

УДК 519.85

DOI: 10.15587/2313-8416.2014.32250

ПОИСК ГЛОБАЛЬНОГО МИНИМУМА МЕТОДОМ ТОЧНОЙ КВАДРАТИЧНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

© А. И. Косолап

Мы предлагаем новый метод точной квадратичной регуляризации для поиска глобального минимума функций при наличии ограничений. Метод включает нелинейные преобразования функций, локальный поиск и дихотомию. Этот метод позволил решить множество сложных тестовых и прикладных задач глобальной оптимизации. Сравнительные численные эксперименты показали его преимущество над существующими методами решения данного класса задач

Ключевые слова: глобальный минимум, точная квадратичная регуляризация, прямо-двойственные методы внутренней точки, дихотомия

We offer a new method of exact quadratic regularization for search of a global minimum the functions with constraints. The method includes nonlinear transformations of the functions, local search and a dichotomy. This method has allowed to solve set of difficult test and applied problems of global optimization. Comparative numerical experiments have shown that new method is the best for the solution of this class of problems

Keywords: global minimum, exact quadratic regularization, primal-dual interior point methods, dichotomy

1. Введение

При исследовании и построении сложных систем во многих областях науки традиционные подходы себя исчерпывают. На смену им приходит математическое моделирование, которое включает построение математической модели сложной системы, разработку метода определения ее переменных и разработку соответствующей компьютерной программы [1]. Наиболее сложным в этой триаде является разработка эффективного метода. В настоящее время построены математические модели сложных систем, но отсутствие методов делает их неактуальными. Среди математических моделей систем наиболее значимыми являются оптимизационные. Давно известно, что естественные системы функционируют в соответствии с некоторыми вариационными принципами. Искусственные системы также должны быть оптимальными. Однако построение математических моделей сложных систем приводит к многоэкстремальным задачам. Для многих реальных систем из области оптимального проектирования, химии, биологии и др., число локальных экстремумов может быть очень большим (например, 2^n и более, как в случае равновесной системы атомов или их упаковки). Сложность проблемы поиска глобального экстремума стимулировало разработку вероятностных методов. Были разработаны генетические, эволюционные методы, которые иногда позволяют находить решения близкие к оптимальным [2]. Однако при решении многих тестовых задач эти решения очень существенно отличаются от оптимальных. Детерминированные методы чаще всего используют стратегию вервей и границ, которая эффективна только для задач малой размерности. Поэтому в настоящее время продолжается поиск эффективного метода для решения многоэкстремальных задач. Перспективным направлением в решении этой проблемы является преобразование многоэкстремальных задач к более простым (в

лучшем случае к одноэкстремальным), для которых могут быть построены эффективные алгоритмы. Это направление представлено данной работой.

2. Постановка проблемы

Рассмотрим задачу оптимизации

$$\min \{f_0(x) \mid f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, x \in E^n\}, \quad (1)$$

где все $f_i(x)$ – дважды дифференцированные функции (иногда достаточно будет, чтобы эти функции удовлетворяли условию Липшица); E^n – евклидово пространство.

Допустим, что решение задачи (1) существует. Для этого достаточно чтобы функция $f_0(x)$ была непрерывна, а допустимая множество задачи (1) было компактно. При этих предположениях задача (1) является многоэкстремальной. Она будет одноэкстремальной, если все $f_i(x)$ – выпуклые функции. Это условие можно ослабить, заменив выпуклые функции квазивыпуклыми. В остальных случаях, задача (1) может иметь много локальных минимумов.

3. Литературный обзор

Большинство методов решения задачи (1) строят последовательность точек, которые в пределе приближаются к точке локального минимума. Наиболее эффективны прямо-двойственные методы внутренней точки (PDIPM) [3]. Они могут привести и в точку глобального минимума, однако проверка этого условия является сложной задачей. Среди современных методов поиска глобального минимума выделим три направления: полуопределенную, поливыпуклую оптимизацию и точную квадратичную регуляризацию [4]. Все эти направления преобразуют исходную задачу (1) и используют в преобразовании свойство выпуклости функций и множеств. Полуопределенная оптимизация использует соответствующую релаксацию для преобразования общих

квадратичных и полиномиальных задач к линейным задачам оптимизации, в которых переменными задачи являются положительно полуопределенные матрицы. Такие задачи являются одноэкстремальными и, в общем случае, позволяют находить только нижнюю оценку решения задачи (1). Причем, если этой оценке соответствует матрица ранга единица, то найдено точное решение задачи (1). Нижнюю оценку можно взять в качестве начальной точки и продолжить решение задачи (1) локальным прямо-двойственным методом внутренней точки. Как показали многочисленные эксперименты, полученное таким образом решение в большинстве случаев позволяет найти точку глобального минимума задачи (1). Для решения задач полуопределенной оптимизации разработан метод внутренней точки [5] и полуопределенный симплекс-метод [4]. В настоящее время, полуопределенная оптимизация используется для решения многих сложных многоэкстремальных задач.

Другое современное направление исследования в глобальной оптимизации связано с представлением непрерывных дифференцируемых функций суперпозициями выпуклых или квазивыпуклых функций. Такое представление функций задачи (1) позволяет преобразовать ее к каноническому виду: минимизации линейной функции на пересечении выпуклого множества и выпуклой поверхности. Для решения задач канонического вида разработан метод релаксационных отсечений [4], который позволяет точно или приближенно находить решение задач вида (1).

Несмотря на значительные успехи в выбранных двух направлениях, более перспективным является использование квадратичной регуляризации. Такая регуляризация позволяет преобразовать задачу (1) либо к одноэкстремальной задаче минимизации нормы вектора на выпуклом множестве, либо к многоэкстремальной, но более простой задаче максимизации нормы вектора на выпуклом множестве.

4. Метод точной квадратичной регуляризации

Введем новую переменную x_{n+1} и преобразуем задачу (1) к эквивалентной задаче

$$\min \{x_{n+1} \mid f_0(x) + s \leq x_{n+1}, f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, x \in E^n\}, \quad (2)$$

где значение параметра s выбираем таким, чтобы

$$f_0(x^*) + s \geq \|x^*\|^2, \quad (3)$$

x^* – решение задачи (1). Например, в задаче $\min \{-x_i \mid 2 \leq x_i \leq 6\}$ имеем $s \geq 42$.

Далее, используем преобразование пространства $x = Az$, где матрица A порядка $(n+1) \times (n+1)$ имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_1 & z_2 & \dots & z_{n+1} \end{pmatrix},$$

что сводит задачу (2) к следующей:

$$\min \{\|z\|^2 \mid f_0(\bar{z}) + s \leq \|z\|^2, f_i(\bar{z}) \leq 0, i = 1, \dots, m, z \in E^{n+1}\}, \quad (4)$$

где $\bar{z} = (z_1, \dots, z_n)$, $z = (\bar{z}, z_{n+1})$.

Существует такое значение $r > 0$, что все функции

$$g_0(z) = f_0(\bar{z}) + s + (r-1)\|z\|^2, \\ g_i(z) = f_i(\bar{z}) + r\|z\|^2, i = 1, \dots, m$$

будут выпуклыми для допустимых значений z . Действительно, при соответствующем выборе параметра $r > 0$, гессианы функций $g_0(z)$ и $g_i(z), i = 1, \dots, m$ будут положительно определенными матрицами (матрицы с преобладающей главной диагональю). Таким образом, с помощью квадратичного слагаемого функции задачи (1) преобразуются к выпуклым. Если среди функций $f_i(\bar{z}), i = 1, \dots, m$ есть выпуклые, то эти ограничения остаются неизменными.

Таким образом, задача (4) сведена к следующей:

$$\min \{\|z\|^2 \mid g_i(z) \leq d, i = 0, \dots, m, r\|z\|^2 = d\}, \quad (5)$$

где все $g_i(z)$ – выпуклые функции.

Докажем следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть (z^0, d_0) – решение задачи (5) и для параметра s выполняется условие (3), тогда $x^* = \bar{z}^0$ – решение задачи (1).

Доказательство. Имеем

$$f_0(\bar{z}^0) + s + (r-1)\|z^0\|^2 \leq d_0, \\ f_i(\bar{z}^0) + r\|z^0\|^2 \leq d_0, i = 1, \dots, m$$

с учетом $r\|z^0\|^2 = d_0$, получим

$$f_0(\bar{z}^0) + s \leq \|z^0\|^2, f_i(\bar{z}^0) \leq 0, i = 1, \dots, m.$$

Первое ограничение равносильно $f_0(\bar{z}^0) + s \leq \|\bar{z}^0\|^2$ ($z_{n+1}^0 = 0$) или $f_0(\bar{z}^0) + s = \|\bar{z}^0\|^2$. Пусть z^* – решение задачи (1) и $z_{n+1}^* = f_0(\bar{z}^*) + s$, $d^* = r\|z^*\|^2$ ($f_0(\bar{z}^*) + s = \|z^*\|^2$). Тогда из условий

$$f_0(\bar{z}^0) + s \leq \|\bar{z}^0\|^2, \\ f_0(\bar{z}^*) + s \geq \|\bar{z}^*\|^2$$

и $\|\bar{z}^0\|^2 \leq \|\bar{z}^*\|^2$ будет $f_0(\bar{z}^*) \geq f_0(\bar{z}^0)$, откуда $f_0(\bar{z}^*) = f_0(\bar{z}^0)$. Аналогично, из условий

$$f_0(\bar{z}^0) + s = \|z^0\|^2, \\ f_0(\bar{z}^*) + s = \|z^*\|^2$$

и $\|z^0\|^2 \leq \|z^*\|^2$ следует $f_0(\bar{z}^*) \geq f_0(\bar{z}^0)$, откуда снова $f_0(\bar{z}^*) = f_0(\bar{z}^0)$. Теорема доказана.

Таким образом, решение задачи (5) позволяет однозначно определить решение исходной задачи (1).

Поэтому будем говорить о точной квадратичной регуляризации (EQR).

Введем обозначения $S_1(d) = \{z | g_i(z) \leq d, i=0, \dots, m\}$ и $S_2(d) = \{z | r \|z\|^2 \leq d\}$. Множества $S_1(d)$ и $S_2(d)$ будут выпуклыми и определяют допустимое множество задачи (5). Справедливо следующее включение $S_1(d) \subset S_1(d+\Delta)$, $S_2(d) \subset S_2(d+\Delta)$ для любого $\Delta > 0$, что следует из выпуклости множеств $S_1(d)$, $S_2(d)$. Анализ расположения этих множеств в евклидовом пространстве позволяет разбить исходную задачу (1) на два класса сложности.

Пусть d_0 – минимальное значение d , для которого множество $S_1(d_0) \neq \emptyset$. Нахождение d_0 равнозначно решению выпуклой задачи $\min \{d | g_i(z) \leq d, i=0, \dots, m\}$. Найдем $d_m = \max \{0, d_0\}$, тогда возможны два варианта.

1. Если $S_1(d_m) \cap \text{int} S_2(d_m) = \emptyset$ или $S_1(0) \neq \emptyset$, то задача (5) эквивалентна выпуклой задаче

$$\min \{d | g_i(z) \leq d, i=0, \dots, m, r \|z\|^2 \leq d\}, \quad (6)$$

которая эффективно решается методом локальной оптимизации PDIPM. Если (z^*, d^*) – решение задачи (6), то $x^* = \bar{z}^*$ – точка глобального минимума задачи (1) (при выполнении условия $S_1(0) \neq \emptyset$ решение задачи (1) – тривиально $x^* = 0$). Решение задачи (6) эквивалентно нахождению точки соприкосновения двух выпуклых множеств $S_1(d)$ и $S_2(d)$ при минимальном значении d . Очевидно, что точка соприкосновения будет допустимой для задачи (5) и в этой точке достигается минимальное значение $\|z\|^2$.

2. Если $S_1(d_m) \cap \text{int} S_2(d_m) \neq \emptyset$, то задача (5) эквивалентна задаче максимизации квадрата нормы вектора

$$\max \{\|z\|^2 | g_i(z) \leq d, i=0, \dots, m, r \|z\|^2 = d\}. \quad (7)$$

В задаче (7) необходимо найти минимальное значение d , при котором множество $S_1(d)$ касается границы множества $S_2(d)$ изнутри. При меньших значениях d допустимое множество задачи (5) будет пустым.

Таким образом, если в точке локального минимума (z^*, d^*) задачи (6) $r \|z^*\|^2 = d^*$, то соответствующая задача (1) относится к первому классу сложности, иначе – ко второму.

Точная квадратичная регуляризация позволяет упорядочить точки локальных минимумов. Локальный минимум преобразованной задачи с меньшим значением целевой функции задачи (1) будет расположен ближе к началу координат.

Часто на переменные задачи (1) накладывается условие неотрицательности. Если такого условия нет, то задачу (1) легко преобразовать так, чтобы ее точка глобального минимума принадлежала положительному ортанту. Тогда соответствующая задача (7) будет иметь вид

$$\max \{\|z\|^2 | g_i(z) \leq d, i=0, \dots, m, z \geq 0, r \|z\|^2 = d\}. \quad (8)$$

Задачу (8) будем решать следующим образом. Фиксируем значение переменной d ($d = d_m + \epsilon$) и находим решение z^* задачи

$$\max \{\|z\|^2 | g_i(z) \leq d, i=0, \dots, m, z \geq 0\}. \quad (9)$$

Если $r \|z^*\|^2 = d$, то задача (8) решена и z^* – ее решение, иначе, найдем отрезок $[d_{\min}, d_{\max}]$ для переменной d . Достаточно взять $d_{\min} = d_m$, а d_{\max} определить, решая последовательность задач (9) методом локальной максимизации PDIPM для $d = d_m + kh$, где h – величина шага, $k=1, \dots$. Пусть k_0 – минимальное значение, при котором $r \|z^*\|^2 > d_m + k_0 h$. Тогда d_{\max} находим на интервале $[d_m + (k_0 - 1)h, d_m + k_0 h]$ методом дихотомии, решая задачу (9) до достижения равенства $r \|z^*\|^2 = d_{\max}$.

В общем случае, рассмотренный метод решения задачи (8) позволяет найти только точку локального минимума. Рассмотрим условия, при которых решение задачи (8) находится эффективно. Пусть $S_2 \subseteq B = \{z | \|z - c\|^2 \leq r^2\}$, тогда справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть z^* – решение задачи (9), $S_2 \subseteq B$ и $\|z^* - c\|^2 = r^2$, тогда z^* будет также решением выпуклой задачи

$$\max \{c^T x | g_i(z) \leq d, i=0, \dots, m, z \geq 0\}.$$

Доказательство. Пусть

$$z^0 = \arg \max \{\|z\|^2 | z \in B\}.$$

Точки z^0, c, z^* и z^0, c, z^1 , где $z^1 \in S_1(z^1 \neq z^*)$, образуют два треугольника у которых угол z^0, c, z^* меньше угла z^0, c, z^1 , так как точка z^* ближе к точке z^0 , чем точка z^1 . Но тогда угол $z^*, c, 0$ будет больше угла $z^1, c, 0$. Имеем два треугольника $z^*, c, 0$ и $z^1, c, 0$ с двумя равными сторонами и разными углами между ними. Тогда против большего угла треугольника будет лежать большая сторона. Это означает, что $\|z^*\| > \|z^1\|$ для любого $z^1 \in S_1(z^1 \neq z^*)$. Теорема доказана.

Любое выпуклое множество S_1 задачи (9) можно описать прямоугольным параллелепипедом P . Для этого решим последовательность выпуклых задач

$$\min \{(z^*)^T z | z \in S_1\}, \quad \max \{(z^*)^T z | z \in S_1\} \quad (10)$$

и

$$\begin{aligned} \min \{(a^i)^T z | z \in S_1\}, \quad i=1, \dots, n, \\ \max \{(a^i)^T z | z \in S_1\}, \quad i=1, \dots, n, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$a^i = (-z_1^*, \dots, z_{i-1}^*, \frac{\|z^*\|^2}{z_i^*} - z_i^*, -z_{i+1}^*, \dots, z_n^*), \quad i=1, \dots, n.$$

Центр найденного параллелепипеда будет в точке

$$c = \left(\frac{(b_0 + b_1)z_1^*}{\|z^*\|^2}, \dots, \frac{(b_0 + b_{n-1})z_{n-1}^*}{\|z^*\|^2}, \left(b_n - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(b_0 + b_i)(z_i^*)^2}{\|z^*\|^2} \right) / z_n^* \right),$$

где b_i – средние значения решений задач (10)–(11) ($b_i = (\min + \max) / 2$).

Теперь решение задачи

$$\max \{c^T x \mid x \in P\}$$

определяет верхнюю границу решения задачи (8).

Существуют и другие классы выпуклых множеств, для которых задача (8) эффективно разрешима. Так, если множество S_1 аппроксимировать пересечением шаров, то задача (8) сводится к выпуклой двойственной задаче [4].

В работе для решения задачи (8) использовались вариации параметров. Если в ограничении $f_0(z) + s + (r - 1) \|z\|^2 \leq d$ увеличить значение r , то это ограничение будет нарушено. Локальный метод для решения задачи (9) восстановит это ограничение, увеличивая его левую часть. Это возможно при уменьшении либо значения

$f_0(z)$, либо $\|z\|^2$. Но значение $\|z\|^2$ в задаче (9) максимально, поэтому будет убывать значение $f_0(z)$. Часто значение целевой функции $f_0(z)$ можно уменьшить введением дополнительного ограничения $z_{n+1} \leq b$ (в задаче (2) минимизируется z_{n+1}).

5. Апробация результатов исследований

Были проведены многочисленные эксперименты со сложными тестовыми задачами [4, 6]. На этих задачах проверяется эффективность всех новых методов в течении последних 20 лет. Для некоторых таких задач точное решение не найдено и с помощью метода точной квадратичной регуляризации удалось значительно улучшить решения, найденные другими методами. Результаты решений представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты численных экспериментов

Задача	n	m	Метод EQR глоб. минимум	Лучшее известное значение глоб. минимума
PC8	10	3	-47.76109086	-47.76109081
P4	50	0	-49.6238	-49.5856
P36	40	0	-1560	-1550.5
P17	20	0	-3.3137889	-3.217111613
P19	50	0	-93.999987	-86.118
P16	50	0	-180	-156
P30	10	0	-8291.240068	-8291.240068
P30	20	0	-17313.80063	-14371.8
P34	20	0	-9816.15	-9742.310076
P35	49	1	-0.981751086	-0.5322069
PC21	14	15	0.0311596	0,057406
PC17	5	3	-4980.485089	-2642.715188

Приведена только малая часть результатов численных экспериментов. Они показывают, что метод точной квадратичной регуляризации значительно превосходит существующие методы для решения задач глобальной оптимизации.

6. Выводы

В работе предложен новый метод точной квадратичной регуляризации для решения задач глобальной оптимизации. Этот метод преобразует общую задачу к максимизации нормы вектора на выпуклом множестве. Для решения последней задачи используется прямо-двойственный метод внутренней точки и метод дихотомии с вариацией параметров задачи. Многочисленные эксперименты показывают, что этот метод существенно превосходит существующие методы глобальной оптимизации и может использоваться для решения задач большой размерности, с числом переменных 1000 и более.

Литература

1. Самарский, А. А. Математическое моделирование: Идеи, методы, примеры. – 2-е изд., испр. [Текст] / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
2. Kenneth, V. P. Differential Evolution. A Practical Approach to Global Optimization [Text] / V. P. Kenneth,

- R. M. Storn, J. A. Lampinen. – Berlin: Springer-Verlag, 2005. – 542 p.
3. Nocedal, J. Numerical optimization [Text] / J. Nocedal, S. J. Wright. – Springer, 2006. – 685 p.
4. Косолап, А. И. Методы глобальной оптимизации [Текст] / А. И. Косолап. – Днепропетровск: Наука и образование, 2013. – 316 с.
5. Ye, Y. Semidefinite programming [Text] / Y. Ye. – Stanford University, 2003. – 161 p.
6. Floudas, C. A. A collection of Test Problems for Constrained Global Optimization Algorithms [Text] / C. A. Floudas, P.M. Pardalos. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1990. – 193 p.

References

1. Samarski, A. A., Mikhajlov, A. P. (2001). Mathematical modelling: Ideas, methods, examples. The second edition corrected. Moscow: Physmathlit, 320.
2. Kenneth, V. P., Storn, R. M., Lampinen, J. A. (2005). Differential Evolution. A Practical Approach to Global Optimization. Berlin: Springer-Verlag, 542.
3. Nocedal, J., Wright, S. J. (2006). Numerical optimization. Springer, 685.
4. Kosolap, A. (2013). Methods of Global Optimization. Dnipropetrovsk, Ukraine: Science and education, 316.
5. Ye, Y. (2003). Semidefinite programming. Stanford University, 161.

6. Floudas, C. A., Pardalos, P. M. (1990). A collection of Test Problems for Constrained Global Optimization

Algorithms. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 193.

Дата надходження рукопису 26.11.2014

Косолап Анатолій Іванович, доктор фізико-математических наук, професор, кафедра спеціалізованих комп'ютерних систем, Український державний хіміко-технологічний університет, пр. Гагарина, 8, г. Дніпропетровск, Україна, 49005
E-mail: anivkos@ua.fm

УДК 681.327

DOI: 10.15587/2313-8416.2014.34596

ОЦЕНКА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕСТА ПРОВЕРКИ ОПЕРАТИВНОЙ ПАМЯТИ March_DSS

© Т. Ю. Потопахина, А. И. Сивальнева, А. Ю. Попова, И. Г. Либерг

Предлагаются исследования диагностической способности тестовой последовательности March_DSS для обнаружения неисправностей оперативной памяти. Представлены результаты оценивания диагностического качества теста March_DSS по сравнению с другими алгоритмами проверки на предмет обнаружения кратных неисправностей. Предлагаются рекомендации к применению исследованных тестовых последовательностей

Ключевые слова: *неисправности оперативной памяти, тестовые последовательности «March», оценка диагностической способности*

Researches of diagnostic ability of test sequence March_DSS for detection of failure of a random access memory are offered. Analysis results of the March_DSS test in comparison with other algorithms of check regarding detection of the multiple failures are provided. The recommendations are offered for use of investigated test sequences

Keywords: *RAM faults, March test sequences, evaluation of diagnostic opportunities*

1. Введение

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к проблемам диагностирования оперативной памяти (ОЗУ, RAM). Этот интерес связан с тем, что ОЗУ является доминирующим компонентом как в составе современных компьютерных систем – внешняя оперативная память, так и в составе встроенных систем System on Chip (SoC) – встроенная оперативная память. Для диагностирования ОЗУ используются, как правило, тесты линейной длины семейства «Марш» («March»). В настоящей статье производится анализ теста March_DSS с целью оценки его диагностических свойств.

2. Постановка задачи

До настоящего времени были предложены ряд моделей неисправностей оперативной памяти и тестовые последовательности для их обнаружения [1, 2]. Как правило, эти тесты предназначены для обнаружения неисправностей в рамках принятой модели. Одним из последних достижений в области диагностирования запоминающих устройств является тест March_DSS, на который получен патент США [3, 4]. При этом остается открытым вопрос о сравнении данного теста с другими тестовыми последовательностями на предмет оценки диагностических свойств обнаружения неисправностей оперативной памяти.

2. Анализ литературных данных

Классической работой в области диагностирования ОЗУ является книга Ван де Гора [5]. Применение маршевых тестов исследовано в работе [1]. Актуальность использования тестов семейства «Марш» для современных систем System-on-Chip подтверждено в работе [3]. В патенте США [4] предлагается универсальная тестовая последовательность March_DSS. Попытка качественного анализа диагностических свойств этого теста сделана в работе [5]. В данной работе исследуются диагностические свойства теста March_DSS с точки зрения процента обнаруженных неисправностей.

3. Цель статьи

В данной работе проводится оценка диагностических свойств теста March_DSS с помощью программного пакета RAMST, специально разработанного на кафедре АУТС НТУ «ХПИ» для моделирования и верификации обнаруживающей способности проверяющих тестов на предмет диагностирования расширенного множества одиночных и кратных неисправностей.

Под оценкой диагностических свойств мы будем понимать критерий качества теста определяемый по двум параметрам:

– во-первых, это процент обнаруженных неисправностей в рамках принятой модели;