УДК 477.378.51:37.015.3
DOI: 10.15587/2519-4984.2025.345337

ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ В КУРСАХ МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

Т. Г. Войтік, С. О. Кирилов, Т. Г. Копєйкіна, О. В. Шурло

The article explores the theoretical foundations of the concept of the derivative, as well as its geometric and physical meaning, since the derivative is an important notion that shows how quickly a quantity changes. In mathematics, it represents the slope of the tangent to a curve, while in physics it reflects the rate of a process.
The article examines how exactly the derivative is used in mathematics and physics, and why it is considered an essential tool for studying various phenomena, as understanding derivatives is necessary for learning mathematical and physical disciplines.
It explains the concept of the derivative, how it can be represented graphically, and its significance in physics. Attention is given to the use of derivatives for solving mathematical problems: analyzing the behavior of functions, constructing tangents, finding maximum and minimum values, interpreting graphs, and resolving indeterminate forms using L'Hôpital's rule. The article highlights the applications of derivatives in physics, particularly for describing motion, determining instantaneous velocity and acceleration. It also emphasizes that derivatives are used to formulate the laws of dynamics (such as Newton's second law) and to describe various physical phenomena, including oscillations and radioactive decay.
The text underscores that understanding derivatives is essential for mastering engineering and physical sciences, as well as mathematics and physics in general. Derivatives are also used in studying theoretical mechanics, material resistance, hydraulic and hydrodynamic equations, thermal engineering, and electrical engineering.
Finally, it explains why students need to understand derivatives, as they form the foundation for studying mathematics and applying it in technical sciences and engineering
Keywords: *derivative, differentiation rules, tangent line, extremum, mathematical analysis, velocity, acceleration, physical laws*

How to cite:
Voitik, T., Kyrylov, S., Kopeykina, T. G., Shurlo, O. (2025). Application of the derivative function of a single variable in mathematics and physics courses in higher educational institutions. ScienceRise: Pedagogical Education, 4 (65), 22–26. http://doi.org/10.15587/2519-4984.2025.345337

© The Author(s) 2025
This is an open access article under the Creative Commons CC BY license

1. Вступ

Похідну можна вважати одної з фундаментальних тем у математиці. Вона допомагає зрозуміти, як все змінюється, використовується також у фізиці та інших науках [1]. Похідна показує, як швидко змінюються характеристики різних процесів, і допомагає розібратися в них. У математиці вона потрібна при вивченні функцій, показує їх поведінку. За допомогою похідної можливо знаходити найкращі рішення задач і розбиратися в кривих [2]. У фізиці похідна дає можливість визначити швидкість і прискорення руху. Тому вивчення похідної та її застосування є дуже важливим.

Похідна – це одна з важливих тем у математичному аналізі, яка сприяє розвитку математичного мислення. Дає знання, які потрібні інженерам, фізикам і математикам. Це як перехід від опису статичних речей до аналізу того, як ці речі змінюються. Похідна показує, як швидко одна величина змінюється відносно іншої. Це є важливим як для самої математики, так і для фізики, де закони описують, як швидко змінюються фізичні величини [3].

У математиці похідна допомагає вивченню властивостей функцій. Вона показує як можна визначити, де функція зростає або спадає, знайти найбільші та найменші значення, що важливо для розв'язання задач. Завдяки похідній вивчають криві, визначають кут нахилу дотичної в будь-якій точці, за допомогою чого краще зрозуміти, як виглядає графік. Крім того, похідні вищих порядків показують, як крива вигинається, що розширює аналіз функцій [4].

У фізиці за допомогою похідної описують реальні процеси. Перша та друга похідні зміни положення тіла з часом – це швидкість і прискорення, що дозволяє не тільки описувати рух, але й передбачати його. В основі класичної механіки лежать закони Ньютона, які також записуються за допомогою похідних. Другий закон Ньютона пов'язує силу з прискоренням. Похідна важлива для формулювання законів збереження, опису коливань, теплопровідності, електромагнетизму та багатьох інших розділів фізики. Будь-який фізичний процес, який передбачає зміну величин у часі або просторі, потребує похідної для точного опису [5].

Студентам технічних, фізичних та математичних спеціальностей потрібно добре розуміти похідну і вміти нею користуватися. Однак під час навчання можуть виникати труднощі, які іноді викликають стрес [6]. Це заважає засвоювати матеріал і спілкуватися з іншими студентами. Важливо, щоб студенти добре адаптувалися і спілкувалися між собою, щоб навчання було успішним [7]. Знання, які вони отримують, не тільки закладають основу для вивчення математичних дисциплін, таких як інтегральне числення, диференціальні рівняння та функціональний аналіз, але й дають необхідні інструменти для освоєння фізики. Тому викладачам потрібно вміти ефективно викладати математику та фізику, щоб студентам було легше вчитися. Важливо, щоб майбутні науковці та інженери розуміли похідну як швидкість зміни, усвідомлювали її значення і вміли використовувати правила диференціювання для розв'язання різних задач [8].

2. Літературний огляд

У підручниках та наукових роботах пояснюється, що важливо розуміти, що таке похідна і як її використовувати в математиці та фізиці. Це допомагає студентам краще розуміти природничі науки і підвищує їхню математичну культуру.

В роботі [1] пояснюються основні розділи математичного аналізу, включаючи похідні. Автори показують, як використовувати похідну для розв'язання задач з геометрії та фізики, і дають багато прикладів і задач для самостійного розв'язання.

В роботі [2] детально пояснюються основи диференціального числення, включаючи похідні, правила диференціювання, теореми та їх використання для дослідження функцій і розв'язання задач, зокрема з фізики.

В роботі [3] звертається увага на те, як використовувати похідну для розрахунків різних процесів у фізиці. Наводяться приклади знаходження параметрів фізичних процесів за допомогою диференціального числення.

В роботі [4] підкреслюється, що за допомогою похідної можна дослідити функцію. Розглядаються різні приклади і задачі. Надається вся потрібна теорія і вказівки для практичних завдань. Це допомагає студентам краще засвоїти цю тему.

В роботі [5] розповідається про те, як важливо, щоб студенти розуміли, що таке похідна. Автор зазначає, що треба звертати увагу на те, що похідна показує швидкість зміни, і наводить приклади її використання у фізиці.

У роботі [6] йдеться про те, як студенти адаптуються до навчання у Великобританії. Автори звертають увагу на те, що емоційний стан студентів впливає на їхню успішність. У статті пропонується створити в університетах служби підтримки, щоб допомогти студентам адаптуватися.

У роботі [7] розглядається вплив мовних труднощів на навчання студентів. Зазначається, що емоційний стан студентів і мовний бар’єр можуть ускладнювати розуміння лекцій і проведення дискусій, що може вплинути на їхню навчальну успішність.

Існує велика кількість навчально-методичної літератури про похідну. Але більшість робіт зосереджена на теорії або на тому, як вона використовується у фізиці. Не вистачає комплексного аналізу, який би показував, як похідна пов'язана з математикою і фізикою, і допомагав би студентам розібратися в темі, враховуючи різницю між шкільною та університетською програмами. Незайнята ніша полягає у відсутності комплексного, систематизованого аналізу та методичного узагальнення взаємозв'язку похідної на етапі її викладання у вищій школі з акцентом на міжпредметні зв'язки (математика-фізика) та подолання дидактичних труднощів у студентів, які спричинені розривом між шкільною та університетською програмами.

Актуальність нашого дослідження в тому, що воно не просто про вивчення теорії похідної, а про надання інструментів для розуміння студентами зв'язку між математичним та фізичним змістом похідної, а також використання похідної в інженерних та природничих дисциплінах. Саме такий підхід є новим і важливим у цій роботі.

3. Мета та завдання дослідження

Мета дослідження – допомогти студентам математичних та фізичних спеціальностей глибше зрозуміти, як похідна використовується в математиці та фізиці.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

1. Показати, як використовувати похідну для розв'язання математичних задач, наприклад, для знаходження дотичних, дослідження функцій і розкриття невизначеностей.

2. Показати, як похідна використовується у фізиці для опису кінематичних і динамічних величин, а також для формулювання фізичних законів.

3. Оцінити, як самостійна робота допомагає поглибити математичні знання і успішно використовувати їх у фізиці.

4. Матеріали і методи

Дослідження проводилися шляхом аналізу академічних даних та педагогічного спостереження. Спочатку були зібрані та проаналізовані дані успішності студентів (результати поточного контролю, самостійних, лабораторних та контрольних робіт, заліків та іспитів, перевірка відповідних завдань на учбовій платформі Moodle) студентів з вищої математики та загальної фізики за перші два роки навчання. Це дозволило встановити зв’язок між рівнем підготовки та успішністю.

Також було перевірено навчальні програми, силабуси та посібники з обох дисциплін, щоб оцінити вимоги до студентів і виявити можливі прогалини між програмами середньої та вищої школи.

Для цього було розглянуто наукові джерела в Одеський національній науковій бібліотеці (ОННБ), Одеський обласній універсальній науковій бібліотеці

імені М. Ф. Грушевського, науковій бібліотеці Одеського національного університету імені І. І. Мечникова, науково-технічній бібліотеці (НТБ) Національного університету «Одеська політехніка», бібліотеці Одеської державної академії будівництва та архітектури, науково-технічній бібліотеці імені професора Г. К. Суслова в Одеському національному морському університеті. Також наукові джерела з математичного аналізу та фізики в електронних ресурсах та особистих домашніх бібліотеках, щоб обрати основні положення методики викладання похідної. Далі використовувались різні педагогічні підходи до викладання теми похідної, представлені у вітчизняних та зарубіжних джерелах.

Упорядкували типові труднощі студентів при вивченні похідної (нерозуміння правил диференціювання, невміння виконувати арифметичні перетворення, спрощування виразів, невміння застосовувати таблицю похідних у випадку, коли функція складена), а також нездатність поєднати математичні методи для опису фізичних явищ.

Спостерігали за роботою студентів на практичних та лабораторних заняттях, консультаціях, що також дозволило побачити типові помилки в реальному навчальному процесі. Крім того, розмовляли з викладачами вищої математики та фізики з приводу їхнього досвіду щодо даних проблем.

5. Результати дослідження та їх обговорення

Проведене дослідження показало, що успішність залежить від початкової математичної підготовки. Зокрема, студенти з низькими показниками засвоєння теми диференціювання мали середній бал з вищої математики та фізики значно нижчий, ніж у інших студентів.

Також, більшість помилок при розв'язанні задач були пов'язані з технічними помилками в обчисленні самої похідної (зокрема, неправильне застосування правил для складеної функції), а у фізичних задачах студенти не могли правильно перевести фізичний опис процесу в математичну модель.

Варто відмітити, що у математиці похідна є основою для дослідження функцій, визначення інтервалів монотонності, знаходження точок екстремумів та визначення опуклості/угнутості графіка. Геометрично похідна в точці дорівнює кутовому коефіцієнту дотичної.

У фізиці швидкість – це похідна координати за часом, прискорення – це похідна швидкості за часом. Вона також використовується для опису механічного руху та для запису фізичних законів у диференціальній формі. Тому, базова математична підготовка необхідна для успішного вивчення вищої математики та фізики.

Потрібно також зазначити важливість використання прикладів із фізики при викладанні математики та навпаки, щоб студенти бачили застосування математичної теорії.

Подалі отримані знання необхідні для інтегрального числення, диференціальних рівнянь та математичної фізики, а також для технічних та інженерних спеціальностей.

Таким чином, систематизований підхід до застосувань похідної допомагає глибше зрозуміти взаємозв'язок між математикою та фізикою, що підвищує професійну компетентність майбутніх інженерів.

Важливо звертати увагу на зв'язок математики та фізики і показувати студентам, як математичні концепції втілюються на практиці, бо це необхідно для їхньої майбутньої професії. Потрібно показувати приклади успішного використання математичних знань в різних галузях.

Тема цього дослідження є дуже важливою для студентів технічних та фізико-математичних спеціальностей. Краще засвоїти теоретичний матеріал і набути практичні навички розв'язання задач студентам допоможе систематизований огляд застосувань похідної у цих дисциплінах.

Для подальшого вивчення інтегрального числення, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей, математичної фізики необхідно розуміння ролі похідної.

Практичне значення дослідження. Дослідження має велике практичне значення для студентів фізико-математичних та технічних спеціальностей. Матеріали статті можуть бути використані студентами для їхньої самостійної роботи та підготовки до написання модульних контрольних робіт, тестів та підготовки до іспитів.

Вміння застосовувати похідну функції необхідно для успішного вивчення таких профільних предметів.

– Теоретична механіка. За допомогою похідної описують зміни у механічних системах, а також для формулювання та розв'язання диференціальних рівнянь руху.

– Опір матеріалів. Використовують при аналізі деформацій та напружень у твердих тілах, для визначення швидкості зміни деформацій та напружень. Це важливо для розрахунку міцності та стійкості інженерних конструкцій.

– Гідравліка та газодинаміка. Похідні потрібні для опису швидкості потоку рідин і газів, градієнтів тиску. Використовують для проектування трубопроводів, насосів, компресорів та інших гідрогазодинамічних систем.

– Теплотехніка та термодинаміка. Похідні використовуються при аналізі термодинамічних процесів та циклів теплових машин, а також для опису швидкості зміни температури, теплових потоків.

– Електротехніка та електроніка. Похідні використовують при аналізі перехідних процесів у електричних колах (швидкість зміни струму та напруги), а також в теорії електромагнітного поля.

– Автоматизація та керування: Похідні використовуються в системах автоматичного керування для реалізації алгоритмів диференціювання, щоб визначати швидкість зміни керованих параметрів. Для підвищення стійкості і точності роботи автоматичних систем.

– Обробка сигналів та зображень: Похідні використовуються для виявлення країв об'єктів на зображеннях, фільтрації шумів та аналізу часових рядів сигналів.

Таким чином, для майбутніх фахівців в галузі інженерно-технічних та будівельних професій вміння застосовувати похідну необхідно для їх професійної компетентності. Це служить основою для подальших пошуків способів, прийомів, підходів для педагогічного стимулювання розвитку та поширення знань, вивчення вищої математики та фізики студентами вищих навчальних закладів.

Обмеження дослідження:

– складнощі доступу до бібліотечних ресурсів; зумовлені наслідками війни;

– закриті окремі репозиторії закладів вищої освіти з міркувань безпеки.

Вплив умов воєнного стану. Військова агресія стала стимулюючим фактором проведення досліджень з даної тематики у зв'язку з переходом навчання до формату онлайн.

Перспективи подальших досліджень. Перспективами дослідження є теоретичне обґрунтування, розробка та впровадження методів та форм покращення методики викладання та вивчення вищої математики та фізики у закладах вищої освіти.

Пошук перспективних інструментів та підходів до вирішення професійних задач, користуючись інноваційними підходами, які потрібно відшукати, опрацювати та впровадити.

6. Висновки

1. Похідна використовується для дослідження функцій. За допомогою похідної аналізують графіки та визначають поведінку функції (зростає або спадає). Знаходять найбільші та найменші значення функції. Розв'язують різні прикладні задачі.

2. Похідна дає можливість описати фізичні процеси. За допомогою похідних формулюються фізичні закони, які описують зміни.

3. Базова підготовка необхідна для успішного засвоєння матеріалу. Для цього потрібна активна самостійна робота та спілкування між студентами. Також потрібно впроваджувати зв'язки між фізикою та математикою та використовувати ефективні методи навчання. Для ефективності навчання важливими є міжпредметні зв'язки між математикою, фізикою та технічними дисциплінами.

Конфлікт інтересів

Автори декларують про відсутність будь-яких конфліктів інтересів, включаючи фінансові, особисті, пов'язані з авторством або будь-які інші, які могли б вплинути на об'єктивність цього дослідження та представлені в статті результати.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Рукопис не має пов'язаних даних.

Використання засобів штучного інтелекту

Автори підтверджують, що у процесі створення представленої роботи технології штучного інтелекту не використовувалися.

Внесок авторів

Войтік Тетяна Геннадіївна: концептуалізація, перевірка, дослідження, написання – початковий проект, написання – рецензування та редагування, ведення, ресурси; **Кирилов Сергій Олександрович:** концептуалізація, формальний аналіз, дослідження, написання – початковий проект, ведення, ресурси; **Копєйкіна Тетяна Геннадіївна:** концептуалізація, перевірка дослідження, написання – початковий проект, написання – рецензування та редагування, ресурси; **Шурло Ольга Володимирівна:** концептуалізація, дослідження, написання – початковий проект, рецензування та редагування, ресурси.

Література

1. Ільченко, О. В. (2021). Математичний аналіз. Київ: КНУ ім. Тараса Шевченка, 65. Available at: https://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2021/03/posibnyk_ilchenko.pdf

2. Дороговцев, А. Я. (1993). Математичний аналіз. Частина 1. Київ: Либідь, 320. Available at: https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Dorogovtsev_P1_1993_320.pdf

3. Палєхін, В. П. (2013). Курс фізики. Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 516. Available at: https://ekhnuir.karazin.ua/handle/123456789/13329

4. Безклубенко, І. С. (2024). Математичний аналіз. Частина 1. Київ: КНУБА, 224. Available at: https://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2021/03/posibnyk_ilchenko.pdf

5. Шкурдода, Ю. О., Пасько, О. О., Коваленко, О. А. (2021). Фізика. Механіка, молекулярна фізика та термодинаміка. Суми: Сумський державний університет, 221. Available at: https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi68/0050149.pdf

6. William, B. (2003). Cross-Cultural and Intercultural Communication. SAGE Publications, Inc, 312. Available at: https://books.google.com.ua/books?id=-5sjpr1ypmcC&printsec=frontcover&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

7. Zhou, Y., Jindal-Snape, D., Topping, K., Todman, J. (2008). Theoretical models of culture shock and adaptation in international students in higher education. Studies in Higher Education, 33 (1), 63–75. https://doi.org/10.1080/03075070701794833

8. Войтік, Т. Г. (2024). Значення методики викладання математики студентам вишів для вибору майбутньої професії. Проблеми математичної освіти: виклики сучасності. Вінниця: ВНТУ, 16–17. Available at: https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/837

9. Бусарова, Т. М., Гришечкіна, Т. С., Звонарьова, О. В., Семенець, Г. І. (2023). Вища математика. Математичний аналіз. Частина 1. Дніпро: УДУНТ, 120. Available at: https://crust.ust.edu.ua/handle/123456789/17815

10. Кушнір, Р. М. (2003). Загальна фізика. Механіка. Молекулярна фізика. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 404. Available at: https://physics.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/Kushnir_Zag-fizyka.pdf

Received 07.10.2025
Received in revised form 04.11.2025
Accepted 20.11.2025
Published 30.12.2025

Тетяна Геннадіївна Войтік, старший викладач, кафедра «Вища математика», Одеський національний морський університет, вул. Мечникова, 34, м. Одеса, Україна, 65029

Сергій Олександрович Кирилов, кандидат фізико-математичних наук, доцент, кафедра «Вища математика», Одеський національний морський університет, вул. Мечникова, 34, м. Одеса, Україна, 65029

Тетяна Геннадіївна Копєйкіна*, викладач, кафедра фундаментальних наук, Військова академія, (м. Одеса), Фонтанська дорога вул., 10, м. Одеса, Україна, 65009

Ольга Володимирівна Шурло, викладач, кафедра фундаментальних наук, Військова академія (м. Одеса), Фонтанська дорога вул., 10, м. Одеса, Україна, 65009

***Corresponding author:** *Tetiana Kopeykina, e-mail: tgkopeykina@gmail.com*