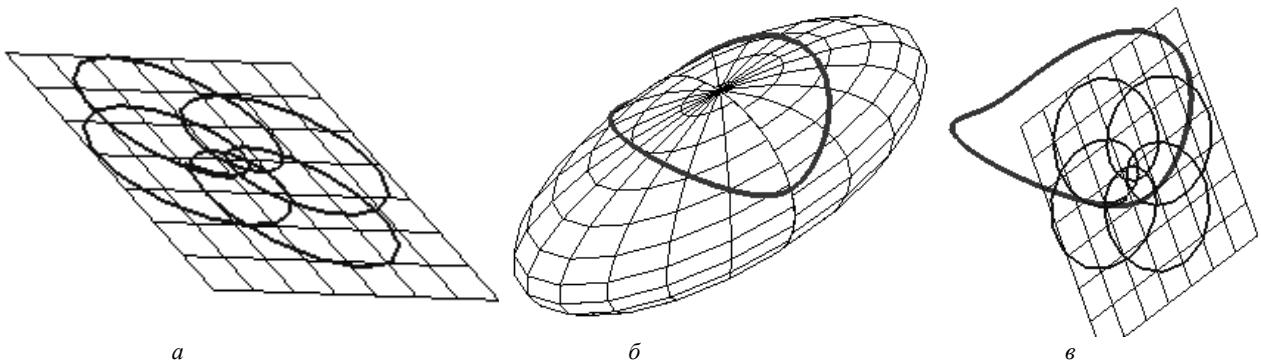


Рис. 1. Зображення полоїди і герполоїди для прикладу 1: а – герполоїди на дотичній площині; б – полоїди на поверхні еліпсоїда; в – спряження полоїди і герполоїди

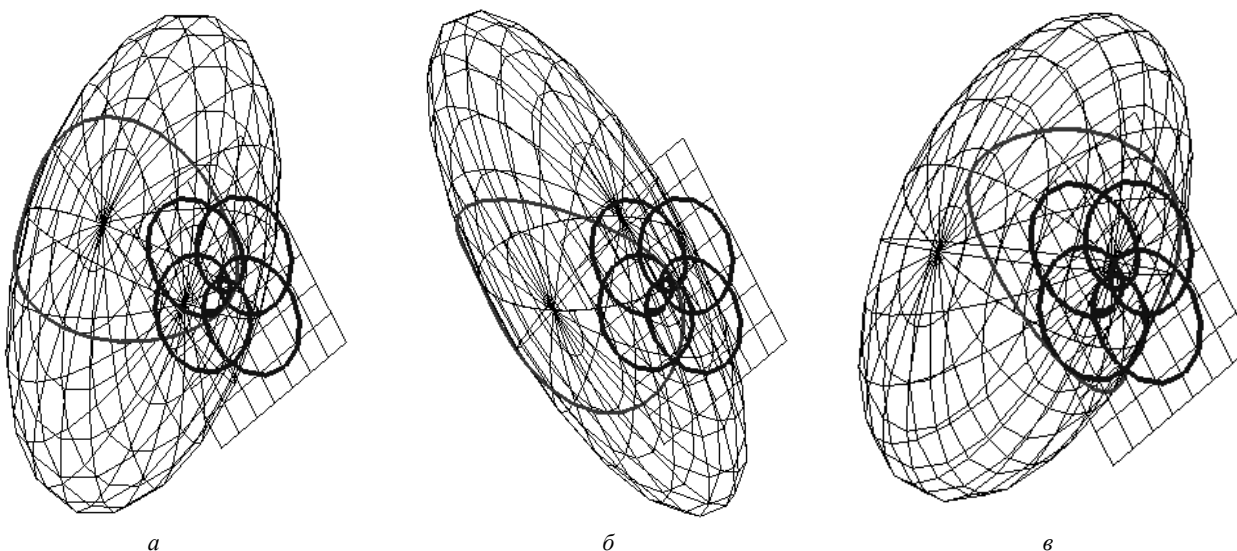
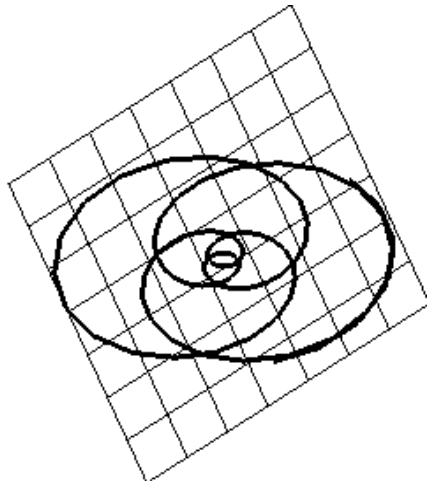


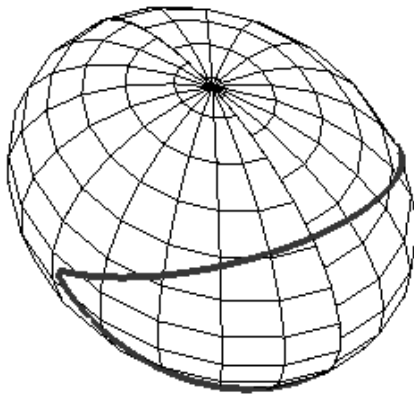
Рис. 2. Фази кочення еліпсоїда по дотичній площині залежно від часу t для прикладу 1: а – при $t=2$; б – при $t=4$; в – при $t=6$

Приклад 2. $I_1=8,2; I_2=5; I_3=13$. Рівняння дотичної площини $z=0,49 - 0,63x - 0,77y$. На рис. 3 наведено

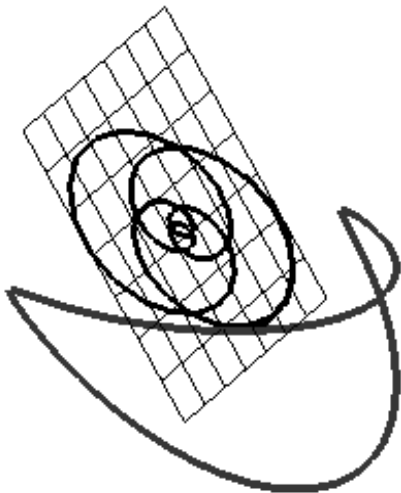
одержані зображення полоїди і герполоїди та їх носіїв.



a



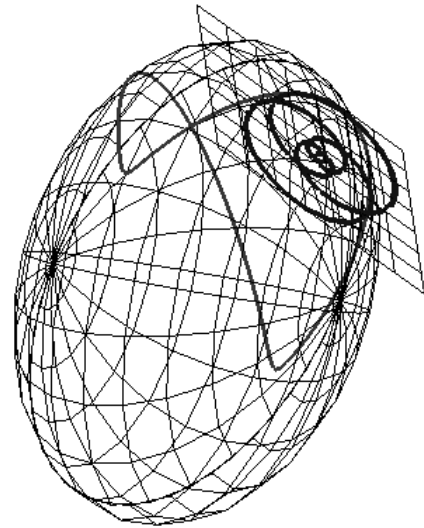
б



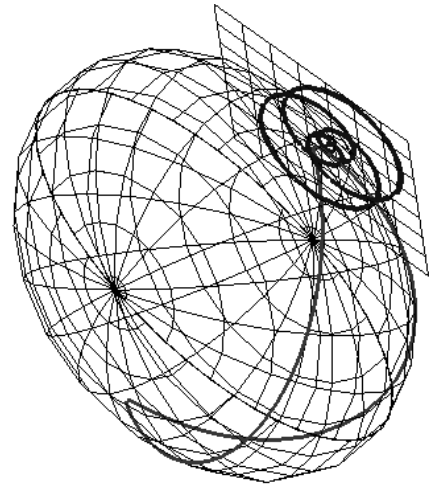
в

Рис. 3. Зображення полоїди і герполоїди для прикладу 2: *a* – герполоїда на дотичній площині; *б* – полоїда на поверхні еліпсоїда; *в* – спряження полоїди і герполоїди

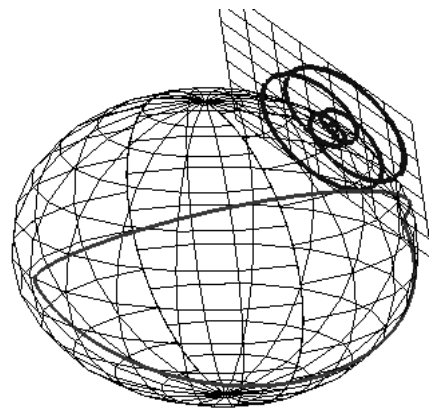
На рис. 4 наведено три фази кочення еліпсоїда по дотичній площині.



a



б



в

Рис. 4. Фази кочення еліпсоїда по дотичній площині залежно від часу t для прикладу 2: *a* – при $t=5$; *б* – при $t=9$; *в* – при $t=12$

Приклад 3. $I_1=15$; $I_2=11$; $I_3=3$. Рівняння дотичної площини $z=2,62-5x-7,72y$. На рис. 5 наведено одержані зображення полоїди і герполоїди та їх носіїв.

На рис. 6 наведено три фази кочення еліпсоїда по дотичній площині.

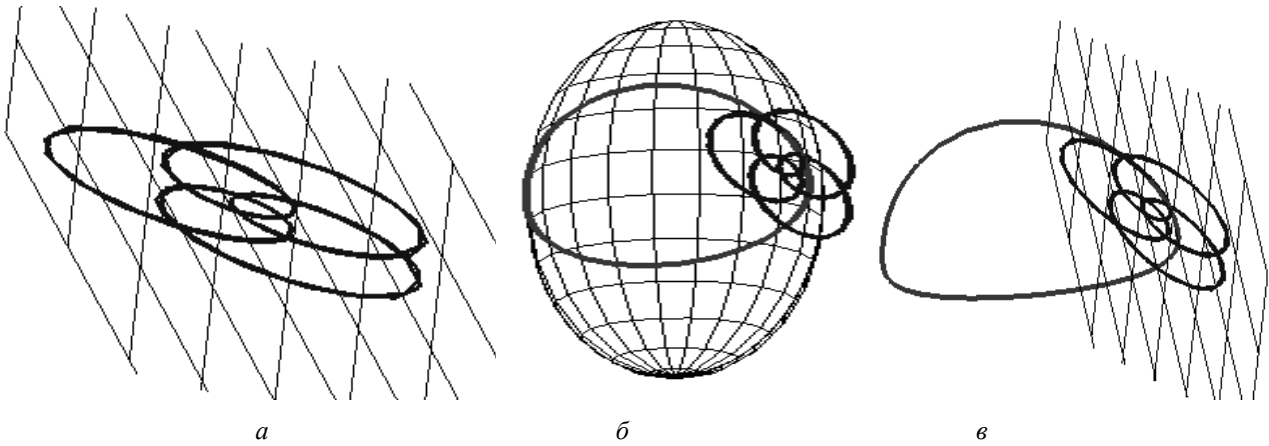


Рис. 5. Зображення полоїди і герполоїди для прикладу 3: *a* – герполоїди на дотичній площині; *b* – полоїда на поверхні еліпсоїда і герполоїди; *c* – спряження полоїди і герполоїди

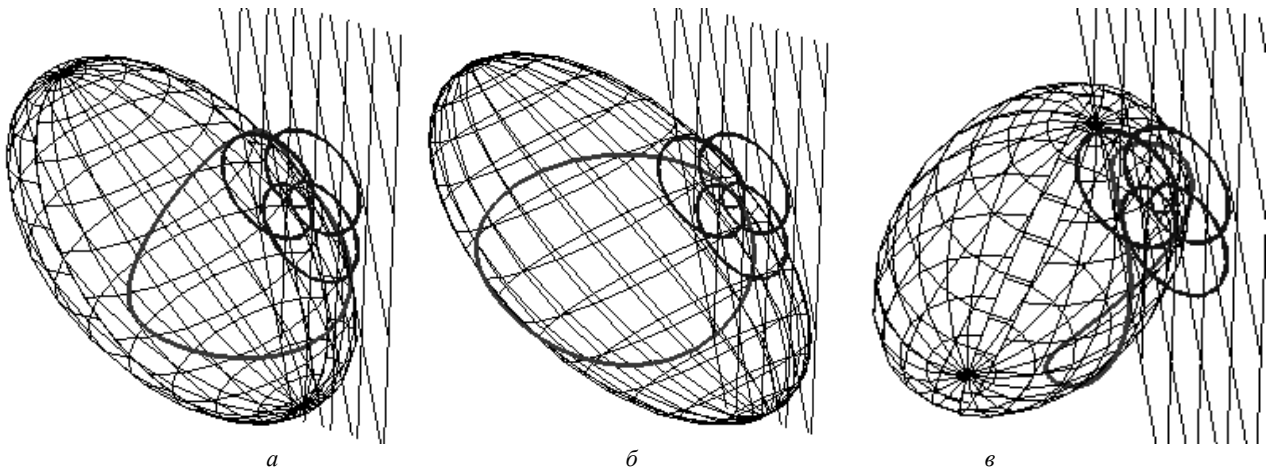


Рис. 6. Фази кочення еліпсоїда по дотичній площині залежно від часу t для прикладу 3: *a* – при $t=3$; *b* – при $t=7$; *c* – при $t=10$

Отже, складена програма перевірена для випадків різних комбінацій значень моментів інерції. Одержано лінію кочення еліпсоїда, яка утворюється на дотичній площині, (герполоїди), а також їй відповідної лінії на поверхні еліпсоїда (полоїди).

Для роботи з програмою необхідно задати: проміжок часу інтегрування системи диференціальних рівнянь *Time* (не плутати з часом виконання програми), кількість проміжних положень процесу кочення (кадрів анімації) N , початкові значення проєкцій вектора $w_1(0)$, $w_2(0)$ і $w_3(0)$ миттєвої кутової швидкості тіла на осі x , y і z , початкові значення кутів Ейлера $u(0)$, $v(0)$ і $w(0)$, які миттєва вісь обертання утворює з цими осями координат. При необхідності можна побудувати у часі всі графіки зазначених функцій, а також графіки зміни їх похідних.

Одержану комп'ютерну анімацію процесу кочення еліпсоїда інерції по площині можна за-

пам'ятати у файлі з розширенням *.gif* за допомогою оператора

plotsetup(gif, plotoutput= `назва файлу.gif`);

6. Висновки

В дослідженні складена та протестована *maple* програма комп'ютерного моделювання обертання твердого тіла, яка базується на геометричній інтерпретації Пуансо. Конкретно здійснено:

- побудову нерухокої дотичної площини Пуансо;
- побудову герполоїди на площині Пуансо;
- побудову полоїди на поверхні еліпсоїда інерції;
- змодельовано процес кочення еліпсоїда інерції по площині Пуансо;
- наведено приклади аналізу обертання твердого тіла.

Література

1. Бухгольц, Н. Н. Основной курс теоретической механики: часть 2 [Текст] / Н. Н. Бухгольц. – М.: Наука, 1972. – 332 с.
2. Маркеев, А. П. Теоретическая механика [Текст] / А. П. Маркеев. – М.: Наука, 1990. – 416 с.
3. Раус, Э. Дж. Динамика систем твердых тел. Т. 2. [Текст] / Э. Дж. Раус. – М.: Наука, 1983. – 544 с.
4. Голубев, Ю. Ф. Основы теоретической механики [Текст] / Ю. Ф. Голубев. – М.: Изд-во МГУ, 2000. – 719 с.
5. Сивухин, Д. В. Общий курс физики. Т. 1. Механика [Текст] / Д. В. Сивухин. – М.: Наука, 1979. – 520 с.
6. Березкин, Е. Н. Курс теоретической механики [Текст] / Е. Н. Березкин. – М.: Изд-во МГУ, 1974. – 646 с.
7. Виттенбург, И. Динамика системы твердых тел [Текст] / И. Виттенбург. – М.: Мир, 1980. – 292 с.

8. Саранчин, А. И. Решение уравнений Эйлера для свободного гироскопа [Текст] / А. И. Саранчин, С. В. Коркишко // Вестник Морского государственного университета. Серия: История морской науки, техники и образования. – 2013. – № 61/2013. – С. 47–69.

9. Програма кочення еліпсоїда мовою пакету MATHEMATICA [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://mathematica.stackexchange.com/questions/23297/how-can-i-simulate-a-pot-lid-rotating-around-an-axis-that-is-quickly-rotating>

10. Savransky, D. Poinsot Construction [Electronic resource] / D. Savransky. – Available at: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/61433-poinsot-construction?focused=7212431&tab=function>

11. Free Rotation of a Rigid Body: Poinsot Constructions [Electronic resource]. – Available at: <http://demonstrations.wolfram.com/FreeRotationOfARigidBodyPoinsotConstructions/>

12. 3D Rigid Body Simulation Instructions [Electronic resource]. – Available at: <http://ialms.net/sim/3d-rigid-body-simulation/>

13. Poinsot's construction. Polhode [Electronic resource]. – Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=BwYFT3T5uIw>

Дата надходження рукопису 15.05.2017

Куценко Леонід Миколайович, доктор технічних наук, професор, кафедра інженерної та аварій-рятувальної техніки, Національний університет цивільного захисту України, вул. Чернишевська, 94, м. Харків, Україна, 61023
E-mail: leokuts@i.ua

Запольський Леонід Леонідович, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник відділу, Науково-організаційний відділ, Український науково-дослідний інститут цивільного захисту, вул. Рибальська, 18, м. Київ, Україна, 01011
E-mail: z_l_l@ukr.net

УДК 528.48:658.012.011.56

DOI: 10.15587/2313-8416.2017.106679

АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ НАБОРІВ ПРОФІЛЬНИХ ГЕОПРОСТОРОВИХ ДАНИХ ГЕНЕРАЛЬНИХ ПЛАНІВ

© Ю. С. Максимова

Розглянуто та порівняно особливості сучасних моделей організації даних в геоінформаційних системах. Обґрунтовано переваги використання об'єктно-реляційної моделі для розроблення та ведення наборів профільних геопросторових даних генеральних планів населених пунктів. Визначено основні принципи формування наборів профільних геопросторових даних генеральних планів в середовищі об'єктно-реляційної системи керування базою даних

Ключові слова: генеральний план населеного пункту, набори геопросторових даних, об'єктно-реляційна модель даних

1. Вступ

Генеральний план населеного пункту є основним видом містобудівної документації на місцевому рівні, призначеної для обґрунтування довгострокової стратегії планування, забудови та іншого використання території населеного пункту.

В останні роки все ширше в містобудівному проектуванні застосовуються системи автоматичного проектування (САПР) та геоінформаційні системи (ГІС). Але в більшості випадків традиційна графічна частина генеральних планів подається як електронні версії паперових креслень, цифрові моделі яких відтворюють умовні графічні зображення об'єктів, а не їх комплексні інформаційні моделі як сукупність просторових і непросторових властивостей та відношень (логічних, функціональних і просторових зв'язків) між об'єктами.

Таке подання графічної частини генеральних планів не відповідає сучасним вимогам, зокрема положенням Закону України «Про регулювання місто-

будівної діяльності»: «Містобудівна документація розробляється на паперових і електронних носіях на оновленій картографічній основі в цифровій формі як набори профільних геопросторових даних у державній геодезичній системі координат УСК-2000 і єдиній системі класифікації та кодування об'єктів будівництва для формування баз даних містобудівного кадастру» [1].

Тому сьогодні виникає необхідність переходу до технології проектування на основі комплексного використання ГІС-технологій та баз геопросторових даних, від картографічного до геоінформаційного моделювання та прогнозування розвитку території на основі багатофакторного аналізу просторової взаємодії об'єктів і явищ міського середовища.

2. Літературний огляд

Згідно закону України «Про регулювання містобудівної діяльності» [1] генеральний план повинен розроблятися як комплект документів, що в тому чи-