

5. Shapiro, L. G., Stockman, G. C. (2001). Computer Vision. N. J.: Prentice Hall, Upper Saddle River, 608.
6. Simankov, V. S., Lutsenko, E. V. (1999). Adaptive control of complex systems based on the theory of pattern recognition. Krasnodar: Tech. University Cuban. state Indus. University press, 318.
7. Gorda, E. (2010). Identification of defect type "crack" in the optical range. The Mountain. building, road and reclamation machines. Kyiv: KNUBA, 74, 89–93.
8. Gorda, E. (2014). Simulation metrics in the space of a digital image defect type "crack". Managing the development of complex systems. Kyiv: KNUBA, 17, 112–120.
9. Oxtoby, J. (1977). Measure and category. Moscow: Peace, 158.
10. Aleksandrov, P. S. (1977). Introduction to set theory and General topology. Moscow: Nauka, 368.
11. Borisovich, Yu., Bliznakov, N., Izrailevich, Y., Fomenko, T. (1995). Introduction to topology. Moscow: Nauka, Fizmatlit, 416.
12. Halmos, P. (1953). Measure theory. Moscow: Foreign literature publishing house, 282.
13. Ryshkov, S. S., Maltsev, A. A. (2002). Discrete geometry and geometry of numbers. Moscow: Nauka, 335.
14. Bobenko, A. I., Suris, Y. B. (2010). Discrete differential geometry. Integrable structure. Moscow: Publishing house: "SIC "Regular and chaotic dynamics", Institute of computer science," 488.
15. Lukin, A. (2007). Introduction to digital signal processing (mathematical foundations). Laboratory computer graphics and multimedia, Moscow state University. Moscow, 54.
16. Fu, K. (1977). Structural methods in pattern recognition. Moscow: Mir, 320.

*Рекомендовано до публікації д-р техн. наук, професор Михайленко В. М.
Дата надходження рукопису 14.03.2016*

Горда Олена Володимирівна, кандидат технічних наук, доцент, кафедра "Інформаційні технології проектування і прикладної математики", Київський національний університет будівництва і архітектури, пр. Повітрофлотський, 51, м. Київ, Україна, 03680
E-mail: anaalg@ukr.net

Пузько Олексій Олександрович, аспірант, кафедра "Інформаційні технології проектування і прикладної математики", Київський національний університет будівництва і архітектури, пр. Повітрофлотський, 51, м. Київ, Україна, 03680
E-mail: mozgji@gmail.com

УДК 663.1

DOI: 10.15587/2313-8416.2016.67275

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІКИ ПЕРЕМІШУЮЧОГО ПРИБОРУ З МАГНІТНИМ ПРИВОДОМ

© С. І. Костик, Л. І. Ружинська, В. Ю. Шибецький, О. О. Ревтов

Дана стаття присвячена математичному моделюванню гідродинаміки при використанні перемішуючого пристрою з магнітним приводом. В статті наведені математичні залежності, які описують характер руху рідини і дозволяють визначити складові швидкостей. Знайдена залежність товщини приграничного шару рідини біля перемішуючого пристрою, визначено крутний момент мішалки і потужність, яка витрачається на перемішування

Ключові слова: перемішуючий пристрій з магнітним приводом, гідродинаміка, поле швидкостей

This article is devoted to mathematical simulation of hydrodynamics using a mixing device with magnetic drive. The article contains mathematical formulas describing the motion of fluids and allows to determine the compounds of velocities. Dependence of thickness of near-boundary liquid layer near the mixing device was found, stirrer's torsion torque and the power for mixing process were determined

Keywords: mixing device with magnetic drive, hydrodynamics, field of velocities

1. Вступ

Технологічне обладнання, яке використовується при виробництві лікарських засобів чи мікробіологічних препаратів, являє собою складні і дорогі технічні системи, експлуатація яких пов'язана з різноманітними ризиками [1].

Сучасні конструкції ферментерів мають ряд специфічних недоліків:

- порушення асептичності в місцях входу валу в апарат (ущільнення);
- під час перемішування утворюються високо-турбулентні зони та зони застою, що є причиною не-

рівномірного підводу поживних речовин до клітин і поганого відводу метаболітів;

- пошкодження клітини пов'язане з виникненням потоків рідини великої енергії (гідравлічні удари, напруження зсуву);

- виникнення градієнтів температур в об'ємі апарату внаслідок нерівномірного перемішування, які глибоко впливають на клітини.

Деякі з цих недоліків можна ліквідувати шляхом використання перемішуючого пристрою з магнітним приводом. В такому апараті немає необхідності вводити вал через стінку, оскільки мішалка приводиться в рух силами магнітної взаємодії, а отже зникає потреба у використанні ущільнення, яке не може гарантувати умови асептичності. На даному етапі інформація стосовно досліджень в області перемішуючих пристроїв з магнітним приводом у відкритій літературі майже відсутня, тому необхідно ретельно розглянути апаратне забезпечення процесу перемішування та механізм гідромеханічних потоків, що сприяють утворенню воронки.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

2.1. Теоретичні основи утворення центральної воронки

Внаслідок ряду недоліків використання звичайних механічних перемішуючих пристроїв в асептичному виробництві, наразі все ширшого застосування набувають мішалки з магнітним приводом.

Перемішуючий пристрій з магнітним приводом, поміщений в центрі посудини, викликає обортовий рух усього об'єму рідини. При малих числах обертів цей рух приводить до невеликого зниження рівня рідини поблизу валу. Зі збільшенням числа оборотів воронка поступово заглиблюється, досягає мішалки, а в граничному випадку й днища посудини. Перемішування при утворенні воронки пов'язане з рядом труднощів, тому нижче наводиться опис умов, що викликають появу воронки її вплив на процес [2].

2.2. Геометрія і форма воронки механічних перемішуючих пристроїв

Якщо в посудині не встановлені перегородки, то при високому числі обертів мішалки умови руху рідини в посудині наближаються до умов так званого вихору Ренкіна. Аналізуючи розподіл кутових швидкостей у рідині й приймаючи кілька спрощень, можна вивести рівняння, що визначає форму поверхні при утворенні воронки [3–5].

Виводячи формулу виходять із наступних міркувань (рис. 1): у посудині радіусом R , заповненій рідиною до висоти H_0 , поміщена прямокутна мішалка радіусом r_m і шириною b , що обертається з кутовою швидкістю ω . Якщо знехтувати в'язкістю рідини, то кутову швидкість потоку, що стікає з мішалки, можна вважати рівною кутовій швидкості мішалки. Передбачається, що об'єм рідини, що обертається зі швидкістю мішалки, має форму циліндра. Радіус цього циліндра r_c менше радіуса мішалки r_m .

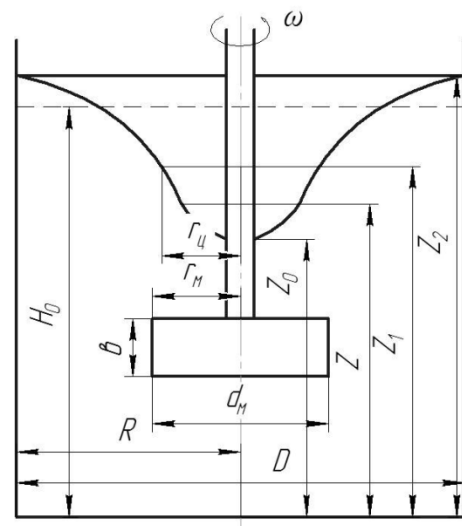


Рис. 1. Схема утворення воронки

3. Мета дослідження

Мета досліджень – встановити залежності потужності, що витрачається на перемішування, від частоти обертання мішалки з магнітним приводом та проаналізувати геометрію воронки провівши моделювання гідродинаміки.

Предмет досліджень – процес перемішування рідких середовищ за допомогою перемішуючого пристрою з магнітним приводом.

Об'єкт досліджень – перемішуючий пристрій з магнітним приводом.

4. Фізична і математична модель процесу перемішування

Для того, щоб описати фізичну модель процесу перемішування за допомогою перемішуючого пристрою з магнітним приводом необхідно скористатись системами рівнянь Нав'є-Стокса. Вирішення системи рівнянь Нав'є-Стокса може бути здійснено у випадку руху рідини біля циліндра, який рівномірно обертається із кутовою швидкістю ω , навколо осі z , яка проходить через середній по довжині циліндра переріз, перпендикулярно до його осі [6–8]. Розрахункова схема перемішуючого пристрою представлена на рис. 2.

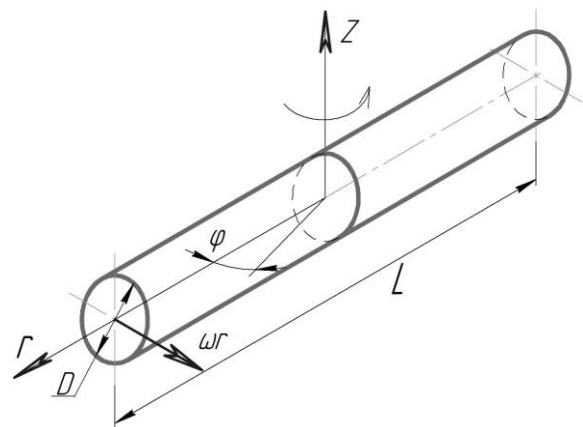


Рис. 2. Розрахункова схема магнітного перемішуючого пристрою

Для визначення характеру руху рідини біля циліндра, що обертається, вибираємо циліндричну систему координат. Швидкість має три складових: в радіальному напрямку – r , в коловому напрямку – ϕ і в осьовому напрямку – z . Позначимо проєкції вектора швидкості на координатні осі r, ϕ, z відповідно W_r, W_ϕ, W_z .

Враховуючи осьову симетрію руху рідини запишемо рівняння Нав'є-Стокса для циліндричної системи координат [9, 10]:

$$\begin{aligned} W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} - \frac{W_\phi^2}{r} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial z} &= \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 W_r}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W_r}{r} \right) + \frac{\partial^2 W_r}{\partial z^2} \right]; \\ W_r \frac{\partial W_\phi}{\partial r} + \frac{W_r \cdot W_\phi}{r} + W_z \frac{\partial W_\phi}{\partial z} &= \\ &= \nu \left[\frac{\partial^2 W_\phi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W_\phi}{r} \right) + \frac{\partial^2 W_\phi}{\partial z^2} \right]; \\ W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial z} &= \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 W_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2} \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Рівняння суцільності (неперервності) має вигляд [9, 10]:

$$\frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{W_r}{r} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

Для визначення товщини приграничного шару використовується рівняння рівноваги елементарного об'єму рідини над циліндром, що обертається:

$$\delta \approx 2 \sqrt{\frac{\nu}{\omega} \cdot \operatorname{tg} \psi}. \quad (3)$$

5. Визначення потужності, що витрачається на обертання циліндра

Потужність, яка витрачається на обертання циліндра визначаємо з урахуванням припущення, що вона витрачається на подолання сил тертя [7, 8].

$$N = M_{кр} \cdot \omega. \quad (4)$$

Крутний момент, що створює циліндр при обертанні:

$$M_{кр} = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} \tau_{cm} \cdot \cos \psi \cdot \sqrt{2\pi \cdot R} \cdot dr \cdot r. \quad (5)$$

Після інтегрування виразу (5), отримаємо:

$$M_{кр} = \frac{1}{24} \rho \cdot \omega^2 \cdot l^3 \cdot \left[\frac{(R + \delta)^2 - R^2}{R} \right] \cdot \operatorname{ctg} \psi. \quad (6)$$

Для інтегрування системи (1) доцільно ввести замість z , безрозмірну відстань від стінки $\zeta \cong \frac{z}{\delta}$.

Надалі, приймаємо, що складові швидкості і тиску визначаються за формулами:

$$\begin{cases} W_r = r \cdot \omega \cdot F(\zeta), W_\phi = \\ = r \cdot \omega \cdot G(\zeta), W_z = \sqrt{\nu \cdot \omega} \cdot H(\zeta); \\ p = p(z) = \rho \cdot \nu \cdot \omega \cdot P(\zeta). \end{cases} \quad (7)$$

Після підстановки цих виразів W_r, W_ϕ, W_z, p в рівняння (1) ми отримаємо для визначення чотирьох невідомих функцій F, G, H, P в наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} 2F + H' = 0; \\ F^2 + F'H - G^2 - F'' = 0; \\ 2FG + HG' - G'' = 0; \\ P' + HH' - H'' = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Граничні умови:

$$\text{при } \zeta = 0 \Rightarrow \begin{cases} F = 0; \\ G = 1; \\ H = 0, \\ P = 0. \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{при } \zeta = \infty \Rightarrow \begin{cases} F = 0; \\ G = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Рішення даної системи диференціальних рівнянь було здійснено Кохреном, який визначив значення функцій F, G, H, P методом чисельного інтегрування, що дає нам змогу вирішити систему диференціальних рівнянь (1) за допомогою пакету MathCad14.

6. Результати дослідження

За отриманими масивами даних було побудовано криві поля швидкостей в радіальному, коловому і осьовому напрямку: W_r, W_ϕ, W_z (див. рис. 3).

При розгляді залежності швидкості руху рідини відносно осі r , в апараті з мішалкою із магнітним приводом видно, що швидкість поблизу поверхні перемішуючого пристрою постійна і близька до нуля, як і швидкість рідини, яка знаходиться на осі обертання.

Зміна швидкості по мірі віддалення від поверхні мішалки відбувається по параболічному закону. Максимальне значення швидкості $W_r = 4.752 \text{ м/с}$ досягається при максимальному віддаленні точки від осі обертання.

Швидкість W_ϕ із збільшенням відстані від поверхні мішалки поступово зменшується, а швидкість в напрямку радіуса r зростає за лінійним законом. Також варто зазначити, що швидкість поблизу осі обертання перемішуючого пристрою постійна і близька до нуля. Максимальне значення швидкості $W_\phi = 26.253 \text{ м/с}$ розвивається в точці максимально віддаленій від осі обертання і знаходиться на поверхні перемішуючого пристрою.

Швидкість в осьовому напрямку W_z від радіуса перемішуючого пристрою і відстані від його поверхні, для кутової швидкості обертання: $\omega = 315 \text{ рад/с}$. Швидкість спадає зі збільшенням відстані від поверхні перемішуючого пристрою. Ма-

ксимальне значення швидкості $W_z = -0.015 \text{ м/с}$, знак « \rightarrow » показує, що швидкість рідини направлена до днища апарата, що в свою чергу є причиною утворення воронки.

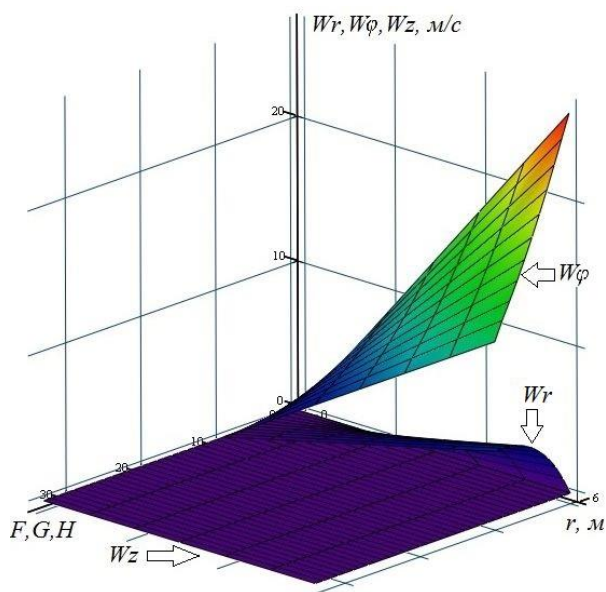


Рис. 3. Поля швидкостей W_r , W_ϕ , W_z

7. Висновки

1. Розроблена математична модель процесу перемішування мішалкою з магнітним приводом. Побудована математична і комп'ютерна модель адекватно описує гідродинамічну обстановку в апараті, що підтверджується збігом з експериментальними даними.

2. Теоретично визначені поля швидкості при перемішуванні магнітним перемішувачем. Аналіз полів швидкостей дозволяє стверджувати, що саме складова швидкості W_z відповідає за утворення воронки в апараті.

3. На основі розв'язку математичної моделі знайдена залежність товщини приграничного шару рідини біля перемішувача, що дало змогу визначити крутий момент мішалки, що обертається і в свою чергу визначити потужність, яка витрачається на перемішування.

Література

1. Лікарські засоби. Належна виробнича практика: СТ-Н МОЗУ 42-4.0:2015 [Текст]. – К.: ДП «ДНЦІЗ», 2015. – 319 с.

2. Стренк, Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками [Текст] / Ф. Стренк. – Л.: «Химия», 1975. – 384 с.

3. Штербачек, З. Перемешивание в химической промышленности [Текст] / З. Штербачек, П. Тауск. – Л.: ГХИ, 1963. – 416 с.

4. Иногамов, Н. А. Гидродинамика перемешивания [Текст] / Н. А. Иногамов, А. Ю. Демьянов, Э. Е. Сон. – М.: Изд-во МФТИ, 1999. – 464 с.

5. Брагинский, Л. Н. Гидродинамика перемешивания при турбулентном режиме [Текст] / Л. Н. Брагинский, В. И. Бегачев, В. М. Барабаш. – М.: Химия, 1984. – 273 с.

6. Касаткин, А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии [Текст] / А. Г. Касаткин. – М.: «Химия», 1973. – 752 с.

7. Павлов, К. Ф. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии [Текст]: уч. пос. / К. Ф. Павлов, П. Г. Романков, А. А. Носков. – Л.: Химия, 1987. – 576 с.

8. Тимофеев, В. Н. Прикладная магнитная гидродинамика [Текст]: уч. пос. / В. Н. Тимофеев, Е. А. Головенко. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2007. – 108 с.

9. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1969. – 728 с.

10. Черный, С. Г. Численное моделирование течений в турбомашинах. [Текст] / С. Г. Черный, Д. В. Чирков, В. Н. Лапин, В. А. Скороспелов, С. В. Шаров. – Новосибирск: Наука, 2006. – 202 с.

References

1. Medicines. Good manufacturing practice: ST-H Ministry of Health 42-4.0:2015 (2015). Kyiv: SE "DNTSLZ", 319.

2. Strenk, F. (1975). Mixing and equipment with stirrers. Lviv: GHI, 384.

3. Shtribachek, Z., Tausk, P. (1963). Mixing in chemical industry. Lviv: GHI, 416.

4. Inoghamov, N. A., Dem'janov, A. Ju., Son, Je. E. (1999). Hydrodynamics of mixing. Moscow: MFTI, 464.

5. Braghinskii, L. N., Begachev, V. I., Barabash, V. M. (1984). Hydrodynamics of mixing within the turbulent regime. Moscow: "Chimia", 273.

6. Kasatkin, A. G. (1973). Basic processes and apparatus of chemical technology. Moscow: "Chimia", 752.

7. Pavlov, K. F., Romankov, P. G., Noskov, A. A. (1987). Examples and tasks on the course of processes and apparatus of chemical technology. Lviv: "Chimia", 576.

8. Timofeev, V. N., Golovenko, E. A. (2007). Applied magnetic hydrodynamics. Krasnoyarsk: Siberian federal university, 108.

9. Schlichting, G. (1969). Boundary layer theory. Moscow: "Nauka", 728.

10. Cherniy, S. G., Chirkov, D. V., Lapin, V. N., Skorospelov, V. A., Sharov, S. V. (2006). Numerical simulation of flows in turbomachinery. Novosibirsk: "Nauka", 202.

Рекомендовано до публікації д-р техн. наук, професор Мельник В. М.
Дата надходження рукопису 15.03.2016

Шибецький Владислав Юрійович, кандидат технічних наук, асистент, кафедра біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056
E-mail: sjavva@mail.ru

Костик Сергій Ігорович, кандидат технічних наук, асистент, кафедра біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056
E-mail: kostykersergey@ukr.net

Ружинська Людмила Іванівна, кандидат технічних наук, доцент, кафедра біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056
E-mail: ruzhli@ukr.net

Ревтов Олексій Олександрович, кафедра біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056
E-mail: 3kingdomrat@gmail.com

УДК 004.942:004.021

DOI: 10.15587/2313-8416.2016.67616

МНОГОЦЕЛЕВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ОБЪЕКТОВ СО СВЯЗАННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА СКОЛЬЗЯЩЕГО ОКНА

© П. С. Швец, Д. А. Монова, В. В. Бондаренко, Е. А. Оборотова

Проанализированы проблемы, возникающие при многоцелевой оптимизации систем со слабо связанными аргументами. Предложен интегральный показатель эффективности решения подобных задач, представляющий собой сумму глубин оптимизации отдельных подсистем по единому слабо связанному аргументу. Разработан метод многоцелевой оптимизации систем со слабо связанными аргументами с помощью метода скользящего окна. Разработан метод оптимизации зоны связности систем со слабо связанными аргументами

Ключевые слова: многоцелевая оптимизация, зона связности, интегральный показатель эффективности, метод скользящего окна

The problems arising in multi-objective optimization of systems with loosely coupled arguments are analyzed. The integral indicator for efficiency of solving such problems is proposed. It is a sum of optimization levels of the individual subsystems for loosely coupled single argument. The multi-objective optimization method for systems with loosely coupled argument using the sliding window method is developed. The method for optimizing the connectivity zone of systems with loosely coupled arguments is developed

Keywords: multi-objective optimization, connectivity zone, integral efficiency index, sliding window method

1. Введение

Задачи многоцелевой оптимизации возникают практически во всех областях человеческой деятельности. Чаще всего они связаны с ограниченностью ресурсов и невозможностью максимально (оптимально) удовлетворить потребности отдельных составляющих оптимизируемых систем. Многочисленные внешние и внутренние ограничения лишь усугубляют создающиеся при этом трудности, снижая эффективность принимаемых решений [1].

Само понятие «эффективности» многоцелевой оптимизации связано с существованием связей между ее аргументами, – действительно, если аргументы не связаны, то ничто не мешает рассмотреть многоцелевую оптимизацию как множество одноцелевых, решение которых тривиально. В то же время, неоднозначность понятия «эффективность» заставляет прикладных математиков предварительно договариваться, какие методы расчета этой эффективности применять. Ведь существуют приложения, где даже такие традиционные и общепризнанные методы, как оптимизация по Парето, могут оказаться недостаточно эффективными.

Примером такого приложения являются задачи оптимизации систем со слабо связанными аргументами, в которых именно эта слабая связь является не просто дополнительным ограничением, а целью, непосредственно связанной с предметной областью, например, с технологией.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

В технических приложениях проблема связности аргументов возникает практически при любой попытке оптимизировать сложную систему. Чаще всего она возникает в процессе проектирования при решении обратных задач поиска наилучших параметров системы, удовлетворяющих, тем не менее, предъявляемым к ней требованиям [2]. Примерами такой связности могут служить соотношение скоростей вращения шлифовальных кругов, сидящих на одном валу (жесткая связь) [3], или магнитного поля статора и ротора асинхронного двигателя (слабая связь) [4]. Перечень существующих нежестких (слабых) связей в различных объектах может быть существенно расширен: это температуры внутри камеры одной металлургической печи [5], скорости движения ступеней и перил в эскалаторах [6, 7], параметры конструкции и технологии изготовления резинометаллических амортизаторов [8–10], параметры взаимодействия элементов в измерительных системах [11, 12] и многое другое.

Такие условия чаще всего накладывают дополнительные, зачастую, нежесткие связи между оптимизируемыми аргументами – параметрами объекта и среды, приводящие к существенным изменениям математических методов оптимизации в проектировании, особенно, автоматизированном, так как эти методы требуют большого объема компьютерных вычислений [13].