

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 539.194: 544.273

DOI: 10.15587/2313-8416.2018.121426

АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ ДИАГРАММ ДВУХЧАСТОТНОГО МАЯТНИКА КАК МОДЕЛИ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ МОЛЕКУЛЫ ВОДЫ

© Н. Т. Малафеев

Проведен анализ вращательных колебаний молекул воды с помощью модели двухчастотного маятника в области изменения типа его колебаний. Обнаружены особенности фазовых диаграмм, траекторий и скоростей маятника при переходе от независимых двухчастотных колебаний к эллипсоподобным колебаниям, аналогичным вращениям молекул воды вокруг осей связей в неоднородном поле сил межмолекулярного взаимодействия

Ключевые слова: молекула воды, двухчастотный маятник, тип колебания, фазовые диаграммы, неоднородное поле сил

1. Введение

Свойства воды вызывают большой интерес и широко обсуждаются в литературе. Вопросы влияния колебательных спектров атомов и молекул на свойства веществ подробно рассматриваются в рамках теории эффекта Яна-Теллера [1]. В работе [2] данная теория применена автором к колебательным спектрам молекул жидкой воды, и показано, что ее главные особенности обусловлены появлением в ней новых коллективизированных вращательных (либрационных) колебаний, приводящих к изгибам водородных связей (H – связей) в воде и значительному изменению всех ее свойств.

Моделирование вращательных колебаний молекул воды проводилось с помощью модели двухчастотного сферического маятника [3], однако еще многие вопросы физики колебаний молекул воды требуют своего анализа.

2. Литературный обзор

Главное внимание в литературе уделяется экспериментальным данным о свойствах жидкой воды [4, 5], классическим моделям ее структуры [4–6], модели динамических связей в рамках теории эффекта Яна – Теллера [2], моделированию динамики движения ее отдельных молекул [5, 6], методам моделирования и диффузии молекул [5, 6], потенциалам взаимодействия молекул [4, 5], взаимодействиям с внешними поверхностями [4] и с другими молекулами [5, 6], рассматриваются коллективные перемещения молекул [7, 8], димеризация молекул воды [9], механизмы разрывов H – связей и их статистика [5, 6].

Проблеме вращательных колебаний и их моделирования для молекул воды, которые в большой степени ответственны за все ее термодинамические свойства, уделяется мало внимания. Обычно информация об вращательных колебаниях рассматривалась

через наличие в жидкой воде спектров поглощения электромагнитных волн [4] и средних углов изгиба H -связей [6] без анализа их причины, их характеристик и особенностей, что говорит о недооценке влияния этих колебаний на все свойства воды.

При компьютерном моделировании колебаний ансамблей молекул воды методом молекулярной динамики [5, 6] задается большой шаг во времени сравнительно с периодом колебаний, что требует постоянной коррекции температуры системы, а также это не позволяет рассмотреть особенности вращательного движения молекул. Учет теплового движения всех молекул сопровождается его сильной хаотизацией, включая разрывы связей. Не решен вопрос о едином описании потенциалов межмолекулярного взаимодействия.

В работе [3] для моделирования вращательных колебаний молекулы воды была применена модель двухчастотного сферического маятника, поскольку было показано [2], что малые вращательные колебания молекул воды являются двухчастотными. Наличие двух вращательных частот маятника задавалось параметром $k=I_x/I_y$, характеризующим отношение моментов инерции маятника (и молекулы) по осям модели, где $k>1$ и ось x – низкочастотная. Вследствие различия моментов инерции молекулы по осям возвращающие силы, действующие на маятник, становятся нецентральными, что может способствовать вращению маятника (и молекулы) вокруг его оси.

Моделирование колебаний для маятника проводилось в неоднородном поле сил (НПС), моделирующем направленные межмолекулярные силы. В работе [10] рассмотрены силы и потенциалы взаимодействия в НПС и их влияние на колебания маятника. Наличие НПС приводит к сильной зависимости периода колебаний маятника от амплитуды колебаний [3, 10], что согласуется с зависимостями либрацион-

ных частот воды от температуры [4]. Это также создает условия для перехода двухчастотных колебаний маятника к колебаниям на одной общей частоте.

Результаты моделирования [3, 11] показали, что колебания маятника можно разделить на два типа: двухчастотные независимые колебания (НК) при малых амплитудах колебаний и одночастотные, описывающие сложные траектории эллипсоподобных колебаний (ЭПК) при больших амплитудах колебаний. ЭПК соответствуют вращениям молекул воды и, в частности, их ядер атомов водорода вокруг осей H – связей с соседними молекулами. Эти вращения ведут к появлению на осях связей постоянного магнитного поля. В работе [12] рассмотрен случай простейших ЭПК – эллиптических колебаний, при которых протоны молекул воды осуществляют в пространстве движение по постоянным эллиптическим орбитам.

При наличии чисто эллиптической орбиты область ЭПК можно разделить на две:

– ЭПК-1 – с траекториями колебаний внутри этой орбиты;

– ЭПК-2 – при больших скоростях и с траекториями колебаний вне этой орбиты [11].

В работе [11] начат анализ траекторий для типов колебаний маятника в широком интервале его начальных скоростей. Однако не были рассмотрены особенности этих колебаний для скоростей, сил и фазовых диаграмм колебаний, особенно, вблизи критической точки изменения типа колебаний.

3. Цель и задачи исследования

Цель работы – поиск и физико-математический анализ особенностей колебаний молекулы воды с помощью модели двухчастотного маятника в области изменения типа ее колебаний и создание методики экспресс – разделения областей существования разных типов колебаний по зависимостям выбранных параметров колебаний от величины его начальной скорости.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Анализ траекторий, скоростей и фазовых диаграмм двухчастотного маятника и определение параметров траекторий и диаграмм, указывающих на изменение типа колебаний маятника.

2. Построение диаграмм, в серии измерений с изменением начальной скорости, для параметров траекторий и скоростей двухчастотного маятника для экспресс-анализа областей существования разных типов колебаний.

4. Модель колебаний двухчастотного маятника в НПС

Модель свободных колебаний двухчастотного сферического маятника в НПС подробно рассмотрена в [3]. Она представляет две массы, закрепленные на двух невесомых стержнях длиной l под углом Θ_0 , что дает разные моменты инерции маятника по его осям. Ось X маятника (перпендикуляр к плоскости маятника) соответствует оси x молекулы воды [5], а ось Y маятника – оси y молекулы воды для отношения мо-

ментов инерции $k=3$ либо оси z молекулы (биссектриса угла Θ_0 молекулы) – для отношения моментов инерции $k=1,5$.

Смещения маятника от равновесия (вертикальной оси Z) рассматриваются через угол отклонения маятника θ , либо через относительные смещения от начала XY – координат по оси X_i :

$$\delta_i = x_i / l \quad (l=1 \text{ м}, i=X, Y),$$

где смещения по осям x_i и δ_i численно равны. При моделировании колебаний задавались начальное относительное смещение маятника δ_{x0} по оси X и его начальная скорость v_{y0} по оси Y . Угол максимального отклонения маятника θ ограничивался при моделировании нижней полусферой – углом 90° , тогда как для реальной молекулы воды при углах более 30° вероятен разрыв ее H – связи [6].

Локальное моделирование вращательных колебаний молекулы воды было проведено в пакете *MatLab* с помощью модели двухчастотного сферического маятника в НПС вида

$$G = g \cdot \cos^n \theta \quad (g=10 \text{ м/с}^2, n=8).$$

Это осредненное поле сил остается неизменным для всего процесса моделирования колебаний, в котором маятник совершает свободные колебания. То есть, для случая молекулы воды – мы пренебрегаем тепловым движением ее соседних молекул. Наличие НПС приводит к сильной зависимости периода колебаний маятника от амплитуды колебаний, что является главной причиной синхронизации частот колебаний в "критической" точке (максимальные отклонения по оси Y всегда больше, чем по оси X). Это приводит к изменению типа колебаний с ростом начальной скорости маятника [11]. При "эллиптической" начальной скорости траектория представляет эллипс, при "максимальной" скорости – угол отклонения маятника θ достигает 90° . Определение параметров траекторий маятника проводилось для отношения моментов инерции, характерного для молекулы воды $k=1,5$ [12].

Колебания (НК и ЭПК) двухчастотного маятника происходят в широкой области пространства [3, 11] и сложны для рассмотрения. Потому при анализе колебаний были выбраны и рассмотрены особые экстремальные точки на огибающих линиях областей колебаний и их значения (параметры). Для траекторий колебаний определены параметры координат, для фазовых диаграмм – параметры скоростей. При большом числе периодов колебаний и времени моделирования (≈ 200 с) можно выделить область, внутри которой происходят данные колебания, а также достаточно надежно усреднить полученные результаты. Шаг моделирования составлял $0,0001$ с, поскольку нелинейностями моделирования за данное время можно пренебречь.

5. Результаты исследования и их обсуждение

На рис. 1 показаны траектории в XY -координатах и фазовые диаграммы маятника вдоль оси X в об-

ласти независимых колебаний маятника для заданных начального смещения δ_{x0} и начальной скорости v_{y0} .

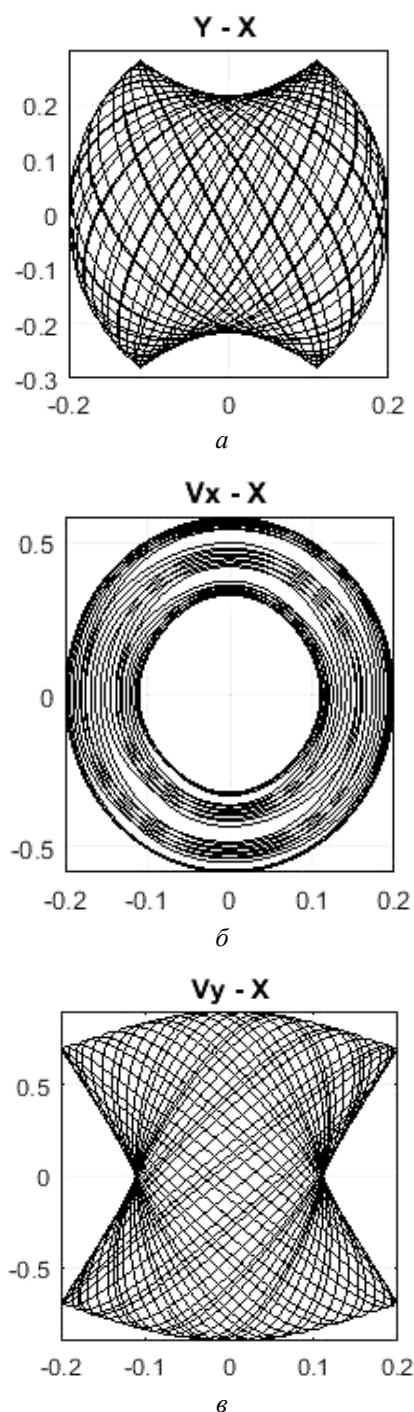


Рис. 1. Колебания маятника в области НК ($\delta_{x0}=0,2$; $v_{y0}=0,7$ м/с): а – $X-Y$ – траектории колебаний; б – V_x-X – фазовая диаграмма; в – V_y-X – смешанная фазовая диаграмма маятника

Для малых отклонений ($\delta < 0,1$) колебания происходят в прямоугольной области XU – координат, а фазовые диаграммы: зависимости V_x-X или V_y-Y представляют собой эллипсы. С ростом отклонений маятника боковые стороны прямоугольника изгибаются (рис. 1, а) [11], а фазовые диаграммы уширяются и деформируются. Видим, что расстояние между вершинами «измененного прямоугольника» (ВИП) по оси X : $2x_c$ соответствует внутреннему размеру на этой оси

для фазовых диаграмм (рис. 1, б, в). Это объясняется тем, что в ВИП происходят максимальные отклонения маятника от начала координат и скорости $v_x=v_y=0$, что соответствует точкам на оси X диаграмм. Вторые точки обнуления компонент скоростей происходят на своих осях, что и ведет к наличию данных диаграмм вне или внутри интервала $2x_c$ на оси X .

При достижении критической скорости, слияния ВИП и появления ЭПК вращения маятника становятся однонаправленными [11]. И тогда траектории на фазовой диаграмме V_x-X (рис. 1, б) заполняют все пространство до начала координат ($x_c=0$). Фазовые диаграммы V_x-X или V_y-Y представляют собой эллипсы, переходящие в спирали, для обоих типов колебаний и потому не представляют интереса при анализе типа колебаний.

Смешанная фазовая диаграмма маятника V_y-X при малых скоростях имеет вид аналогичный рис. 1, а, но повернута на 90° . С ростом скорости она изменяется (рис. 1, в), и особенно, вблизи критической точки. Это обусловлено наличием максимумов траекторий по оси Y правее ВИП (1-й октант) вблизи критической точки. Данная фазовая диаграмма маятника значительно меняется при изменении типа колебаний, и поэтому далее она будет анализироваться.

На рис. 2, а видим, что в области ЭПК все траектории маятника находятся между двумя огибающими эллипсами. Также видим качественное изменение вида для смешанных фазовых диаграмм в областях ЭПК (рис. 2, б) и НК (рис. 1, в). Видим, что радиус внутреннего эллипса по оси X для траекторий соответствует координате максимума скорости v_y на смешанной фазовой диаграмме, поскольку в ней доля в общей кинетической энергии от скорости по оси X минимальна и далее с ростом отклонения по оси X эта доля растёт.

В области НК в точках ВИП все скорости обнуляются и маятник начинает двигаться в обратном направлении и с изменением направления вращения в плоскости XU по углу φ ($\varphi_i = \arctg(y_i/x_i)$) на противоположное. С ростом начальной скорости увеличивается отклонение, а частоты и точки ВИП сближаются. В критической точке кинетической энергии маятника достаточно для продолжения движения маятника далее через ось Y и его вращения в том же направлении. Вследствие нецентральности сил, а также наличия кинетической энергии маятник не может проходить вблизи начала координат и там образуется пустое эллиптическое пространство (рис. 2, а). Видим, (рис. 2, б) что при достижении критической скорости вид смешанной фазовой диаграммы изменяется, так как исчезает половина траекторий – во 2-м и 4-м октантах, отвечающих вращениям маятника по углу φ в обратном направлении.

На рис. 3 показаны траектории колебаний и вид смешанной фазовой диаграммы маятника в области НК вблизи критической точки. Большая плотность линий диаграммы в 1-м и 3-м октантах получена подбором времени и видим их сходство с диаграммой для ЭПК. Таким образом, смешанная фазовая диаграмма (рис. 3, б) показывает ход трансформации этой диаграммы маятника при изменении типа колебаний от вида (рис. 1, в) к виду (рис. 2, б).

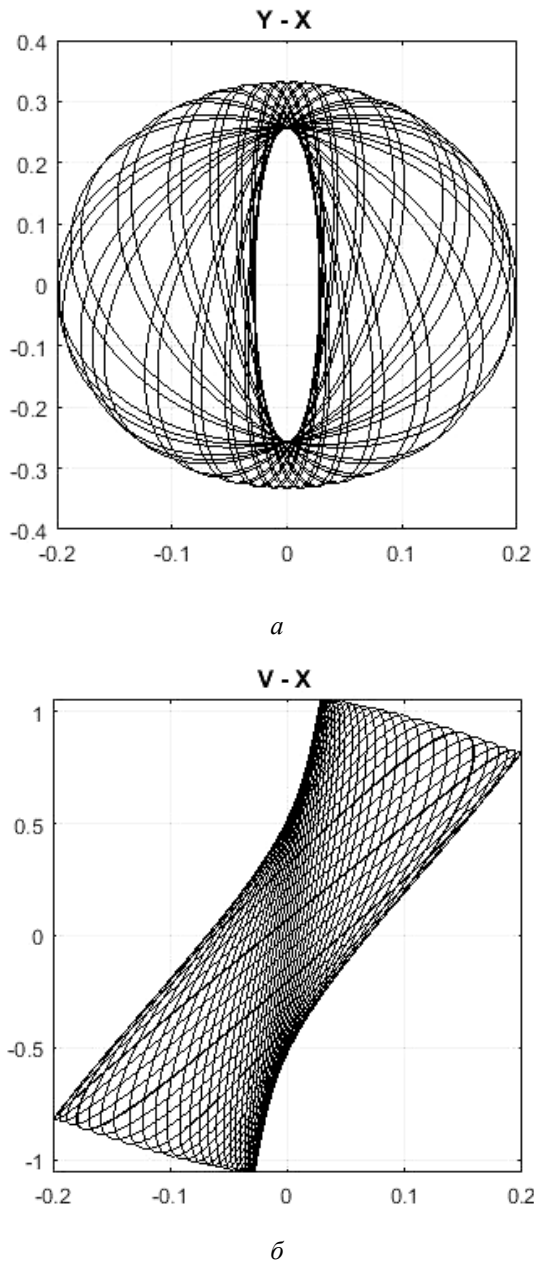


Рис. 2. Вид колебаний маятника в области ЭПК ($\delta_{x0}=0,2$; $v_{y0}=0,9$ м/с): *a* – X–Y - траектории колебаний; *б* – смешанная фазовая диаграмма $V_y - X$

Видим сильное сгущение кривых (рис. 3, *a*) вблизи оси *Y*. Это можно связать со сближением периодов колебаний по обеим осям T_x и T_y . В результате этого угол прецессии большой оси "эллипса" за время $\Delta T = T_x - T_y$ будет малым, причем, он будет уменьшаться с приближением к критической точке и общей частоте. Для траекторий колебаний вдоль оси *X* (с меньшей амплитудой по оси *Y* и большей по оси *X*) период колебаний по оси *Y* уменьшится, а по оси *X* возрастет, и время ΔT увеличится. Соответственно углы прецессии большой оси эллипса вблизи оси *X* возрастают (рис. 2, *a* и 3, *a*). Таким образом, для двухчастотного маятника прецессия по осям анизотропна.

В области ЭПК прецессия осей маятника остается, хотя периоды его колебаний равны: $T_x = T_y$. Причиной прецессии является неравномерность вращения маятника в НПК вследствие появления дополни-

тельных частот, фазовых сдвигов, особенно при его больших отклонениях.

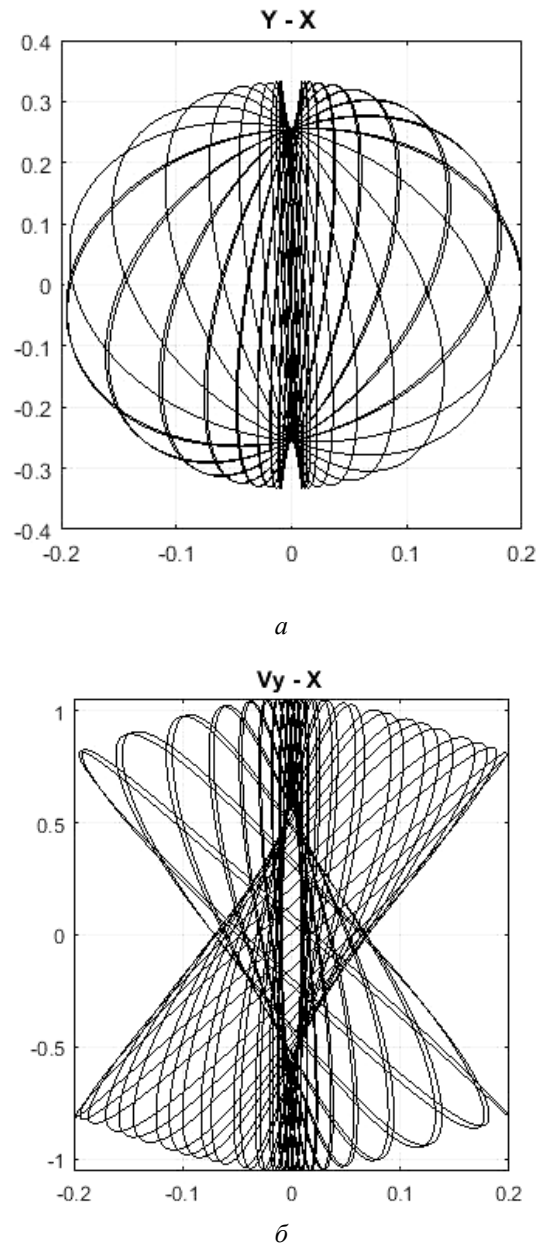


Рис. 3. Колебания маятника вблизи критической скорости в области НК ($\delta_{x0}=0,2$; $v_{y0}=0,81$ м/с): *a* – X–Y – траектории колебаний; *б* – смешанная фазовая диаграмма $V_y - X$

В работе [10] рассмотрены силовые фазовые диаграммы в области ЭПК для эллиптических орбит. Была установлена аномальная силовая зависимость для оси *X* – с ростом отклонения силы растут. Поэтому представляет интерес рассмотреть эти диаграммы в области изменения типа колебаний.

На рис. 4 представлено изменение вида для силовых фазовых диаграмм в областях НК и ЭПК. Общее уменьшение ускорений (угла наклона) вдоль оси *X* обусловлено большей инерционностью маятника по данной оси. Видим, что изгибы кривых (областей колебаний) в области НК по обеим осям одинаковы – уменьшение ускорений (сил) с ростом отклонения, с изломом области при x_r . Отметим, что в критической

точке область колебаний диаграммы a_x-X (кривая 1) становится симметричной (как "пропеллер", $x_r=0$ – слияние ВИП) и далее с ростом скорости v_{y0} в области ЭПК изгиб диаграммы изменяется на противоположный – нелинейное уменьшение ускорения a_x по оси X для малых отклонений (рис. 4, б). Видим, что вблизи эллиптической точки области колебаний для диаграммы сузились.

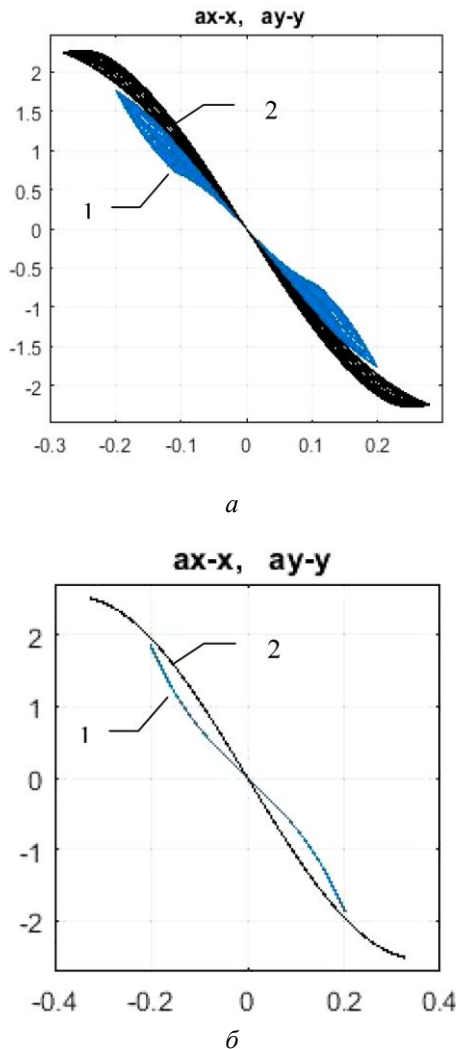


Рис. 4. Изменение вида силовых фазовых диаграмм маятника (кривые 1 – a_x-X и 2 – a_y-Y) при изменении типа колебаний от a – НК к b – ЭПК ($\delta_{x0}=0,2$; $v_{y0}=0,7$ и 1 м/с, соответственно)

Данное изменение сил в НПС вызвано влиянием больших отклонений маятника по оси Y . Это приводит к значительному уменьшению всех сил, в том числе, и для малых отклонений по оси X . Данный аномальный эффект для сил вдоль оси X в области ЭПК растет с ростом величины отклонений маятника от равновесия и отношения моментов инерции маятника k [10].

Для получения общей картины, аналогично [11], были построены зависимости для параметров областей колебаний маятника: траекторий и фазовых диаграмм в зависимости от величины начальной скорости v_{y0} при разных величинах начальных смещений δ_{x0} . В качестве таких параметров выбраны: x_m, y_m – максимальные смещения по осям, x_r, y_r – точки внутренних парамет-

ров, которые различны в областях НК (координаты ВИП) и ЭПК (радиусы второго эллипса). Скорости v_{xr}, v_{ym}, v_{y0} ($v_{y0}=v_{yr}$) рассмотрены в тех же точках. Для смешанной фазовой диаграммы V_y-X для начальной скорости маятника v_{y0} рассмотрены параметр x_{yy} , равный полуширине диаграммы на оси X и скорость v_{yy} , равная полуширине этой диаграммы на оси Y .

Результаты расчетов при начальном смещении $\delta_{x0}=0,3$ для координат траекторий показаны на рис. 5 и для скоростей – на рис. 6. Смещение $\delta_{x0}=0,3$ выбрано, поскольку при нем области ЭПК-1 и ЭПК-2 примерно равны. Вследствие роста эллиптической скорости с ростом отклонения маятника для смещений $\delta_{x0}>0,48$ область ЭПК-2 исчезает. Вследствие симметричности траекторий и диаграмм приведены положительные значения для всех параметров. Исходно некоторые гладкие кривые состояли из двух отрезков, отвечающих разным начальным условиям. Например, в точках пересечения кривых y_r и y_m (аналогично v_{y0} и v_{ym}) на границе областей ЭПК-1 и ЭПК-2 у этих кривых меняются минимумы величин на максимумы и наоборот. Данные о зависимостях для критических, эллиптических и максимальных ($\theta_{max}=90^\circ$) скоростях маятника от величины начальных смещений δ_{x0} приведены в [11].

Зависимости для параметров траекторий для координаты X на рис. 5 более подробны, чем в [11], поскольку здесь приведены кривые для x_r и x_{yy} вместо среднего отклонения траекторий ΔX . Видим плавные изменения кривых для всех типов колебаний. В точках изменения типа колебаний наблюдаем пересечения кривых, изломы или обнуление параметров (x_r, x_{yy}). В критической точке кривая x_r подходит к оси перпендикулярно и сходная в области НК эллипсу, что можно объяснить следствием пропорциональности координат и скоростей в области НК. Кривая x_{yy} в области ЭПК линейно стремится к нулю в эллиптической точке, что позволяет прогнозировать величину эллиптической скорости и размер области ЭПК-1. Предыдущие описания для траекторий маятника согласуются с данными зависимостями.

Зависимости для скоростей маятника на рис. 6 качественно сходны с кривыми на рис. 5 – обозначения точек в сходных парах такие же. Это можно связать с наличием близкой к линейной зависимостями смещений маятника от скорости (кривые y_m (область НК) и y_r – рис. 5). В областях НК и ЭПК-1 скорость v_{y0} меньше v_{ym} , что обусловлено наличием запаса начальной потенциальной энергии в этих областях и невозможностью ее использования в области ЭПК-2. Уменьшение скоростей (рис. 6) сравнительно с координатами (рис. 5) для больших отклонений маятника связано с ослаблением сил в НПС при росте смещений.

Однако есть существенные различия на этих рисунках между кривыми x_{yy} и v_{yy} для смешанной фазовой диаграммы, что связано с различием их определения. В области НК кривые для скоростей v_{yy} и v_{ym} совпадают. Обнаружен скачок скорости v_{yy} в критической точке для смешанной фазовой диаграммы. Этот скачок связан с изменением типа колебаний и появлением внутреннего эллипса (рис. 2, а), максимум скорости v_{ym} смещается по оси X и скорость v_{yy} на оси Y (рис. 2, б) у смешанных фазовых диаграмм уменьшается.

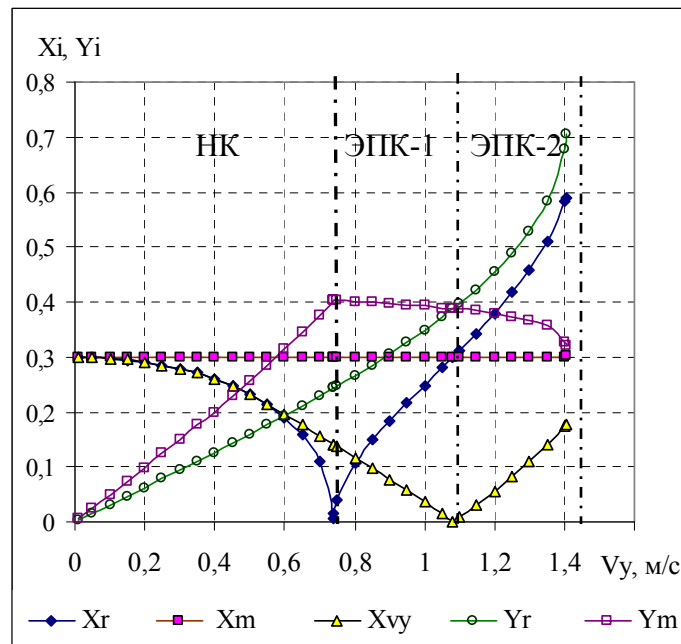


Рис. 5. Зависимости для параметров координат от величины начальной скорости v_{y0} при начальном смещении $\delta_{x0}=0,3$

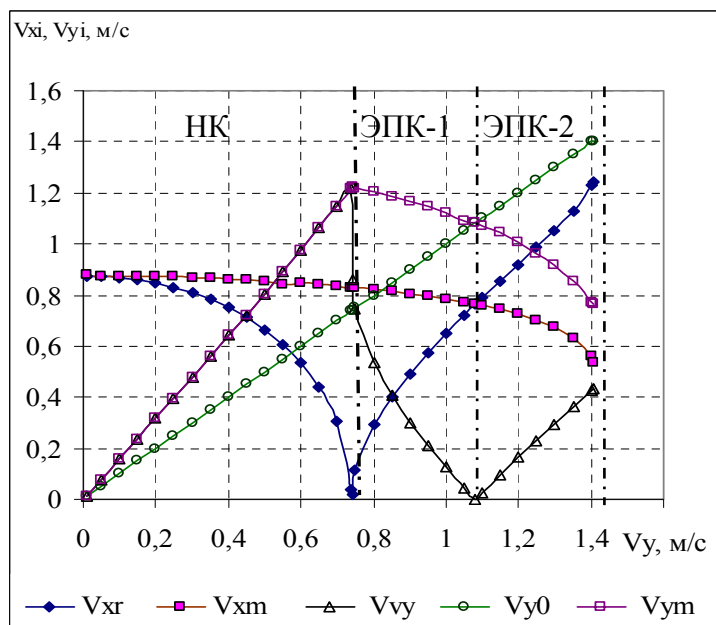


Рис. 6. Зависимости для параметров скоростей маятника от величины его начальной скорости v_{y0} при начальном смещении $\delta_{x0}=0,3$

Сложный вид фазовых диаграмм и областей колебаний (рис. 1–4) обусловлен вкладами в колебания прецессии маятника на дополнительных частотах и их гармониках. Они обусловлены нелинейностью сил от величины смещения маятника (рис. 4), различием и взаимовлиянием колебаний по координатам [10]. При этом, колебания вблизи малых смещений будут иметь как бы более высокие частоту и рост фазы φ , а при больших смещениях – они понижены относительно результирующей частоты колебаний, хотя в области ЭПК для колебаний вдоль оси X , ситуация является обратной. В области НК наиболее пониженной частотой будет разностная частота колебаний по осям. Совокупность всех фазовых смещений будет приво-

дить к уширению областей траекторий колебаний и их диаграмм, что и наблюдается (рис. 1–4). На смешанной фазовой диаграмме в области ЭПК-1 (рис. 2, б) верхняя кривая области, идущая из точки $x_m=x_0$, пересекает ось Y при $Y>0$ и ось X при $X<0$, что соответствует величинам $v_{yy}>0$ и $x_v<0$. В области ЭПК-2 кривая $x_m>x_0$ становится нижней и знаки для v_{yy} и x_v изменяются на противоположные. Однако это связано не с изменением общего наклона кривых диаграммы, а с изменением амплитуд и фаз дополнительных частот и гармоник, приводящих к уширению областей колебаний. Особым случаем, для которого скомпенсированы фазовые смещения маятника из-за обнуления амплитуд дополнительных частот, представляет

эллиптическая орбита, когда внутренний и внешний огибающие эллипсы области колебаний совпадают.

Для случая больших смещений маятника в нелинейную область сил дополнительные частоты и их фазы будут понижаться. Хотя это интересно для теории двухчастотного свободного маятника, но не реально для колебаний молекул воды. У них при таких больших смещениях и хаотическом воздействии соседей невозможны свободные колебания, зато становятся возможными массовые разрывы связей с соседними молекулами, что приведет к наличию низкочастотных случайных колебаний молекул. Существование всех данных частот и их гармоник ведет к значительному уширению линий в спектрах либрационных (вращательных) частот колебаний молекул воды [4].

Проведенный здесь и в [11] анализ для колебаний двухчастотного маятника показывает, что для молекул воды при температурах 0...100 °С (273...373 К) можно ожидать наличие около половины от максимальной кинетической энергии молекул в критической точке воды ($T_{кр}=647$ К), когда все связи разрываются. Это примерно соответствует области ЭПК-1 при частичном захвате соседних областей. Поэтому можно ожидать, что для большинства молекул воды характерны колебания в области ЭПК. Учитывая, малость величин pH ($\approx 10^{-7}$) и коэффициента диффузии ($\approx 10^{-5}$) в воде, связанных с разрывами связей между

молекулами, можно считать, что хаотизация колебаний молекул воды, вследствие влияния тепловых колебаний соседних молекул, сравнительно мала и ее молекулы большую часть времени при температурах 0...100 °С совершают эллипсоподобные колебания, которые будут близки к свободным колебаниям.

6. Выводы

1. Определено, что при изменении типа колебаний двухчастотного сферического маятника от двухчастотных НК к одночастотным ЭПК изменяется вид его смешанных и силовых фазовых диаграмм.

2. Определены параметры траекторий и фазовых диаграмм маятника, изменяющиеся для разных типов колебаний двухчастотного маятника. Определены параметры, которые обнуляются в критической и эллиптической точке маятника. Для смешанной фазовой диаграммы обнаружен скачок скорости в критической точке.

3. Построены диаграммы для параметров координат и скоростей двухчастотного маятника, позволяющие провести экспресс-анализ и разделить области существования разных типов колебаний в зависимости от величин его начальных скоростей и начального смещения.

Полученные особенности колебаний двухчастотного сферического маятника будут характерными и для вращательных колебаний молекул воды.

Литература

1. Берсукер И. Б. Эффект Яна-Теллера и вибранные взаимодействия в современной химии. Москва: Наука, 1987. 344 с.
2. Малафаев Н. Т. О взаимодействиях и динамике молекул в чистой воде // Восточно-европейский журнал передовых технологий. 2011. Т. 4, № 8 (52). С. 48–58. URL: <http://journals.urau.ua/eejet/article/view/1465/1363>
3. Малафаев Н. Т., Погожих Н. И. Моделирование вращательных колебаний молекул воды // Восточно-европейский журнал передовых технологий. 2015. Т. 2, № 5 (74). С. 27–35. doi: 10.15587/1729-4061.2015.40569
4. Эйзенберг, Д., Кауцман, В. Структура и свойства воды. Ленинград: Гидрометеиздат, 1975. 280 с.
5. Антонченко В. Я., Давыдов А. С., Ильин В. В. Основы физики воды. Киев: Наукова думка, 1991. 672 с.
6. Маленков Г. Г. Структура и динамика жидкой воды // Журнал структурной химии. 2006. Т. 47. С. 5–35.
7. Malenkov G. G., Naberukhin Y. I., Voloshin V. P. Collective effects in molecular motions in liquids // Russian Journal of Physical Chemistry A. 2012. Vol. 86, Issue 9. P. 1378–1384. doi: 10.1134/s003602441209004x
8. Kumar P., Franzese G., Buldyrev S. V., Stanley H. E. Molecular dynamics study of orientational cooperativity in water // Physical Review E. 2006. Vol. 73, Issue 4. doi: 10.1103/physreve.73.041505
9. Makhlaichuk P. V., Malomuzh M. P., Zhyganiuk I. V. Dimerization of water molecules. modeling of the attractive part of the interparticle potential in the multipole approximation // Ukrainian Journal of Physics. 2013. Vol. 58, Issue 3. P. 278–288. doi: 10.15407/ujpe58.03.0278
10. Малафаев Н. Т. Силовые особенности колебаний двухчастотного сферического маятника в неоднородном поле сил // ScienceRise. 2016. Т. 10, № 2 (15). С. 68–75. doi: 10.15587/2313-8416.2015.51842
11. Малафаев Н. Т. Анализ типов колебаний двухчастотного сферического маятника как модели колебаний молекулы воды // ScienceRise. 2017. № 4 (33). С. 57–62. doi: 10.15587/2313-8416.2017.98312
12. Малафаев Н. Т. Эллиптические колебания протонов молекул воды // ScienceRise. 2017. Т. 1, № 2 (30). С. 46–53. doi: 10.15587/2313-8416.2017.89712

*Рекомендовано до публікації д-р техн. наук Погожих М. І.
Дата надходження рукопису 28.12.2017*

Малафаев Николай Тимофеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра физико-математических и инженерно-технических дисциплин, Харьковский государственный университет питания и торговли, ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051
E-mail: mnt949@gmail.com