

УДК 330.34

DOI: 10.15587/2313-8416.2018.129331

РОЗРОБКА МЕТОДУ РЕАЛІЗАЦІЇ ДЛЯ ЗАДАЧІ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ З НЕДОСТАТНЬОЮ КІЛЬКІСТЮ ВАКАНТНИХ ПОСАД

© М. Я. Марко

У статті розглядається наближений метод розв'язання задачі про призначення, який дає змогу так розподілити кандидатів на вакантні місця, щоб загальна ефективність виконання всіх робіт була якомога найбільшою. Побудована математична модель задачі та алгоритм її розв'язування. При побудові математичної моделі та алгоритму враховуються такі дані, як кількість кандидатів на посади, кількість вакантних посад, експертна оцінка (бал) відповідності даного кандидата на певну посаду. Для ілюстрації роботи алгоритму наведений приклад

Ключові слова: *наближений метод, наближений розв'язок, узагальнена задача про призначення, математична модель*

1. Вступ

При створенні нових підприємств завжди постає питання набору та відбору персоналу. Набір полягає у створенні необхідного резерву кандидатів на всі посади і спеціальності. Після цього в процесі відбору кадрів керівництво вибирає найбільш придатних кандидатів з резерву, створеного в ході набору. Серед методів відбору найбільш застосовуваний метод є співбесіда, хоч можуть бути і інші методи. Якщо від кандидатів на заміщення вакантних посад вищої та середньої ланки вимагається наявність вищої освіти, досвіду роботи та конкретних навичок (робота на ПК, знання іноземної мови, вміння працювати з прикладними програмами тощо), то для обслуговуючого персоналу вимоги щодо освіти і досвіду роботи є менш важливими, проте на перший план виходять вміння спілкуватись з людьми, обов'язковість, акуратність, фізичний стан, зовнішній вигляд.

Існуючий порядок підбору персоналу, як правило, передбачає прийом на роботу тих працівників, які першими зголосилися і за критерієм більш-менш підходять обраній посаді. На практиці ж досить часто через пару місяців відбувається в кращому випадку перевід прийнятого працівника на іншу більш відповідальну для нього посаду, а в гіршому звільнення даного працівника після закінчення випробувального терміну. В результаті втрачається час, витрачений на навчання прийнятих працівників та виникає необхідність добору нових. У деяких випадках відбувається конкурс на заміщення вакантних посад, проте навіть якщо на конкретну посаду вибраний ідеальний кандидат, це не обов'язково є найоптимальнішим рішенням. Наприклад, кандидат ідеально підходить на посаду головного економіста, проте за своїми характеристиками міг би чудово справитись і з роботою начальника маркетингового відділу. А інші кандидати, які добре би виконували роботу економіста, не мають достатніх вмінь і навичок, щоб виконувати роботу, яка передбачає тісний контакт з людьми.

2. Літературний огляд

Задача про призначення є однією з базових задач комбінаторної оптимізації в галузі оптимізації або досліджені операцій в прикладній математиці. Вона полягає в знаходженні мінімальної (або мак-

симальної) ваги між елементами двох скінчених множин. Вона може бути подана як знаходження керування у зваженому дводольному графі. З іншого боку задача про призначення належить до задач лінійного програмування. Вона є спеціальним випадком транспортної задачі, яка у свою чергу може бути представлена як задача про потік мінімальної вартості.

Для розв'язання лінійної задачі про призначення можуть бути застосовані різні методи. Від загальних методів розв'язання задач лінійного програмування до спеціальних методів розв'язування задач на графах. Як правило, спеціальні методи, що розроблені саме для цієї задачі, є значно більш швидкими, оскільки враховують і використовують особливості структури задачі. Так, наприклад, Угорський алгоритм є одним із перших алгоритмів, який був розроблений для вирішення лінійної задачі про призначення. Час розв'язання задачі пропорційний числу агентів. Іншими алгоритмами, що застосовуються для вирішення задачі є адаптовані симплекс алгоритм і алгоритм аукціону.

Точні методи розв'язання такої задачі існують, але мають високу складність для програмної реалізації. Тому нами розглядається метод, за допомогою якого можна наближено розв'язати задачу [1, 2].

Уперше задача про призначення була розглянута в геометричній формі Гаспаром Монжем у 1784 році. Проте на початку XX століття була встановлена некоректність розв'язку Монжа. Наступні кроки в розв'язанні задачі про призначення зроблені Кенігом і Егерварі в першій третині XX століття. Кеніг і Егерварі розглядали цю задачу як задачу пошуку досконалого паросполучення мінімальної ваги у зваженому дводольному графі [3]. Їх роботи стали основою для угорського методу, розробленого Куном [4] у 50-х роках минулого століття. У 1947 році Данциг запропонував симплекс-метод для розв'язання загальної задачі лінійного програмування, до якої легко зводиться задача про призначення. Задача про призначення, поставлена Данцигом і Фалкерсоном, може також розглядатися як задача про максимальний потік мінімальної вартості. У 1961 році Басакер і Гоуен опублікували алгоритм для її розв'язання. Цей алгоритм для загальної задачі, як і алгоритм симплекс-

методу, має експоненціальну складність, а для задачі про призначення – поліноміальну. Теоретичний аналіз складності алгоритмів показує, що алгоритми Куна й Басакера-Гоуена мають однакову теоретичну складність, меншу, ніж алгоритм Гольдберга-Гар'яна. Також в дослідженнях [5] є представлені моделі, методи й алгоритми, що визначають процеси прийняття рішень. У роботах [6, 7] побудовано математичні моделі і методи реалізації для ефективного управління підприємствами. Також є представлені математичні моделі і методи підтримки прийняття рішень для ринкової економіки у роботі [8]. В [9] є розроблений комплекс економіко-математичних моделей, а також запропоновані методи для аналізу стану і тенденцій розвитку малого підприємництва України. Проте відповідь на питання про визначення найкращого алгоритму вимагає емпіричних досліджень.

3. Мета та задачі дослідження

Метою роботи є показати, як за допомогою наближеного методу можна так розподілити кандидатів на вакантні місця, щоб загальна ефективність виконання всіх робіт була якомога найбільшою.

Для досягнення мети були поставлені наступні задачі:

1. Побудувати математичну модель задачі, враховуючи такі показники, як кількість кандидатів на посади, кількість вакантних посад, експертна оцінка (бал) відповідності даного кандидата на певну посаду.

2. Розв'язати цю задачу, використовуючи наближений метод, так щоб загальна ефективність виконання всіх робіт була якомога найбільшою.

3. Розв'язати цю задачу, використовуючи угорський метод, так щоб загальна ефективність виконання всіх робіт була якомога найбільшою.

4. Побудова математичної моделі для задачі про призначення з недостатньою кількістю вакантних посад

На наш погляд, набір персоналу має відбуватись у два етапи. На першому етапі відбирається вищий керівний склад на основі резюме та співбесіди з власниками (на цю співбесіду рекомендується залучити психолога та аналітика). На другому етапові відбувається формування всього колективу підприємства. Для цього створюється експертна рада з керівництва підприємством, психолога та аналітика. Ця рада на основі опрацювання резюме кандидатів та проведення з ними співбесіди, оцінюють відповідність кожного кандидата існуючим посадам (або групам посад). При цьому у разі повної відповідності даній посаді кандидат отримує найвищий бал, у разі повної невідповідності – найнижчий бал з шкали оцінювання. Цей бал є сумою оцінки, отриманої з аналізу резюме кандидата і суб'єктивної оцінки експерта після проведеної співбесіди. При цьому, якщо в ході співбесіди виявляється, що дані вказані в анкеті не зовсім відповідають дійсності, оцінка, отримана з аналізу резюме, коригується. У разі, коли кандидат готовий обійняти лише певні посади, відповідність його іншим посадам оцінюємо найнижчим балом.

В [5] розглядається задача про призначення, для розв'язання якої можна використати угорський

метод [10] або запропонований в [5] наближений метод. В даній роботі розглядається узагальнена задача про призначення, тобто задача, в якій кількість претендентів на вакантні посади є більшою за кількість вакантних посад. Приводиться математична модель задачі та метод її розв'язування.

Нехай: m – кількість кандидатів на посади, n – кількість вакантних посад, c_{ij} – експертна оцінка (бал) відповідності i -го кандидата на j -у посаду,

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i\text{-ий кандидата відповідає} \\ & j\text{-й групі посад,} \\ 0, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

Тоді математична модель матиме вигляд

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$$

за умов

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$0 \leq \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Для зведення задачі до транспортної задачі [1] вважатимемо, що бали лежать в межах від 1 до 9 і $\alpha_{ij} = 10 - c_{ij}$. Крім того, введемо $m - n$ фіктивних вакантних посад з експертною оцінкою відповідності кандидата на фіктивну вакантну посаду, що становить 9 балів. Одержимо математичну модель

$$R = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

за умов

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Для розв'язання одержаної моделі можна використати угорський метод [10].

Якщо використати наближений метод, то початкову модель не обов'язково зводити до моделі транспортної задачі.

5. Результати дослідження

Приклад. Розв'язати наближеним методом задачу, в якій $n = 4$, $m = 6$ і

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 8 & 6 \\ 7 & 7 & 6 & 8 \\ 8 & 8 & 7 & 5 \\ 6 & 6 & 5 & 7 \\ 9 & 9 & 4 & 6 \\ 7 & 7 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Оскільки

$$\max_{i=5} c_{i1} = c_{51} = 9, \max_{i \neq 5,3} c_{i2} = c_{32} = 8, \max_{i \neq 5,3} c_{i3} = c_{13} = 8, \max_{i \neq 5,3,1} c_{i4} = c_{24} = c_{64} = 8,$$

то одержуємо два розв'язки:

$$x_{13} = 1, x_{24} = 1, x_{32} = 1, x_{51} = 1 \text{ (всі решта } x_{ij} = 0)$$

або

$$x_{13} = 1, x_{32} = 1, x_{51} = 1, x_{64} = 1$$

$$L_{opt} = 9 + 8 + 8 + 8 = 33 \text{ одиниці.}$$

Якщо цей самий приклад розв'язати угорським методом, то одержимо такі таблиці (табл. 1–8).

На першому кроці модифікуємо матрицю, помноживши всі елементи на -1 і додавши їх до максимального елемента матриці 9 , так щоб не було від'ємних елементів (табл. 1).

Таблиця 1

Різниця максимального елемента матриці c_{ij} з рештою її елементів

4	4	1	3
2	2	3	1
1	1	2	4
3	3	4	2
0	0	5	3
2	2	2	1

Для усунення дисбалансу додаємо додаткові стовпці в табл. 1 (табл. 2).

Таблиця 2

Усунення дисбалансу

4	4	1	3	0	0
2	2	3	1	0	0
1	1	2	4	0	0
3	3	4	2	0	0
0	0	5	3	0	0
2	2	2	1	0	0

В кожному стовбці находимо мінімальний елемент і віднімаємо його від елементів стовпця (табл. 3).

Таблиця 3

Знаходження мінімального елемента в стовбцях таблиці

4	4	0	2	0	0
2	2	2	0	0	0
1	1	1	3	0	0
3	3	3	1	0	0
0	0	4	2	0	0
2	2	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0

Шукаємо оптимальне рішення. Ми не можемо виділити нуль, так щоб він був один в кожному рядку і стовпці (табл. 4).

Таблиця 4

Пошук оптимального рішення

4	4	[-0-]	2	[-0-]	[0]
2	2	2	[-0-]	[0]	[-0-]
1	1	1	3	[-0-]	[-0-]
3	3	3	1	[-0-]	[-0-]
0	0	4	2	[-0-]	[-0-]
2	2	1	0	[-0-]	[-0-]

Викреслюємо рядки і стовпці з максимальною кількістю нульових елементів: стовпець 5, стовпець 6, рядок 5, стовпець 4, рядок 1. Отримуємо скорочену матрицю (табл. 5).

Таблиця 5

Скорочена матриця

4	4	0	2	0	0
2	2	2	0	0	0
1	1	1	3	0	0
3	3	3	1	0	0
0	0	4	2	0	0
2	2	1	0	0	0

Мінімальний елемент скороченої матриці 1 , віднімаємо його від всіх елементів скороченої матриці (табл. 6).

Таблиця 6

Різниця всіх елементів скороченої матриці з мінімальним елементом

4	4	0	2	0	0
1	1	1	0	0	0
0	0	0	3	0	0
2	2	2	1	0	0
0	0	4	2	0	0
1	1	0	0	0	0

Потім додаємо мінімальний елемент до елементів, росташовах на перетинах викреслених рядків і стовпців, одержуємо табл. 7.

Таблиця 7

Сума мінімального елемента з елементами, росташовах на перетинах викреслених рядків і стовпців

4	4	0	3	1	1
1	1	1	0	0	0
0	0	0	3	0	0
2	2	2	1	0	0
0	0	4	3	1	1
1	1	0	0	0	0

Ми знайшли оптимальне рішення, тому що можемо виділити в кожному рядку і стовпці один нуль (табл. 8).

Таблиця 8

Оптимальне рішення

4	4	[0]	3	1	1
1	1	1	[0]	[-0-]	[-0-]
[0]	[-0-]	[-0-]	3	[-0-]	[-0-]
2	2	2	1	[0]	[-0-]
[-0-]	[0]	4	3	1	1
1	1	[-0-]	[-0-]	[-0-]	[0]
4	4	[0]	3	1	1

Кількість знайдених нулів дорівнює 6.

Отже, $L_{on} = 8 + 8 + 8 + 9 = 33$ одиниці.

6. Висновки

1. Побудована математична модель до загальної задачі про призначення.

2. Використано наближений метод для розподілу кандидатів на посади по вакантних місцях так,

що загальна ефективність виконання всіх робіт є найбільшою, якщо є відома ефективність c_{ij} виконання i -им робітником j -ої роботи.

3. Використано угорський метод для розподілу кандидатів на посади по вакантних місцях так, що загальна ефективність виконання всіх робіт є найбільшою, якщо є відома ефективність c_{ij} виконання i -им робітником j -ої роботи.

Література

1. Марко М. Я., Цегелик Г. Г. Наближений алгоритм розв'язування задачі про призначення: тези. Переяслав-Хмельницький: Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди, 2017. 24 с.
2. Marko M. Y., Tsegelik H. H. An approximate method for solving assignment problem // *Mathematical Modeling in Economy*. 2017. Issue 3-4 (9). P. 42–49.
3. Konig D. *Theory of finite and infinite graphs*. Boston: Birkhauser, 1990. 426 p. doi: 10.1007/978-1-4684-8971-2
4. Kuhn H. W. The Hungarian method for the assignment problem // *Naval Research Logistics Quarterly*. 1955. Vol. 2, No. 1-2. P. 83–97. doi: 10.1002/nav.3800020109
5. Волошин О. Ф., Машенко С. О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. пос. Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. 336 с.
6. Квик М. Я. Математичні методи і моделі підтримки прийняття рішень в управлінні малими підприємствами: автореф. ... канд. екон. наук. Черкаси: Східноєвропейський університет економіки та менеджменту, 2015. 20 с.
7. Кігель В. Р. Математичні методи прийняття рішень у ефективному підприємстві: монографія. Київ: ІЕУПІ, 1999. 269 с.
8. Кігель В. Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці: монографія. Київ, 2003. 202 с.
9. Добуляк Л. П. Економічно-математичне моделювання тенденцій розвитку малого бізнесу в Україні: автореф. ... канд. екон. наук, спец. Черкаси: Східноєвропейський університет економіки та менеджменту, 2014. 20 с.
10. Таха Х. А. Введение в исследование операций. Киев: Издательский дом "Вильямс", 2001. 207 с.

Рекомендовано до публікації д-р техн. наук Цегелик Г. Г.

Дата надходження рукопису 06.03.2018

Марко Марія Ярославівна, аспірант, кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів, Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Університетська, 1, м. Львів, Україна, 79000

E-mail: mariiamarko@gmail.com