

За допомогою запитів користувач ГІС може отримувати відповіді, наприклад, на такі запитання: який обсяг скиду призвів до забруднення? на якій відстані один від одного перебувають об'єкти? який тип ґрунтів переважає на земельній ділянці? який ступінь хімічної, радіоактивного чи іншого забруднення на даній території? тощо. Запитання можуть бути і більш складні.

В Україні ГІС-технології широко застосовують і розвивають Національне космічне агентство, Український центр менеджменту землі і ресурсів при Раді Національної безпеки та оборони України, Укргеодезкартографія в складі Мінекоресурсів, Міжвідомчий центр електронної картографії (м. Харків) та ін. Державними організаціями розроблено низку векторних тематичних карт масштабів 1:200000 (для всієї території України) та 1:50000 (для окремих територій), що є основою для інтеграції ГІС у системи екологічного управління.

Таким чином, ГІС – це сучасні комп'ютерні технології, що дають можливість поєднати модельне зображення території (електронне відображення карт, схем космо- та аерозображень земної поверхні) з інформацією табличного типу (різноманітні статистичні дані, списки, економічні показники тощо). Інформаційні технології не тільки формують наш світогляд, але також підсилюють наші можливості змінити світ. Ми відповідальні за використання цих засобів для того, щоб збудувати здоровіше і справедливіше майбутнє.

#### Література

1. Журкін І.Г., Шайтура С.В. Геоінформаційні системи. – Москва: КУДИЦ-ПРЕСС, 2009. – 272 с.
2. Браун Л.А. Історія географічних карт. – Москва: Центрполіграф, 2006. – 479 с. [Історія ГІС від давнини до ХХ століття].
3. Мехбаліев Мехман Мохуббат огли. Морфометричний аналіз рельєфу Північно-Східного схилу Великого Кавказу на основі ГІС-технологій, VII Міжнародна наукова конференція, «Сталий розвиток гірських територій, в умовах глобальних змін», – Владикавказ, 14-16 вересня 2010 р.
4. Мехбаліев Мехман Мохуббат огли, Складання геотуристичних карт із застосуванням ГІС-технологій.
5. Мехбаліев Мехман Мохуббат огли, Морфометричні дослідження рельєфу Загатальського заповідника із застосуванням ГІС з метою розвитку туризму.

УДК 681.518.3

## РАЗРАБОТКА МЕТОДА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК РЕГУЛИРУЕМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ САР КАК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Хобин В.А., д-р техн. наук, профессор, Лагерная С.И., ассистент  
Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

*В статье представлен метод оценивания параметров случайных процессов, который не требует применения процедуры параметрической оптимизации, что упрощает его использование в реальном времени. Рассмотрено получение аналитических зависимостей для оценивания параметров случайных процессов, со свойствами характерными для изменения регулируемых переменных САР.*

*In the article the method for estimation of stochastic processes parameters, which does not require the procedure of parametric optimization and can be used in the real time is proposed. The analytical expressions for parameters estimating of the stochastic processes with the properties that are typical for changes in the regulated variable automatic control systems are obtained.*

Ключевые слова: случайный процесс, спектральная плотность, среднеквадратическая частота, оценки, параметрическая идентификация.

Технологические процессы в пищевой промышленности как объекты управления характеризуются высокой нестационарностью их свойств, обусловленной большим количеством факторов (характеристики сырьевых и энергетических потоков, состояние рабочих органов и активных зон технологических агрегатов) существенно влияющих на работу технологических агрегатов, но практически недоступных для измерения. Повышение эффективности управления такими объектами может быть достигнуто, например, использованием адаптивных систем. Для создания таких систем автоматического управления требуется

получать информацию об изменениях характера функционирования объектов. Практика показывает, что управляемые переменные корректно могут рассматриваться, как случайные процессы, поэтому информация об изменении должна быть связана с оценкой вероятностных характеристик этих процессов, в частности их спектральных плотностей или корреляционных функций.

Анализ случайных процессов является развивающимся направлением в различных науках. Начиная с середины 60-х годов, в связи с появлением и развитием ЭВМ, интерес к подобной проблематике возрастает. Можно выделить два подхода к решению задач идентификации случайных процессов. Первый – использует для получения моделей зарегистрированную реализацию случайного процесса, второй связан с обработкой случайных процессов в режиме реального времени. Существует множество статистических способов оценки корреляционной функции стационарного случайного процесса. Все они отличаются друг от друга оперативностью, сложностью технической реализации, а также способами представления результатов. Наиболее известным и исторически первым является способ, получаемый непосредственно из определения автокорреляционной функции путем замены оператора математического ожидания на оператор усреднения. Оценка корреляционной функции таким способом требует значительно большей длительности реализации, чем, например, оценка математического ожидания и дисперсии. Способ непосредственной оценки корреляционной функции стационарного случайного процесса целесообразно применять лишь тогда, когда полностью отсутствует априорная информация о корреляционных свойствах анализируемого процесса. В тех же случаях, когда такая информация имеется, больший эффект дает использование аппроксимативных способов оценивания корреляционных функций [1]. Основная идея аппроксимативного способа оценки корреляционных функций заключается в выборе модели нормированной корреляционной функции этого или иного критерия. Наиболее распространенным на практике является способ, основанный на обеспечении минимума величины квадратической погрешности. Этот метод применяется тогда, когда есть, достаточно априорной информации о свойствах исследуемого процесса [3].

При решении задач самонастройки регуляторов стремятся получить параметры моделей случайных процессов в реальном времени и минимизировать вычислительные ресурсы. В [4] был предложен метод оценивания параметров случайных процессов. Оказалось, что получение аналитических выражений для оценивания может проводиться на основе выражения для среднеквадратической частоты случайного процесса:

$$\omega_{y'}^{CKG} = \sigma_{y'} / \sigma_y = \sqrt{\left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{y'}(\omega) d\omega \right) / \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega \right)} \quad (1)$$

где  $\sigma_y$  – среднеквадратическая частота случайного процесса  $y(t)$  со спектральной плотностью  $S_y(\omega)$ .

$\sigma_{y'}$  – среднеквадратическая частота дифференцированного процесса  $y'(t)$  со спектральной плотностью  $S_{y'}(\omega)$ .

Необходимо отметить, что интегрирование велось с использованием табличного интеграла от дробно-рациональных функций. Для однопараметровой модели случайного процесса  $y_1(t)$ , корреляционная функция  $R_{y_1}(\tau_k)$  и спектральная плотность  $S_{y_1}(\omega)$  которого могут быть приняты в виде:

$$R_{y_1}(\tau_k) = \sigma_{y_1}^2 e^{-\alpha|\tau_k|} (1 + \alpha|\tau_k|) \quad S_{y_1}(\omega) = \sigma_{y_1}^2 4\alpha^3 / (\omega^2 + \alpha^2)^2 \quad (2)$$

выражение для оценивания получилось непосредственно после интегрирования и подстановки в (1):

$$\omega_{y_1'}^{CKG} = \sigma_{y_1'} / \sigma_{y_1} = \sqrt{\sigma_{y_1}^2 \alpha^2 / \sigma_{y_1}^2} = \alpha. \quad (3)$$

$$\hat{\alpha} = \hat{\omega}_{y_1'}^{CKG} = \hat{\sigma}_{y_1'} / \hat{\sigma}_{y_1}. \quad (4)$$

где  $\hat{\alpha}$  – оцениваемый параметр.

В случае идентификации случайного процесса  $y_2(t)$  с корреляционной функцией  $R_{y_2}(\tau_k)$  и спектральной плотностью  $S_{y_2}(\omega)$  (5), увеличивается порядок полиномов и усложняется выражение для интегрирования.

$$R_{y_2}(\tau_k) = \sigma_{y_2}^2 e^{-\alpha|\tau_k|} (\cos(\beta|\tau_k|) + (\alpha/\beta)\sin(\beta|\tau_k|)) \quad S_{y_2}(\omega) = \sigma_{y_2}^2 4\alpha(\alpha^2 + \beta^2) / ((\omega^2 - \beta^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2), \quad (5)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — параметры характеристик случайного процесса, подлежащие идентификации.

Для возможности вести оценивание каждого параметра независимо, после подстановки в (1) и нахождения среднеквадратической частоты случайного процесса  $y_2(t)$ , пропускаем его через линейный фильтр с передаточной функцией  $W(j\omega) = 1/(1+j\omega T)$ . После чего для случайного процесса  $z(t)$ , полученного на выходе фильтра, интегрированием его спектральных плотностей, находим выражение для средне-

квадратической частоты. В результате, решив систему уравнений относительно  $\alpha, \beta$ , находим аналитические выражения для оценивания.

$$\begin{cases} \omega_{y_2}^{CKB} = \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)} \\ \omega_z^{CKB} = \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)/(2\alpha T + 1)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\omega_{y_2}^{CKB} / \omega_z^{CKB})^2 = (\alpha^2 + \beta^2)/((\alpha^2 + \beta^2)/(2\alpha T + 1)) \\ \beta^2 = (\omega_{y_2}^{CKB})^2 - \alpha^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = ((\hat{\omega}_{y_2}^{CKB} / \hat{\omega}_z^{CKB})^2 - 1)/2T \\ \hat{\beta} = \sqrt{(\hat{\omega}_{y_2}^{CKB})^2 - ((\hat{\omega}_{y_2}^{CKB} / \hat{\omega}_z^{CKB})^2 - 1)/2T} \end{cases} \quad (6)$$

Эффективность метода проверена в ходе компьютерного эксперимента. Понятно, что для повышения размерности моделей спектральных плотностей и, соответственно, количества идентифицируемых параметров, можно устанавливать несколько последовательно включенных линейных фильтра. Однако за счет этого будет расти порядок полинома числителя и знаменателя, следовательно, сложность расчетов.

Рассмотрим получение выражений для оценивания случайного процесса  $y_3(t)$  с такой моделью спектральной плотности, которой может характеризоваться случайный процесс изменения регулируемой переменной на выходе САР. Примем в качестве модели такого случайного процесса спектральную плотность вида:

$$S_{y_3}(\omega) = \sigma_{y_3}^2 4\alpha\omega^2((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1)/(1 + \gamma^2\omega^2)((\omega^2 - \beta^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2), \quad (7)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  – параметры, подлежащие идентификации.

Для интегрирования спектральных плотностей можно использовать табличный интеграл [2].

$$I_n = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} (G(j\omega)/(A(j\omega)A(-j\omega)))d\omega, \quad (8)$$

где  $G(j\omega) = b_0(j\omega)^{2n-2} + b_1(j\omega)^{2n-4} + \dots + b^{n-1}$ ;

$$A(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n$$

Представим знаменатель  $S_{y_3}(\omega)$  в виде комплексно-сопряженных сомножителей и запишем значения коэффициентов полиномов числителя и знаменателя:

$$S_{y_3}(\omega) = -\sigma_{y_3}^2 4\alpha(j\omega)^2((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1)/(1 + \gamma(j\omega))(1 - \gamma(j\omega))((j\omega)^2 + 2\alpha(j\omega) + \alpha^2 + \beta^2)((j\omega)^2 - 2\alpha(j\omega) + \alpha^2 + \beta^2). \quad (9)$$

$$a_0 = \gamma; a_1 = 2\alpha\gamma + 1; a_2 = 2\alpha + \gamma(\alpha^2 + \beta^2); a_3 = \alpha^2 + \beta^2;$$

$$b_0 = 0; b_1 = -\sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1); b_2 = 0. \quad (10)$$

Так как порядок полинома знаменателя  $n=3$ , то выражение для интеграла от спектральной плотности процесса будет следующее:

$$I_3 = (-a_2 b_0 + a_0 b_1 - a_0 a_1 b_2 / a_3) / 2a_0(a_0 a_3 - a_1 a_2) \quad (11)$$

$$I_3 = (-\gamma\sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1) / (2\gamma(\alpha^2 + \beta^2) - (2\alpha\gamma + 1)(2\alpha + \gamma(\alpha^2 + \beta^2))) = \sigma_{y_3}^2$$

Спектральная плотность случайного процесса  $y_3'(t)$ , полученного дифференцированием исходного процесса  $y_3(t)$ , или, что тоже самое, – прошедшего через дифференцирующее звено с амплитудно-частотной характеристикой  $A(\omega) = \omega$ , может быть найдена таким образом:

$$S_{y_3'}(\omega) = |A(\omega)|^2 S_{y_3}(\omega) = \omega^2 S_{y_3}(\omega) \quad (12)$$

$$S_{y_3'}(\omega) = \sigma_{y_3}^2 4\alpha\omega^2((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1)/(1 + \gamma^2\omega^2)((\omega^2 - \beta^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2) \quad (13)$$

$$S_{y_3}(\omega) = \sigma_{y_3}^2 4\alpha(j\omega)^4((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1)/(1 + \gamma(j\omega))(1 - \gamma(j\omega))((j\omega)^2 + 2\alpha(j\omega) + \alpha^2 + \beta^2)((j\omega)^2 - 2\alpha(j\omega) + \alpha^2 + \beta^2) \quad (14)$$

Необходимо отметить, что полином знаменателя в выражении для спектральной плотности дифференцированного процесса всегда будет совпадать с полиномом знаменателя спектральной плотности этого процесса, а следовательно будут совпадать и их коэффициенты. Запишем коэффициенты полинома числителя для спектральной плотности  $S_{y_3'}(\omega)$ :

$$b_0 = \sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1); b_1 = 0; b_2 = 0. \quad (15)$$

$$I_3' = -(2\alpha + \gamma(\alpha^2 + \beta^2)) \sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1) / (2\gamma(\alpha^2 + \beta^2) - (2\alpha\gamma + 1)(2\alpha + \gamma(\alpha^2 + \beta^2))) \quad (16)$$

$$I_3' = ((\sigma_{y_3}^2)(2\alpha + \gamma(\alpha^2 + \beta^2)) / \gamma) = (\sigma_{y_3}')^2 \quad (17)$$

Проинтегрировав спектральные плотности, через (1) найдем выражение для среднеквадратической частоты случайного процесса  $y_3(t)$ :

$$\omega_{y_3}^{CKB} = \sigma_{y_3'} / \sigma_{y_3} = \left| \sqrt{\sigma_{y_3}^2 (2\alpha + (\alpha^2 + \beta^2)\gamma) / \gamma \sigma_{y_3}^2} \right| = \left| \sqrt{(2\alpha + (\alpha^2 + \beta^2)\gamma) / \gamma} \right| \quad (18)$$

Чтобы была возможность вести независимую оценку параметров  $\alpha, \beta, \gamma$  необходимо получить систему трех уравнений. Для этого пропустим процесс  $y_3(t)$  через линейный фильтр (статическое аperiодическое инерционное звено первого порядка) с известной постоянной времени  $T_1$  и найдем выражение для

среднеквадратической частоты случайного процесса  $z_1(t)$  после фильтра. Связь спектральных плотностей на входе  $S_{y_3}(\omega)$  и выходе  $S_{z_1}(\omega)$  фильтра определяется известным соотношением:

$$S_{z_1}(\omega) = A^2(\omega) S_{y_3}(\omega). \quad (19)$$

где  $A^2(\omega) = 1/(1 + \omega^2 T_1^2)^{1/2}$  – квадрат АЧХ линейного фильтра первого порядка.

Запишем полиномы числителя и знаменателя спектральной плотности процесса  $z_1(t)$ , обозначив их  $G_{z_1}(j\omega)$  и  $A_{z_1}(j\omega)$  соответственно и найдем их коэффициенты.

$$A_{z_1}(j\omega) = (1 + \gamma(j\omega))(1 + T_1(j\omega))((j\omega)^2 + 2\alpha(j\omega) + \alpha^2 + \beta^2) \quad (20)$$

$$a_0 = \gamma T_1; \quad a_1 = 2\alpha\gamma T_1 + (T_1 + \gamma); \quad a_2 = 1 + 2\alpha(T_1 + \gamma) + \gamma T_1(\alpha^2 + \beta^2); \quad a_3 = 2\alpha + (T_1 + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2); \quad a_4 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (21)$$

$$G_{z_1}(j\omega) = -\sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1)(j\omega)^2 \quad (22)$$

$$b_0 = 0; \quad b_1 = 0; \quad b_2 = -\sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1); \quad b_3 = 0. \quad (23)$$

Порядок полинома знаменателя спектральной плотности  $n=4$ , тогда выражение для ее интегрирования будет:

$$I_4 = (b_0(-a_1 a_4 + a_2 a_3) - a_0 a_3 b_1 + a_0 a_1 b_2 + a_0 b_3 / a_4 (a_0 a_3 - a_1 a_2)) / (2a_0(a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3)) \quad (24)$$

При расчете среднеквадратической частоты знаменатели среднеквадратических отклонений сокращаются, поэтому в дальнейшем для избегания громоздких записей будем представлять только выражение для числителя интеграла от спектральной плотности, приняв для него обозначение  $C_{I4}$ .

$$C_{I4} = -\gamma T_1 (2\alpha\gamma T_1 + (T_1 + \gamma)) (\sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1)) \quad (25)$$

Аналогично получим коэффициенты полиномов числителя и знаменателя дифференцированного случайного процесса  $z_1'(t)$  и запишем выражение для числителя интеграла от спектральной плотности такого процесса. Полином знаменателя  $A_{z_1}'(j\omega)$  будет совпадать с полиномом  $A_{z_1}(j\omega)$ , так как при прохождении через дифференцирующее звено в выражении спектральной плотности изменяется только числитель, а следовательно и коэффициенты полинома  $A_{z_1}'(j\omega)$  будут соответствовать (21).

$$G_{z_1}'(j\omega) = -\sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1)(j\omega)^4 \quad (26)$$

$$b_0 = 0; \quad b_1 = -\sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1); \quad b_2 = 0; \quad b_3 = 0. \quad (27)$$

$$C_{I4}' = \gamma T_1 (2\alpha + (T_1 + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2)) (\sigma_{y_3}^2 4\alpha((\alpha^2 + \beta^2)\gamma^2 + 2\alpha\gamma + 1)) \quad (28)$$

Запишем выражение для среднеквадратической частоты случайного процесса  $z_1(t)$ :

$$\omega_{z_1}^{CKG} = \sigma_{z_1}' / \sigma_{z_1} = \sqrt{(2\alpha + T_1(\alpha^2 + \beta^2) + \gamma(\alpha^2 + \beta^2)) / (2\alpha\gamma T_1 + T_1 + \gamma)} \quad (29)$$

Третье уравнение системы может быть получено несколькими путями. Пропустив случайный процесс  $z_1(t)$  через линейный фильтр с известной постоянной времени, получим повышение порядка спектральной плотности такого процесса до пятого. Это приведет к повышению количества коэффициентов и размерности системы уравнений. Другой вариант – пропустить исходный случайный процесс  $y_3(t)$  через линейный фильтр первого порядка с другой заранее известной постоянной времени  $T_2$ . В этом случае, выражение для среднеквадратической частоты случайного процесса  $z_2(t)$ , полученного после второго фильтра, будет аналогично выражению (29) с другой постоянной времени:

$$\omega_{z_2}^{CKG} = \sigma_{z_2}' / \sigma_{z_2} = \sqrt{(2\alpha + T_2(\alpha^2 + \beta^2) + \gamma(\alpha^2 + \beta^2)) / (2\alpha\gamma T_2 + T_2 + \gamma)} \quad (30)$$

Выражения (18), (29) и (30) составляют систему уравнений с тремя неизвестными, решив которую, получим выражения для оценивания параметров случайного процесса. Для решения системы запишем ее следующим образом:

$$\begin{cases} (\omega_{y_3}^{CKG})^2 = (2\alpha + (\alpha^2 + \beta^2)\gamma) / \gamma \\ (\omega_{z_1}^{CKG})^2 = (2\alpha + T_1(\alpha^2 + \beta^2) + \gamma(\alpha^2 + \beta^2)) / (2\alpha\gamma T_1 + T_1 + \gamma) \\ (\omega_{z_2}^{CKG})^2 = (2\alpha + T_2(\alpha^2 + \beta^2) + \gamma(\alpha^2 + \beta^2)) / (2\alpha\gamma T_2 + T_2 + \gamma) \end{cases} \Rightarrow$$

Из первого уравнения можно записать:

$$(\omega_{y_3}^{CKG})^2 \gamma = 2\alpha + (\alpha^2 + \beta^2)\gamma \quad (31)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = ((\omega_{y_3}^{CKG})^2 \gamma - 2\alpha) / \gamma. \quad (32)$$

Подставим полученное выражение во второе уравнение системы и получим выражение для  $\alpha$ :

$$(\omega_{z_1}^{CKG})^2 = ((\omega_{y_3}^{CKG})^2 \gamma + ((\omega_{y_3}^{CKG})^2 \gamma - 2\alpha) / \gamma) T_1 / (2\alpha\gamma T_1 + T_1 + \gamma)$$

$$\alpha = (((\omega_{y_3}^{CKG})^2 - (\omega_{z_1}^{CKG})^2)(\gamma^2 + \gamma T_1)) / (2T_1(\gamma^2 (\omega_{z_1}^{CKG})^2 + 1)) \quad (33)$$

Из (31) получим выражение для  $\beta$ :

$$\beta = \sqrt{((\omega_{y3}^{CK6})^2 \gamma - 2\alpha) / \gamma - \alpha^2}. \quad (34)$$

Выразим из третьего уравнения системы  $\alpha$  и приравняем:

$$\alpha = (((\omega_{y3}^{CK6})^2 - (\omega_{z2}^{CK6})^2)(\gamma^2 + \gamma T_2)) / 2T_2(\gamma^2(\omega_{z2}^{CK6})^2 + 1) \quad (35)$$

Приравняем (33) и (35) для получения выражения, по которому можно будет оценивать параметр  $\gamma$ .

$$2T_1(\gamma^2(\omega_{z1}^{CK6})^2 + 1)((\omega_{y3}^{CK6})^2 - (\omega_{z2}^{CK6})^2)(\gamma^2 + \gamma T_2) = (((\omega_{y3}^{CK6})^2 - (\omega_{z1}^{CK6})^2)(\gamma^2 + \gamma T_1))2T_2(\gamma^2(\omega_{z2}^{CK6})^2 + 1) \quad (36)$$

Для получения компактной записи введем некоторые замены:

$$\begin{aligned} 2T_1((\omega_{y3}^{CK6})^2 - (\omega_{z2}^{CK6})^2) &= c \\ 2T_2((\omega_{y3}^{CK6})^2 - (\omega_{z1}^{CK6})^2) &= d \\ \gamma^3((\omega_{z1}^{CK6})^2 c - (\omega_{z2}^{CK6})^2 d) + \gamma^2((\omega_{z1}^{CK6})^2 T_2 c - (\omega_{z2}^{CK6})^2 T_1 d) + \gamma(c - d) + (T_2 c - T_1 d) &= 0 \end{aligned} \quad (37)$$

Снова введем обозначения для коэффициентов при  $\gamma$ .

$$\begin{aligned} (\omega_{z1}^{CK6})^2 c - (\omega_{z2}^{CK6})^2 d &= m \\ (\omega_{z1}^{CK6})^2 T_2 c - (\omega_{z2}^{CK6})^2 T_1 d &= n \\ c - d &= k \\ T_2 c - T_1 d &= p \\ m\gamma^3 + n\gamma^2 + k\gamma + p &= 0 \end{aligned} \quad (38)$$

Полученное кубическое уравнение имеет один действительный корень и два комплексно сопряженных. Комплексно сопряженные корни не соответствуют физическому смыслу параметра спектральной плотности, поэтому будем использовать выражение для действительного корня.

$$\gamma = 1/6/m(36knm - 108pm^2 - 8n^3 + 12 \times 3^{(1/2)}(4k^3 \times m - k^2 \times n^2 - 18knmp + 27p^2 \times m^2 + 4pn^3)^{(1/2)} \times m^{(1/3)} - 2/3(3km - n^2)/m / (36knm - 108pm^2 - 8n^3 + 12 \times 3^{(1/2)}(4k^3 \times m - k^2 \times n^2 - 18knmp + 27p^2 \times m^2 + 4pn^3)^{(1/2)} m^{(1/3)} - 1/3 \times n/m) \quad (39)$$

#### Выводы

1. Полученные зависимости могут быть использованы для параметрической идентификации спектральных плотностей случайных процессов с соответствующими характеристиками на скользящих интервалах времени, без применения процедуры параметрической оптимизации.

2. В статье рассмотрен путь повышения размерности спектральных плотностей, которые подлежат идентификации. Увеличивая размерность (или количество) линейных фильтров можно увеличивать количество идентифицируемых параметров, тем самым расширять набор спектральных плотностей, для которых можно реализовать аналогичную процедуру идентификации.

3. Перспективами развития данных исследований является проверка аналитических выражений для оценивания параметров моделей спектральных плотностей, которыми могут характеризоваться случайные процессы изменения регулируемых переменных в САР на тестовых процессах и на процессах изменения регулируемых переменных, полученных на работающих объектах. При реализации подобного варианта идентификации параметров случайных процессов в реальном времени, будет получена возможность совершенствования систем автоматической адаптации.

#### Литература

1. Пугачев, В.С. Основы статистической теории автоматических систем [Текст] / В.С. Пугачев, И.Е. Казаков, Л.Г. Евланов. – М.: «Машиностроение», 1974. – 400 с.
2. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления [Текст] / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов // Изд. 4-е, переработанное и доп. – СПб.: Профессия, 2007. – 725 с.
3. Левин, Б.Р. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления [Текст] / Б.Р. Левин, В. Шварц. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
4. Хобин В.А. Лагерная С.И. Оценивание коэффициента спада корреляционной функции дифференцируемого случайного процесса на основе оценки его среднеквадратической частоты. // Збірник тез науково-технічної конференції «Математичне моделювання та інформаційні технології». – Одеса: ОНАПТ, 2012. – С. 102.
5. Бессонов, А.А. Методы и средства идентификации динамических объектов [Текст] / А.А. Бессонов, Ю.В. Загашвили, А.С. Маркелов. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1989. – 280 с.
6. Четвериков, В.Н. Стохастические вычислительные устройства систем моделирования [Текст] / В.Н. Четвериков, Э.А. Баканович. – М.: Машиностроение, 1989. – 272 с.

7. Шалыгин, А.С. Прикладные методы статистического моделирования [Текст] / А.С. Шалыгин, Ю.И. Палагин. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1986. – 320 с.
8. Марпл, С. Цифровой спектральный анализ и его приложения [Текст] / С. Марпл. – М.: Мир, 1990 – 577 с.
9. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов [Текст] / Т. Андерсон. – М.: Мир, 1976. – 756 с.
10. Бендат, Дж. Прикладной анализ случайных процессов [Текст] / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
11. Активная параметрическая идентификация стохастических линейных систем : [монография] / [В.И. Денисов и др.] ; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 190 с.
12. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов [Текст] / М.А. Огарков. – М.: Энергоатомиздат, 1980. – 208 с.
13. Хобин, В.А. Системы гарантирующего управления технологическими агрегатами: основы теории, практика применения [Текст] / В.А. Хобин. – Одесса: «ТЭС», 2008 – 306 с.
14. Сейдж, Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер. с англ. [Текст] / Э. Сейдж., Дж. Мелс. – М.: Связь, 1976. – 494 с.
15. Штейнберг, Ш.Е. Идентификация в системах управления./ Ш.Е. Штейнберг – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 80 с.
16. Льюинг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. /Л. Льюинг – М.: Наука, 1991. – 432 с.