25. Пат. № 110742 UA. Вафлі солоні без начинки «Крекіси рибні». МКП A21D 13/08 [Текст] / Притульська Н. В., Федорова Д. В.; заявник та патентовласник Київський національний торговельно-економічний університет. – № u201602770; заявл. 21.03.2016; опубл. 25.10.2016, Бюл. № 20. – 8 с.

Дата надходження рукопису 11.08.2017

Притульська Наталія Володимирівна, доктор технічних наук, професор, кафедра товарознавства, управління безпечністю та якістю, Київський національний торговельно-економічний університет, вул. Кіото, 19, м. Київ, Україна, 02156
E-mail: prytulska@knteu.kiev.ua

Карпенко Петро Олександрович, доктор медичних наук, професор, кафедра технології і організації ресторанного господарства, Київський національний торговельно-економічний університет, вул. Кіото, 19, м. Київ, Україна, 02156

Федорова Діна Володимирівна, кандидат технічних наук, доцент, кафедра технології і організації ресторанного господарства, Київський національний торговельно-економічний університет, вул. Кіото, 19, м. Київ, Україна, 02156
E-mail: dina_fedorova@ukr.net

Мотузка Юлія Миколаївна, кандидат технічних наук, доцент, кафедра товарознавства, управління безпечністю та якістю, Київський національний торговельно-економічний університет, вул. Кіото, 19, м. Київ, Україна, 02156
E-mail: unmot@ukr.net

Кравченко Михайло Федорович, доктор технічних наук, професор, кафедра технології і організації ресторанного господарства, Київський національний торговельно-економічний університет, вул. Кіото, 19, м. Київ, Україна, 02156

Гніцевич Вікторія Альбертівна, доктор технічних наук, професор, кафедра технології і організації ресторанного господарства, Київський національний торговельно-економічний університет. вул. Кіото, 19, м. Київ, Україна, 02156
E-mail: flamber1965@gmail.com

Юдіна Тетяна Іллівна, доктор технічних наук, професор, кафедра технології і організації ресторанного господарства, Київський національний торговельно-економічний університет, вул. Кіото, 19, м. Київ, Україна, 02156
E-mail: olegdmu@rambler.ru

УДК 007.51: 519.8(075.8)
DOI: 10.15587/2313-8416.2017.113288

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЕКОСИСТЕМ НА ПРИКЛАДІ СИСТЕМИ «ХИЖАК - ЖЕРТВА»

© Ю. Б. Бродський, О. В. Маєвський, Ю. О. Тимонін

Представлені результати імітаційного моделювання динаміки популяцій для екосистеми «хижак – жертва» Житомирської області на прикладі пари лис – заєць. Обґрунтована можливість застосування ймовірнісного підходу для розв'язання задачі збільшення терміну прогнозування динаміки екологічних систем. Отримані результати мають практичну цінність для передбачення процесів взаємодії в системі «хижак – жертва» з метою оцінювання змін чисельності популяцій протягом п'яти років, що дозволить своєчасно виявляти загрози екологічної безпеки
***Ключові слова:** узагальнена модель «хижак – жертва», нелінійні диференціальні рівняння, імітаційна модель, екологічна безпека*

1. Вступ

Складність екологічних систем, залежність їх розвитку від багатьох чинників різної фізичної природи, відносна недосконаність методів дослідження механізмів їх взаємодії, значний вплив кризових явищ, походження яких пов'язано зі зміною фізико-хімічних характеристик зовнішнього середовища, вагоме антропогенне навантаження вносить фактор невизначеності в оцінювання динаміки екосистем.

Як наслідок виникає проблема оптимального використання природних ресурсів і прийняття ефективних управлінських рішень з метою забезпечення екологічної безпеки, що суттєво підвищує пріоритет задачі пошуку шляхів збільшення терміну прогнозування розвитку екосистем та процесів їх взаємодії.

В статті запропоновано підхід, який дозволяє розв'язати поставлену задачу збільшення терміну прогнозування динаміки екосистем на прикладі системи «хижак – жертва» (для пари лис – заєць на території Житомирської області), що дозволить в потрібний момент прийняти рішення щодо організації заходів уникнення можливих наслідків погіршення екологічної ситуації в регіоні, або навіть екологічної катастрофи.

2. Аналіз літературних даних

Розв'язок задачі короткострокового прогнозування процесу взаємодії в системі «хижак – жертва» реалізовано шляхом розробки математичної моделі побудованої на основі узагальненої моделі еволюції систем [1], проведений обчислювальний експеримент і доведено адекватність отриманої моделі [2]. Однак, необхідно зазначити, що короткострокове прогнозування не завжди відображає повну картину можливого стану досліджуваної системи.

Аналізуючи результати проведеного обчислювального експерименту при збільшенні терміну прогнозування, запропонована математична модель взаємодії «хижак – жертва» для розрахованого діапазону робочих параметрів [6] втрачає стійкість [3, 4], що унеможливлює довгострокове адекватне прогнозування динаміки в екосистемах взаємодії «хижак – жертва».

Одним з ефективних методів прогнозування поведінки нелінійних систем є побудова їх фазових портретів [5]. Але у випадку апріорі невідомих робочих параметрів математичної моделі, неможливо побудувати фазовий портрет системи. Зокрема необхідно враховувати, що для кожного набору параметрів існує своя фазова траєкторія розвитку процесу. Окрім цього, розрахований діапазон робочих параметрів передбачає короткостроковий термін прогнозування, для якого побудова фазових портретів недоцільна.

Для розв'язку задачі прогнозування динаміки взаємодії «хижак – жертва» можна запропонувати два підходи: перший базується на феноменолізації [7] запропонованих математичних моделей, з подальшою організацією обчислювального експерименту для них; другій основується на оцінках ймовірності чисельності популяцій.

Перший підхід потребує аналітичного обґрунтування запропонованих математичних моделей і відповідних комп'ютерних ресурсів, а також час для розробки нових моделей, який може виявитися не регламентованим.

Використання ймовірнісного підходу дозволяє збільшити термін прогнозування динаміки взаємодії «хижак – жертва» без побудови фазових портретів нелінійних систем та феноменолізації запропонованих математичних моделей.

3. Мета та задачі досліджень

Метою дослідження є пошук способу збільшення терміну прогнозування динаміки системи «хижак – жертва» в припущенні, що щільність сумісного розподілу чисельності жертви та хижака може вважатися рівномірною [8] у визначеному діапазоні значень.

Для досягнення мети були поставлені наступні задачі:

1. Розв'язати задачу збільшення терміну прогнозування динаміки системи «хижак – жертва».

2. Обгрунтувати імітаційну модель динаміки взаємодії «хижак – жертва» в екосистемі.

3. Розробити алгоритм обчислення випадкових значень чисельності хижака та жертви і розрахувати відповідні ймовірності їх сумісного розподілу.

4. Прогнозування динаміки популяцій на прикладі системи «хижак – жертва» в Житомирській області

Математична модель взаємодії «хижак – жертва» на основі узагальненої моделі еволюції систем [1] представлена системою нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку

$$\begin{cases} \left(1+a_1x\right)\dfrac{dx}{dt}+a_0x^2-\phi x=-\gamma z; \\ \left(1+b_1x\right)\dfrac{dz}{dt}+b_0z^2-\psi x=\gamma x, \end{cases} \quad (1)$$

де x і z − чисельність жертв і хижаків відповідно, ϕ та ψ − потенціали зростання, a_1, b_1, a_0, b_0 − параметри, які стримують розвиток природних систем [6].

Для ймовірнісної оцінки результатів моделювання отриманих за допомогою математичної моделі (1) пропонується імітаційний підхід, що базується на геометричній інтерпретації динаміки взаємодії «хижак – жертва».

Нехай в деякий момент часу, чисельність жертв становить x особин, а чисельність хижаків z особин. Введемо імітаційну модель у вигляді вектора $\vec{r}$, квадрат модуля якого дорівнює сумі квадратів чисельності жертви та хижака в заданий момент часу $r^2=x^2+z^2$, звідки $r=\sqrt{x^2+z^2}$ ($r \le r_{\max}$, $r_{\max}=\sqrt{x_{\max}^2+z_{\max}^2}$), рис.°1.

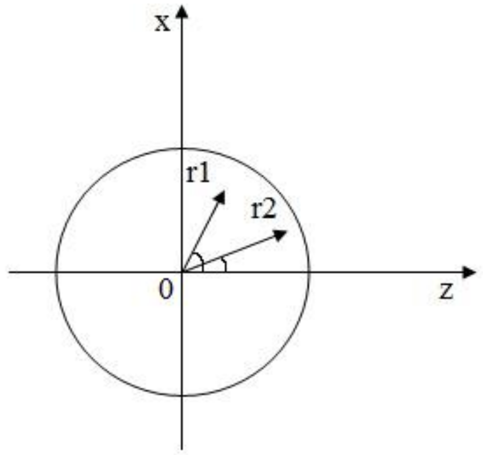


Рис.°1. Схематичне зображення чисельності жертви та хижака для довільних значень $\vec{r}$

Модуль випадкового вектора $\vec{r}$, що показує чисельність хижаків та жертв в довільний момент часу, дозволяє визначити відповідну імовірність.

Задача полягає в знаходженні сумісного розподілу для величин x та z, елемент ймовірності якого можна записати у вигляді

$$dP = f(x,z)dxdz. \quad (2)$$

Оскільки кінець випадкового вектора $\vec{r}$ може знаходитись в довільній точці обмеженої області $r_{\max}$, то елемент ймовірності dP пропорційний елементу площі цієї області $dS = dxdz$

$$f(x,z)dxdz = B\cdot dS, \quad (3)$$

де B – коефіцієнт пропорційності, який підлягає визначенню.

Умову нормування можна записати у вигляді [9]:

$$\int_0^{x_{\max}}\int_0^{z_{\max}} f(x,z)dxdz = 1. \quad (4)$$

Перепишемо (4) в полярній системі координат, враховуючи (3):

$$\int_0^{\pi/2}\int_0^{r_{\max}} Brdrd\phi = 1. \quad (5)$$

Звідки знаходимо коефіцієнт B:

$$B = f(x,z) = 4/\pi r_{\max}^2. \quad (6)$$

Тоді, для заданих границь області (в полярній системі координат) можна оцінити ймовірність чисельності хижака та жертви

$$P((r,\phi)\in R^2) = (4/\pi r_{\max}^2)\int_{\phi_1}^{\phi_2}\int_{r_1}^{r_2} rdrd\phi = (2/\pi r_{\max}^2)(r_2^2 - r_1^2)(\phi_2-\phi_1), \quad (7)$$

де кут ϕ визначається в радіанах.

Для градусної міри, відповідно, отримаємо:

$$P((r,\alpha)\in R^2) = (1/90 r_{\max}^2)(r_2^2 - r_1^2)(\alpha_2-\alpha_1). \quad (8)$$

Функція розподілу для шуканої ймовірності матиме вигляд:

$$F((r<r_{\max}, \alpha<\pi/2) = (4/\pi r_{\max}^2)\int_0^{\alpha}\int_0^{r} rdrd\alpha = (1/90 r_{\max}^2)(r^2)\alpha, \quad (9)$$

де $\alpha = arctg(x/z)$.

У випадку трьохкомпонентної системи взаємодії «хижак – жертва» (наприклад, додатково хижак для одного компонента і одночасно жертва для іншого), розрахунки аналогічні. Радіус-вектор, який характеризує точку тривимірного простору інтерпретує загальний стан чисельності взаємодіючих компонентів у конкретний момент часу

$$r = \sqrt{(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2}, \quad (10)$$

де $(x^1),...,(x^3)$ – кількість взаємодіючих елементів в досліджуваній системі.

Елемент простору dV в декартових координатах виражається як

$$dV = \varepsilon_{ikl}dx^{i1}\cdot\ldots\cdot dx^{l3}, \quad (11)$$

де ε_{ikl} – абсолютно антисиметричний об'єкт (тензорна щільність Леві–Чивіти).

Перейдемо до узагальненої системи координат ($q^1,...,q^3$) заміною

$x^1 = f^1(q^1,....q^3)$, .., $x^3 = f^3(q^1,....q^3)$, відповідно (11) перепишемо у вигляді

$$dV = \sqrt{g}dq^1\cdot\ldots\cdot dq^3, \quad (12)$$

де $g_{ik} = \dfrac{\partial f^s}{\partial q^i}\cdot\dfrac{\partial f^s}{\partial q^k}$ – фундаментальний об'єкт [10], $s,i,k = 1,2,3$.

Із умови нормування знайдемо сумісну щільність розподілу

$$\int_0^{q^1_{\max}}\cdot\ldots\cdot\int_0^{q^3_{\max}} f(q^1,..q^3)dV = 1. \quad (13)$$

Тоді, відповідну ймовірність чисельності популяцій $(x^1),...,(x^3)$ знаходитись у визначених границях можна оцінити за формулою:

$$P((q^1,..q^3)\in R^3) = \int_{q_1^1}^{q_2^1}\cdot\ldots\int_{q_1^3}^{q_2^3} f(q^1,..q^3)\sqrt{g}dq^1\cdot\ldots\cdot dq^3. \quad (14)$$

При розрахунках були використані відомі статистичні дані чисельності хижака (лис) і жертви (заєць) в Житомирській області за 2006 рік та результати моделювання для математичної моделі (1): статистичні дані чисельності хижака становлять 7345,8±1049,4 особин, а результати моделювання 6530±2199 особин; статистика для жертви становить 66484,95±9497,85 особин, а результати моделювання, відповідно, 69750±8272 особин. Ймовірність чисельності популяцій хижака та жертви для статистичних даних при рівномірній щільності їх сумісного розподілу становить: $P_{\max}$=0,846, $P_{\min}$=0,461.

Розроблений алгоритм обчислює 300 випадкових значень чисельності хижака та жертви з встановленого діапазону статистичних і модельних даних та будує поверхню з 90000 точок розрахованих ймовірностей. Результати обчислювального експерименту представлені на рис. 2–5.

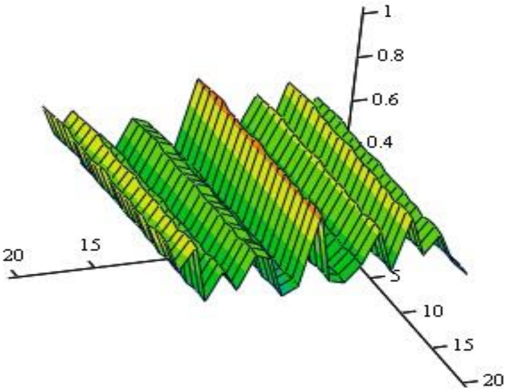
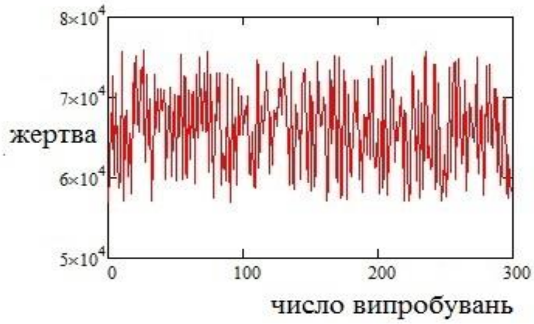
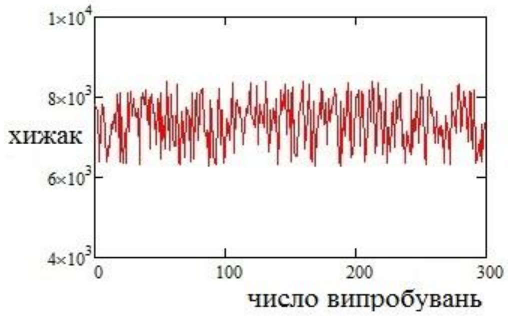


Рис.°2. Сумісна ймовірність для значень статистичної чисельності хижака та жертви



а



б

Рис. 3. Маргінальні розподіли для значень статистичної чисельності жертви та хижака: а – для жертви; б – для хижака

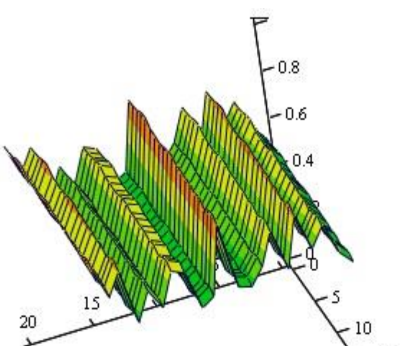
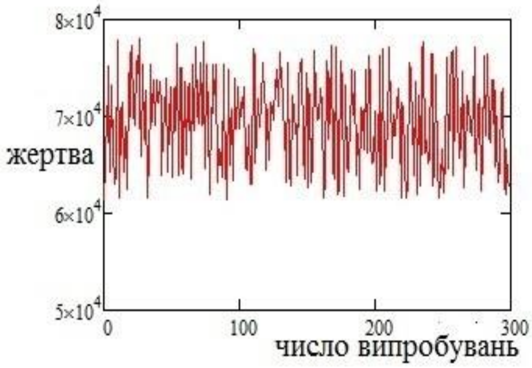
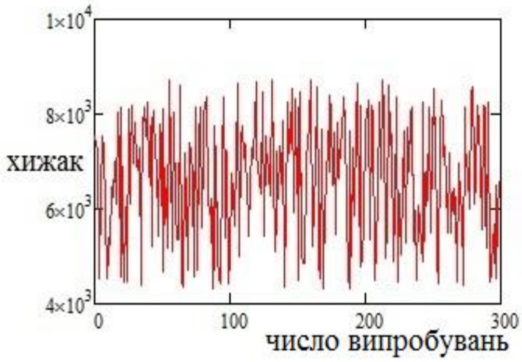


Рис.°4. Сумісна ймовірність чисельності хижака та жертви за результатами моделювання з використанням математичної моделі (1)



а



б

Рис.°5. Маргінальні розподіли результатів моделювання з використанням математичної моделі (1): *а* – для жертви; *б* – для хижака

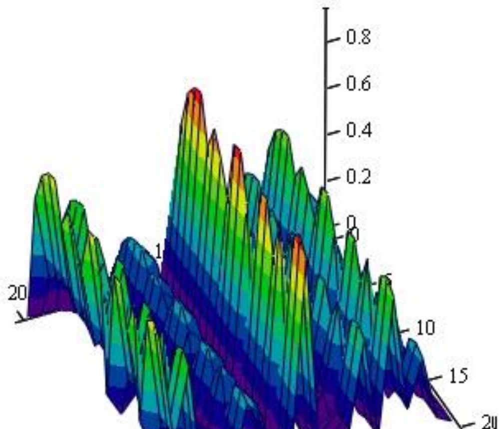


Рис.°6. Сумісний розподіл ймовірностей для прогнозування чисельності хижака ($0-z_{\max}$) та жертви ($0-x_{\max}$), при умові $x_{\max}=80000$ особин і $z_{\max}=10000$ особин. Щільність сумісного розподілу рівномірна

5. Результати досліджень

За результатами досліджень встановлено, що прогнозування динаміки популяцій для системи «хижак – жертва» можна виконувати з урахуванням відомої величини верхньої границі модуля випадкового вектору $\vec{r}_{\max}$. Для визначення величини $r_{\max}$ необхідні апріорні статистичні дані про чисельність популяцій та результати моделювання на основі математичної моделі (1) при умові, що верхня границя величини $r_{\max}$ є повільно змінюваною функцією часу протягом періоду прогнозування.

Так, для $r^2_{\max} = 6,5 \times 10^9$ особин², а відповідно $x_{\max} = 80000$ особин (жертва - заєць) і $z_{\max} = 10000$ особин (хижак - лис), сумісна ймовірність чисельності лежить в діапазоні від 0,535 до 0,906.

Розрахована матриця ймовірностей (300×300 елементів – поверхня 90000 точок) для різних значень чисельності хижака та жертви за визначений період.

Отримані результати мають практичну цінність для передбачення процесів взаємодії в системі «хижак – жертва» з метою оцінювання змін чисельності популяцій протягом п'яти років, що дозволить ефективніше використовувати природні ресурси та дасть можливість своєчасно виявляти загрози екологічної безпеки.

6. Висновки

1. Розв'язано задачу збільшення терміну прогнозування динаміки системи «хижак – жертва» на період до 5 років. В основу задачі покладено імітаційну модель чисельності хижака та жертви.

2. Обгрунтовано імітаційну модель, яка базується на геометричній інтерпретації динаміки взаємодії «хижак – жертва» в екосистемі. Модуль введеного вектору $\vec{r}$, що показує чисельність хижаків та жертв в довільний момент часу, дозволяє визначити відповідну ймовірність сумісного розподілу хижаків та жертв.

Задача розв'язана для двокомпонентної та трикомпонентної системи взаємодії «хижак – жертва» з використанням принципів імітаційного моделювання та математичної моделі, яка враховує вплив зовнішнього середовища.

3. Розроблено алгоритм, який дозволяє обчислити 300 випадкових значень чисельності хижака та жертви і на основі розрахованої матриці побудувати поверхню відповідних ймовірностей.

Література

1. Маєвський, О. В. Моделювання природних процесів взаємодії з урахуванням невизначенності в початкових умовах задачі Коші [Текст] / О. В. Маєвський, Ю. Б. Бродський // ScienceRise. – 2016. – Т. 9, № 2 (26). – С. 24–30. doi: 10.15587/2313-8416.2016.77853
2. Маєвський, О. В. Математична модель взаємодії хижак-жертва з врахуванням просторових факторів та фактору впливу середовища існування популяцій [Текст] / А. В. Маєвський, И. А. Пількевич, Ю. Б. Бродський // ScienceRise. – 2015. – Т. 4, № 2 (9). – С. 23–27. doi: 10.15587/2313-8416.2015.40445
3. Хозяинова, М. Г. К вопросу о применении методов регуляризации для идентификации технологических систем [Текст] / М. Г. Хозяинова // Фундаментальные исследования. – 2007. – № 8. – С. 45–47.
4. Еругин, Н. П. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] / Н. П. Еругин, И. З.Штокало, П. С. Бондаренко и др. – М.: Высшая школа, 1974. – 472 с.
5. Бродський, Ю. Б. Аналіз фазових траєкторій при моделюванні динаміки розвитку екосистеми «хижак – жертва» [Текст] / Ю. Б. Бродський, О. В. Маєвський, С. М. Васько // Вісник Житомирського національного агроекологічного університету. – 2017. – № 1 (1). – С. 185–194.
6. Бусленко, Н. П. Моделирование сложных систем [Текст] / Н. П. Бусленко. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
7. Самарский, А. А. Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент. Введение в информатику с позиций математического моделирования [Текст] / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1988. – 176 с.
8. Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и ее приложение. Т. 1 [Текст] / В. Феллер. – М.: Мир, 1984. – 527 с.
9. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей [Текст] / Б. В. Гнеденко. – М.: Москва, 1961. – 406 с.
10. Победря, Б. Е. Лекции по тензорному анализу [Текст] / Б. Е. Победря. – М.: Москва, 1986. – 256 с.

Рекомендовано до публікації д-р техн. наук Грищук С. В.
Дата надходження рукопису 22.08.2017

Бродський Юрій Борисович, кандидат технічних наук, доцент, кафедра комп'ютерних технологій і моделювання систем, Житомирський національний агроекологічний університет, Старий бульвар, 7, м. Житомир, Україна, 10008
E-mail: yubrodskiy26@gmail.com

Маєвський Олександр Володимирович, старший викладач, кафедра комп'ютерних технологій і моделювання систем, Житомирський національний агроекологічний університет, Старий бульвар, 7, м. Житомир, Україна, 10008
E-mail: AlexBEL740@gmail.com

Тимонін Юрій Олександрович, кандидат технічних наук, доцент, кафедра комп'ютерних технологій і моделювання систем, Житомирський національний агроекологічний університет, Старий бульвар, 7, м. Житомир, Україна, 10008
E-mail: timoninya@mail.ru