

УДК 51-74:53.093:53.096

DOI: 10.15587/2313-8416.2016.62663

НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧ ТЕОРІЇ СУШІННЯ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ ТІЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ

© М. І. Погожих, М. С. Синєкоп, Д. О. Торяник, А. О. Пак

Відмічено, що ефективність інтенсифікації процесів сушіння харчової сировини лежить на шляху дослідження математичних моделей з урахуванням широкого діапазону зміни теплофізичних параметрів та межових умов. Пропонується розвиток методу R-функцій сумісно з методом малого параметра стосовно до розв'язання задач тепло та масообміну. Отримано наближений розв'язок задачі про розподіл температури і вологовмісту в капілярно-пористому циліндричному тілі при межових умовах третього роду

Ключові слова: *тепломасообмін, сушіння, метод R-функцій, капілярно-пористе тіло, харчова сировина, температура, вологовміст*

It is noted that the effectiveness of intensification of drying of food raw materials is on the way to the study of mathematical models, taking into account a wide range of thermal parameters and boundary conditions. It is proposed the development of R-functions method consistent with the method of small parameter applied to solving problems of heat and mass transfer. An approximate solution of the problem of the distribution of temperature and moisture in capillary-porous cylindrical body with boundary conditions of the third kind was determined

Keywords: *heat-mass exchange, drying, R-function method, capillary-porous body, food raw materials, temperature, moisture content*

1. Вступ

Ефективність інтенсифікації процесів сушіння харчової сировини лежить на шляху дослідження математичних моделей з урахуванням широкого діапазону зміни теплофізичних параметрів та межових умов. При значних градієнтах температури взаємний вплив процесів тепло- та масообміну призводить до появи нових механізмів сушіння, вияви та дослідження яких можна здійснювати на основі аналізу початково-межових задач теорії сушіння. Розв'язки задач теорії сушіння про розподіл температури і вологовмісту в сировині, що зневоднюється, надають можливість виявляти особливості механізму і рушійні сили для процесу тепломасообміну та ефективно керувати ним.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Під час розгляду широкого класу крайових задач різної фізичної природи виникає необхідність у вирішенні диференціальних рівнянь в частинних похідних, в яких досліджувана область має складну конфігурацію. У таких випадках, як правило, використовуються чисельні методи: сіткові [1], варіаційні

[2] та проєкційні [3]. Однак, кожен з них має свої переваги і недоліки. Так, сіткові методи володіють великою ефективністю алгоритму, але при цьому не точно враховують геометрію досліджуваного об'єкта. У разі варіаційних методів не завжди можна побудувати базисні функції, які задовольняли б всім необхідним умовам, тому їх використання обмежене [4]. Слід відмітити метод R-функцій [5], що володіє геометричною гнучкістю і універсальністю по відношенню до вибраного способу мінімізації функціоналу [6]. Використання даного методу для розв'язку задач теорії сушіння капілярно-пористих тіл складної форми з виявленням особливостей механізму і рушійних сил процесу є актуальною задачею.

3. Мета дослідження

Розвиток наукових основ ефективного керування процесом зневоднення та якістю сушеної продукції шляхом розв'язку задачі про розподіл температури і вологовмісту в капілярно-пористому циліндричному тілі при межових умовах третього роду з використанням методу R-функцій сумісно з методом малого параметра.

4. Розв’язок задачі про розподіл температури і вологовмісту в капілярно-пористому циліндричному тілі при межових умовах третього роду

Нехай нормальний перетин нескінченного циліндричного капілярно-пористого тіла площиною x_1Ox_2 має форму області Ω з межею $\partial\Omega$. В області Ω маємо безрозмірну систему рівнянь [7]:

$$\Delta T(x, Fo) - \frac{\partial T(x, Fo)}{\partial Fo} = \varepsilon \frac{\partial U(x, Fo)}{\partial Fo},$$

$$Lu\Delta U(x, Fo) = \frac{\partial U(x, Fo)}{\partial Fo} + LuPn\Delta T(x, Fo). \quad (1)$$

При наступних межових і початкових умовах

$$\frac{\partial T(x, Fo)}{\partial n} + Bi_q T(x, Fo) = Bi_q - (1 - \varepsilon_\phi) KoLuKi_m(Fo),$$

$$\frac{\partial U(x, Fo)}{\partial n} - Pn \frac{\partial T(x, Fo)}{\partial n} = Ki_m(Fo), \quad x \in \partial\Omega,$$

$$T(x, Fo) = U(x, Fo) = 0, \quad Fo = 0. \quad (2)$$

Рівності (1), (2) записані в безрозмірних величинах [7] $x = (x_1, x_2)$, $x_i = \frac{\bar{x}_i}{R}$ ($i = 1, 2$), $Fo = \frac{a\bar{\tau}}{R^2}$, $\bar{\tau} \in [0, \tau_0]$, $U = \frac{U_0 - \bar{U}}{U_0}$, $T = \frac{\bar{t} - t_0}{t_0}$ (рискою відмічені розмірні величини); Δ – оператор Лапласа; ε_ϕ – критерій фазового перетворення; n – зовнішня нормаль до $\partial\Omega$; a – коефіцієнт теплопровідності; R – постійна, яка має розмірність довжини; U_0 , t_0 – початкові вологовміст і температура; Fo – критерій Фур’є, Pn – критерій Поснова; Lu – критерій Ликова; Bi_q – тепловий критерій Біо; $Ki_m(Fo)$ – масообмінний критерій Кірпічова (залежний від критерію Фур’є Fo).

Параметр зв’язності ε ($\varepsilon = \varepsilon_\phi Ko$), який входить в перше рівняння системи (1), характеризує взаємодію полів вологи і температури ($\varepsilon < 0$).

Замінімо в (1) похідні за критерієм Fo різнцевими аналогами

$$\frac{\partial T(x, Fo)}{\partial Fo} = \frac{T(x, Fo_k) - T(x, Fo_{k-1})}{h_{Fo}},$$

$$\frac{\partial U(x, Fo)}{\partial Fo} = \frac{U(x, Fo_k) - U(x, Fo_{k-1})}{h_{Fo}},$$

де $h_{Fo} = \frac{Fo_0}{N}$ – крок розбиття проміжку зміни критерію Fo ($Fo \in [0, Fo_0]$, $Fo_0 = \frac{a\tau_0}{R^2}$) на N частин, $Fo_k = kh_{Fo}$ ($k = 1, 2, \dots, N$).

Одержуємо послідовність стаціонарних межових задач (значення всіх величин в момент Fo_k будемо позначати верхнім індексом « k »).

$$\Delta T^{(k)} - \frac{1}{h_{Fo}} T^{(k)} = -\frac{1}{h_{Fo}} T^{(k-1)} + \frac{\varepsilon}{h_{Fo}} (U^{(k)} - U^{(k-1)}), \quad (3)$$

$$Lu\Delta U^{(k)} - \frac{1}{h_{Fo}} U^{(k)} = -\frac{1}{h_{Fo}} U^{(k-1)} + LuPn\Delta T^{(k)}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T^{(k)}}{\partial n} + Bi_q T^{(k)} = q_1^{(k)}, \quad x \in \partial\Omega, \quad (5)$$

$$\frac{\partial U^{(k)}}{\partial n} + Pn \frac{\partial T^{(k)}}{\partial n} = q_2^{(k)}, \quad x \in \partial\Omega, \quad (6)$$

$$T^{(0)} = 0, \quad U^{(0)} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

Тут введіть позначення $T^{(k)}(x) = T(x, kh_{Fo})$,

$$U^{(k)}(x) = U(x, kh_{Fo}),$$

$$q_1^{(k)} = Bi_q - (1 - \varepsilon_\phi) KoLuKi_m(k \cdot h_{Fo}), \quad q_2^{(k)} = Ki_m(k \cdot h_{Fo}).$$

У відповідності до методу малого параметра розв’язання межової задачі (3)–(6) на кожному фіксованому шарі Fo_k ($k = 1, 2, \dots, N$) будемо шукати у вигляді степеневих рядів по параметру ε :

$$T^{(k)} = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m T_m^{(k)}, \quad U^{(k)} = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m U_m^{(k)}. \quad (7)$$

Відмітимо, що коефіцієнти розв’язання $T_m^{(k)}$ і $U_m^{(k)}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) не залежать від ε , а $T_0^{(k)}$, $U_0^{(k)}$ – розв’язки при $\varepsilon = 0$. Шляхом підстановки (7) в (3)–(6) і порівняння коефіцієнтів при однакових степенях ε , одержуємо для визначення нульового наближення $T_0^{(k)}$, $U_0^{(k)}$ задачі

$$\Delta T_0^{(k)} - \frac{1}{h_{Fo}} T_0^{(k)} = -\frac{1}{h_{Fo}} T_0^{(k-1)}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_0^{(k)}}{\partial n} + Bi_q T_0^{(k)} = q_1^{(k)}, \quad x \in \partial\Omega$$

та

$$Lu\Delta U_0^{(k)} - \frac{1}{h_{Fo}} U_0^{(k)} = -\frac{1}{h_{Fo}} U_0^{(k-1)} + LuPn\Delta T_0^{(k)}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial U_0^{(k)}}{\partial n} - Pn \frac{\partial T_0^{(k)}}{\partial n} = q_2^{(k)}, \quad x \in \partial\Omega,$$

$$T^{(0)} = 0, \quad U^{(0)} = 0.$$

Подальші наближення $T_m^{(k)}$, $U_m^{(k)}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) знаходяться як розв’язки задач

$$\Delta T_m^{(k)} - \frac{1}{h_{Fo}} T_m^{(k)} = \frac{1}{h_{Fo}} (U_{m-1}^{(k)} - \gamma_m U^{(k-1)}), \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_m^{(k)}}{\partial n} + Bi_q T_m^{(k)} = 0, \quad x \in \partial\Omega$$

та

$$Lu\Delta U_m^{(k)} - \frac{1}{h_{Fo}} U_m^{(k)} = LuPn\Delta T_m^{(k)}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial U_m^{(k)}}{\partial n} - Pn \frac{\partial T_m^{(k)}}{\partial n} = 0, \quad x \in \partial\Omega,$$

$$T^{(0)} = 0, \quad U^{(0)} = 0, \quad \gamma_m = \begin{cases} 1, & m=1 \\ 0, & m>1 \end{cases}.$$

Замітимо, що верхнім індексом «k» позначається відповідність розглядуваних величин k-тому шару за критерієм Fo, а нижнім індексом «m» – місце тих же величин в розвиненнях в ряди по степеням ε для вологовмісту і температури.

Для побудови наближеного розв'язку межових задач (10), (11) використаємо метод R-функцій, а саме, запишемо структурні формули для коефіцієнтів розвинення температури $T_m^{(k)}$ та вологовмісту $U_m^{(k)}$ у такому вигляді, щоб відповідні межові умови задовольнялися точно. Структура розв'язку для задачі (10) має вигляд:

$$T_m^{(k)} = \Phi_m^{(k)} - \omega D_1 \Phi_m^{(k)} - \omega (Bi_q \Phi_m^{(k)} - \delta_m q_1^{(k)}), \quad (12)$$

а для задачі (11) записується так:

$$U_m^{(k)} = \Psi_m^{(k)} - \omega D_1 \Psi_m^{(k)} - \omega (Pn D_1 T_m^{(k)} - \delta_m q_2^{(k)}), \quad (13)$$

$$\delta_m = \begin{cases} 1, & m=0, \\ 0, & m \geq 1. \end{cases}$$

Тут $\Phi_m^{(k)}$, $\Psi_m^{(k)}$ – довільні компоненти структур (12) і (13) відповідно, при будь-якому виборі яких межові умови задовольняються точно. Функція $\omega(x)$ є лівою частиною нормалізованого до першого порядку рівняння межі $\partial\Omega$ та має такі властивості:

$$\omega > 0 \text{ в } \Omega, \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial n} = -1 \text{ на } \partial\Omega.$$

Оператор D_1 визначається формулою:

$$D_1 = \frac{\partial \omega}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial \omega}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_2}$$

і є продовженням оператора $\frac{\partial}{\partial n}$ в Ω , а його змінні коефіцієнти $\frac{\partial \omega}{\partial x_1}$ та $\frac{\partial \omega}{\partial x_2}$ перетворюються на $\partial\Omega$ в напрямні косинуси нормалі, а саме:

$$\cos(n, x_1) = \frac{\partial \omega}{\partial x_1}, \quad \cos(n, x_2) = \frac{\partial \omega}{\partial x_2}.$$

Для побудови функції $\omega(x)$ скористаємось R-операціями [5]:

$$x \wedge_0 y = x + y - \sqrt{x^2 + y^2} \text{ – R-кон'юнкція,}$$

$$x \vee_0 y = x + y + \sqrt{x^2 + y^2} \text{ – R-диз'юнкція,}$$

$$\bar{x} = -x \text{ – R-заперечення.}$$

Так для області Ω , зображеної на рис. 1, функція $\omega(x)$ може бути за допомогою R-операцій записана в такій послідовності [8].

Спочатку, виходячи із загального вигляду області Ω , будемо предикатне рівняння цієї області:

$$\Omega = (\Omega_1 \wedge \bar{\Omega}_2) \wedge (\Omega_3 \vee \bar{\Omega}_4), \quad \Omega = \begin{cases} 1, & x \in \Omega \\ 0, & x \notin \Omega \end{cases},$$

де $\wedge, \vee, \bar{}$ – символи операцій алгебри логіки [9]; $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ – опорні області, які визначаються формулами:

$$\Omega_1 \equiv (R^2 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0) \text{ (круг радіуса } R \text{ з центром на початку координат);}$$

$$\Omega_2 \equiv (r^2 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0) \text{ (круг радіуса } r \text{ з центром на початку координат);}$$

$$\Omega_3 \equiv (x_2 - x_1 \geq 0) \text{ (півплощина вище прямої } x_2 = x_1);$$

$$\Omega_4 \equiv (x_1 + x_2 \geq 0) \text{ (півплощина вище прямої } x_2 = -x_1).$$

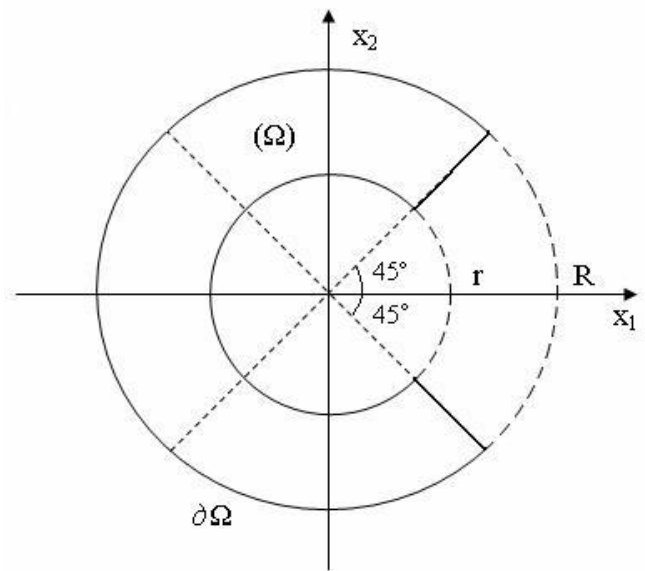


Рис. 1. Загальний вигляд області Ω

Далі логічні символи замінимо відповідними символами R-операцій, а позначення опорних областей – їх аналітичним описом [10]. В результаті одержимо аналітичний вираз для функції $\omega(x)$, а саме:

$$\omega(x) = \left[(R^2 - x_1^2 - x_2^2) \wedge_0 (x_1^2 + x_2^2 - r^2) \right] \wedge_0 \left[(x_2 - x_1) \vee_0 (-(x_1 + x_2)) \right].$$

Одержана функція $\omega(x)$ задовольняє умові:

$$\omega > 0 \text{ в } \Omega, \quad \omega = 0 \text{ на } \partial\Omega.$$

Для того, щоб забезпечити нормалізованість для цієї функції ($|\nabla \omega| = 1$ на $\partial\Omega$), необхідно, щоб рівняння відповідних опорних областей були також нормалізованими. Для таких ліній, як коло і пряма,

нормалізація забезпечується введенням для рівнянь постійних множників. Для розглядуваних опорних областей маємо:

$$\Omega_1 \equiv \left[\frac{1}{2R} (R^2 - x_1^2 - x_2^2) \wedge \frac{1}{2r} (x_1^2 + x_2^2 - r^2) \right] \wedge_0 \wedge_0 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (x_2 - x_1) \vee \left(\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} (x_1 + x_2) \right) \right) \right] = 0.$$

Невизначені компоненти $\Phi_m^{(k)}$, $\Psi_m^{(k)}$ будемо представляти у вигляді розвинень по елементам деяких повних систем функцій (наприклад [11], степеневих поліномів, поліномів Чебишева, сплайнів):

$$\Phi_m^{(k)} = \sum_{i=1}^{N_1} C_{i,m}^{(k)} \xi_i(x),$$

$$\Psi_m^{(k)} = \sum_{i=1}^{N_2} d_{i,m}^{(k)} \eta_i(x). \quad (14)$$

Коефіцієнти $C_{i,m}^{(k)}$, $d_{i,m}^{(k)}$ будемо знаходити шляхом пошуку мінімуму відповідних функціоналів [12] (для задач (8), (10)):

$$J_1(T_m^{(k)}) = \iint_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial T_m^{(k)}}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial T_m^{(k)}}{\partial x_2} \right)^2 + \frac{1}{h_{Fo}} (T_m^{(k)})^2 - 2T_m^{(k)} F_m^{(k)} \right] d\Omega + \int_{\partial\Omega} [Bi_q (T_m^{(k)})^2 - 2\delta_m T_m^{(k)} q_1^{(k)}] d(\partial\Omega), \quad (15)$$

$$F_m^{(k)} = \begin{cases} \frac{1}{h_{Fo}} T_m^{(k-1)}, & m = 0 \\ -\frac{1}{h_{Fo}} (U_{m-1}^{(k)} - \gamma_m U^{(k-1)}), & m > 0 \end{cases}$$

та (для задач (9), (11))

$$J_2(U_m^{(k)}) = \iint_{\Omega} \left[Lu \left(\frac{\partial U_m^{(k)}}{\partial x_1} \right)^2 + Lu \left(\frac{\partial U_m^{(k)}}{\partial x_2} \right)^2 + \frac{1}{h_{Fo}} (U_m^{(k)})^2 - 2U_m^{(k)} G_m^{(k)} \right] d\Omega - 2 \int_{\partial\Omega} [\delta_m T_m^{(k)} q_1^{(k)}] d(\partial\Omega), \quad (16)$$

$$G_m^{(k)} = \begin{cases} \frac{1}{h_{Fo}} U_m^{(k-1)} - LuPn\Delta T_0^k, & m = 0, \\ -LuPn\Delta T_m^k, & m > 0. \end{cases}$$

В подальшому випишемо алгоритм пошуку коефіцієнтів $C_{i,m}^{(k)}$ та $d_{i,m}^{(k)}$ розвинень (14) [13]. Розвинення для $T_m^{(k)}$ та $U_m^{(k)}$ із (14) підставимо відповідно в формули (12) і (13). Одержимо координатні послідовності:

$$T_m^{(k)} = \phi_{0,m}^{(k)} + \sum_{i=1}^{N_1} C_{i,m}^{(k)} \phi_i, \quad (17)$$

$$\phi_{0,m}^{(k)} = \delta_m \omega q_1^{(k)},$$

та

$$\phi_i = \xi_i - \omega D_1 \xi_i - Bi_q \omega \xi_i$$

$$U_m^{(k)} = f_{0,m}^{(k)} + \sum_{i=1}^{N_1} d_{i,m}^{(k)} f_i, \quad (18)$$

$$f_{0,m}^{(k)} = \delta_m \omega q_2^{(k)} + Pn\omega D_1 T_m^{(k)},$$

$$f_i = \eta_i - \omega D_1 \eta_i.$$

Функції $\phi_{0,m}^{(k)}$, $f_{0,m}^{(k)}$ задовольняють неоднорідним межовим умовам (8), (10) і (9), (11) відповідно, а ϕ_i , f_i – відповідним однорідним.

Реалізація умови мінімуму функціоналу (15) на множині функцій (17) призводить до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів розвинень $C_{i,m}^{(k)}$:

$$\sum_{i=1}^{N_1} a_{ji} C_{i,m}^{(k)} = b_{j,m}^{(k)}, \quad j = 1, 2, \dots, N_1, \quad (19)$$

де

$$a_{ij} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial x_1} \frac{\partial \phi_i}{\partial x_1} + \frac{\partial \phi_j}{\partial x_2} \frac{\partial \phi_i}{\partial x_2} + \frac{1}{h_{Fo}} \phi_j \phi_i \right) d\Omega + Bi_q \int_{\partial\Omega} \phi_j \phi_i d(\partial\Omega)$$

$$b_{j,m}^{(k)} = - \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \phi_{0,m}^{(k)}}{\partial x_1} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_1} + \frac{\partial \phi_{0,m}^{(k)}}{\partial x_2} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_2} + \frac{1}{h_{Fo}} \phi_{0,m}^{(k)} \phi_j - F_m^{(k)} \phi_j \right) d\Omega - Bi_q \int_{\partial\Omega} (\phi_{0,m}^{(k)} \phi_j - \delta_m q_1^{(k)} \phi_j) d(\partial\Omega).$$

Виконуючи аналогічні дії відносно функціоналу (16) з урахуванням розвинень (18), одержимо нову систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів розвинень $d_{i,m}^{(k)}$:

$$\sum_{i=1}^{N_1} e_{ji} d_{i,m}^{(k)} = p_{j,m}^{(k)}, \quad j = 1, 2, \dots, N_1, \quad (20)$$

$$e_{ij} = \iint_{\Omega} \left(Lu \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_1} \frac{\partial f_i}{\partial x_1} + \frac{\partial f_j}{\partial x_2} \frac{\partial f_i}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{h_{Fo}} f_j f_i \right) d\Omega,$$

$$p_{j,m}^{(k)} = \iint_{\Omega} \left(Lu \left(\frac{\partial f_{0,m}^{(k)}}{\partial x_1} \frac{\partial f_j}{\partial x_1} + \frac{\partial f_{0,m}^{(k)}}{\partial x_2} \frac{\partial f_j}{\partial x_2} \right) + G_m^{(k)} f_j \right) d\Omega + \delta_m \int_{\partial\Omega} q_2^{(k)} f_j d(\partial\Omega).$$

5. Результати дослідження

Аналізуючи матриці коефіцієнтів і праві частини системи лінійних алгебраїчних рівнянь (19) та (20), можна замітити наступне:

1. Коефіцієнти $a_{i,j}$ і $e_{i,j}$ ($i, j = 1, 2, \dots, N_1$) формуються з елементів координатних послідовностей, які задовольняють лише однорідним межовим умовам і не залежать від індексів « m » і « k », а тому обчислюються один раз на початку обчислювального процесу, тобто при $k = 1$ і $m = 0$.

2. Коефіцієнти $b_{j,m}^{(k)}$ і $p_{j,m}^{(k)}$, які складають праві частини систем (19) і (20) відповідно, обчислюються на кожному шарі Fo_k ($k=1,2,\dots,N$) і кожному наближені m ($m=0,1,2,\dots$).

Оптимальну товщину шару h_{Fo} , а також кількість наближень m для одержання температури $T(x)$ і вологовмісту $U(x)$ достатньої точності можна встановити в результаті проведення чисельних експериментів. Всі коефіцієнти систем (19) і (20) знаходяться при обчисленні інтегралів як по області Ω , так і по контуру $\partial\Omega$. Такі обчислення можна ефективно здійснювати з використанням квадратурних формул Гауса заданого порядку.

6. Висновки

Запропоновано розвиток методу R-функцій сумісно з методом малого параметра стосовно до розв'язання задач тепло та масообміну. Отримано наближений розв'язок задачі про розподіл температури і вологовмісту в капілярно-пористому циліндричному тілі при межових умовах третього роду. Отриманий розв'язок можна використати для з'ясування механізму процесу тепломасообміну під час зневоднення вологої сировини.

Література

1. Kumar, A. V. Implicit boundary method for finite element analysis using non-conforming mesh or grid [Text] / A. V. Kumar, S. Padmanabhan, R. Burla // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2008. – Vol. 74, Issue 9. – P. 1421–1447. doi: 10.1002/nme.2216
2. Демьянов, В. Ф. О прямых методах решения вариационных задач [Текст] / В. Ф. Демьянов, Г. Ш. Тамасян // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2010. – Т. 16, № 5. – С. 36–47.
3. Trefethen, L. N. Numerical Analysis [Text] / L. N. Trefethen // Princeton Companion of Mathematics. – Princeton University Press. – 2006. – 20 p.
4. Dey, T. K. Provable surface reconstruction from noisy samples [Text] / T. K. Dey, S. Goswami // Proceedings of the twentieth annual symposium on computational geometry – SCG '04. – 2004. doi: 10.1145/997817.997867
5. Рвачев, В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения [Текст] / В. Л. Рвачев. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.
6. Shapiro, V. Semi-analytic geometry with R-Functions [Text] / V. Shapiro // Acta Numerica. – 2007. – Vol. 16. – P. 239. doi: 10.1017/s096249290631001x
7. Лыков, А. В. Теория тепло- и массопереноса [Текст] / А. В. Лыков, Ю. А. Михайлов. – Москва – Ленинград: Государственное энергетическое издательство, 1963. – 535 с.
8. Максименко-Шейко, К. В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов в 3D по информации в 2D [Текст] / К. В. Максименко-Шейко, Т. И. Шейко // Вісник Запорізького національного університету. – 2010. – № 1. – С. 98–104.

9. Balabanian, N. Digital logic design principles [Text] / N. Balabanian, B. Carlson. – John Wiley & Sons, Inc., 2001. – P. 39–40.

10. Максименко-Шейко, К. В. R-функции и обратная задача аналитической геометрии в трехмерном пространстве [Текст] / К. В. Максименко-Шейко, А. М. Мачевитый, А. В. Толок, Т. И. Шейко // Информационные технологии. – 2007. – № 10. – С. 23–32.

11. Hernandez, M. A. Chebyshev's approximation algorithms and applications [Text] / M. A. Hernandez // Computers & Mathematics with Applications. – 2001. – Vol. 41, Issue 3-4. – P. 433–445. doi: 10.1016/s0898-1221(00)00286-8

12. Михлин, С. Г. Вариационные методы в математической физике [Текст] / С. Г. Михлин. – М.: Наука, 1970. – 512 с.

13. Лобанова, Л. С. Нестационарные динамические задачи термоупругости в двухмерных областях [Текст] / Л. С. Лобанова, Н. С. Синекор // Проблемы машиностроения. – 2001. – Т. 4, № 1-2. – С. 108.

References

1. Kumar, A. V., Padmanabhan, S., Burla, R. (2008). Implicit boundary method for finite element analysis using non-conforming mesh or grid. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 74 (9), 1421–1447. doi: 10.1002/nme.2216
2. Dem'janov, V. F., Tamajjan, G. Sh. (2010). O prjamyh metodah reshenija variacionnyh zadach. Trudy instituta matematiki i mehaniki UrO RAN, 16 (5), 36–47.
3. Trefethen, L. N. (2006). Numerical Analysis. Princeton Companion of Mathematics. Princeton University Press, 20.
4. Dey, T. K., Goswami, S. (2004). Provable surface reconstruction from noisy samples. Proceedings of the Twentieth Annual Symposium on Computational Geometry – SCG'04. doi: 10.1145/997817.997867
5. Rvachev, V. L. (1982). Teorija R-funkcij i nekotorye ee prilozhenija. Kiev: Nauk. dumka, 552.
6. Shapiro, V. (2007). Semi-analytic geometry with R-functions. Acta Numerica, 16, 239. doi: 10.1017/s096249290631001x
7. Lykov, A. V., Mihajlov, Ju. A. (1963). Teorija teplo- i massoperenosa. Moscow – Leningrad: Gosudarstvennoe jenergeticheskoe izdatel'stvo, 535.
8. Maksimenko-Shejko, K. V., Shejko, T. I. (2010). R-funkcii v matematicheskom modelirovanii geometricheskikh ob'ektov v 3D po informacii v 2D. Visnik Zaporiz'kogo nacional'nogo universitetu, 1, 98–104.
9. Balabanian, N., Carlson, B. (2001). Digital logic design principles. John Wiley & Sons, Inc., 39–40.
10. Maksimenko-Shejko, K. V., Macevityj, A. M., Tolok, A. V., Shejko, T. I. (2007). R-funkcii i obratnaja zadacha analiticheskoy geometrii v trehmernom prostranstve. Informacionnye tehnologii, 10, 23–32.
11. Hernandez, M. A. (2001). Chebyshev's approximation algorithms and applications. Computers & Mathematics with Applications, 41 (3-4), 433–445. doi: 10.1016/s0898-1221(00)00286-8
12. Mihlin, S. G. (1970). Variacionnye metody v matematicheskoy fizike. Moscow: Nauka, 512.
13. Lobanova, L. S., Sinekor, N. S. (2001). Nestacionarnye dinamicheskie zadachi termouprugosti v dvuhmernyh oblastjah. Problemy mashinostroenija, 4 (1-2), 108.

Дата надходження рукопису 18.02.2016

Погожих Микола Іванович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри, кафедра фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі, вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051
E-mail: m.pogozhikh@hduht.edu.ua

Синскоп Микола Сергійович, доктор технічних наук, професор, кафедра фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі, вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051
E-mail: m.sinekop@hduht.edu.ua

Торяник Дмитро Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, кафедра фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі, вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051
E-mail: datory@gmail.com

Пак Андрій Олегович, кандидат технічних наук, доцент, кафедра фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі, вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051
E-mail: a.pak@hduht.edu.ua

УДК 621.372.542

DOI: 10.15587/2313-8416.2016.64798

ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫЕ СЕТИ НА БАЗЕ ПРОТОКОЛА OPENFLOW И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

© Ю. Ю. Коляденко, Е. Э. Белоусова

В статье был осуществлен обзор нового стандарта OpenFlow, освещены его главные характеристики, объяснены принципы функционирования, особенности архитектуры и отмечены преимущества объединенной эксплуатации протокола с программно-конфигурируемыми сетями. Были также отмечены главные достоинства использования в современных сетях с максимальной пропускной способностью бесперебойных и легких в эксплуатации коммутаторов протокола OpenFlow

Ключевые слова: телекоммуникационная сеть, протокол OpenFlow, пропускная способность, загруженность каналов, коммутаторы OpenFlow

The review of new OpenFlow standard was carried out in the article, its main descriptions were revealed, principles of functioning and features of architecture were explained and advantages of the incorporated exploitation of protocol with the program-configurable networks are marked. Main advantages of the use of trouble-free and easy in exploitation switchboards of OpenFlow protocol in modern networks with the maximal carrying capacity were also marked

Keywords: telecommunications network, OpenFlow protocol, carrying capacity, work load of channels, OpenFlow switchboards

1. Введение

Современное состояние информационных технологий связи находится в непрерывном развитии, объясняющимся ужесточением запросов к качеству передачи и как следствие, к сетям их реализующим. С каждым днем число пользователей вырастает на несколько десятков, а то и сотен единиц. Это требует от операторов необходимости принимать скорые решения по масштабируемости и гибкости сети, чтобы она могла справляться с увеличенными нагрузками и предоставляла качественный сервис пользователям.

Таким образом, устаревшие сети уже не справляются с повышенными требованиями успешной эксплуатации и увеличенной нагрузкой. Также они не могут предоставить желаемую скорость передачи и необходимую пропускную способность канала. Кроме этого с каждым годом значительно возрастает в несколько раз количество разнообразных мобильных устройств, доступных для пользования широкими слоями населения, что приводит к тому, что

количество пользователей увеличивается в геометрической прогрессии.

Как следствие, вырастают объемы передаваемого по каналам трафика. При этом не следует забывать, что трафик бывает различных видов и сеть должна успевать справляться со всеми полученными пакетами, не допуская их потери, искажения или ошибочной передачи не тому пользователю. Поэтому компьютерные сети с каждым годом становятся все более сложными, что приводит к увеличению затрат на их построение и эксплуатацию. Выходом из такого положения может стать использование программно-конфигурируемых сетей (ПКС), в особенности технологии SDN.

SDN не нуждается в увеличении числа сетевых элементов или же закупок усовершенствованных коммутаторов. Эта технология предлагает реализацию сетей, в основе которых лежат программные платформы, которые легко администрировать и вносить коррективы в управление операторам. Таким образом, при посредничестве специально созданных программных приложений можно обеспечить опти-