

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПРИ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Москалец Н. В.

### 1. Введение

В многоканальных системах приема сигналов на фоне помех в настоящее время находит применение пространственная фильтрация, основанная на весовом суммировании выходных колебаний пространственно разнесенных приемных каналов. Одним из факторов, снижающих эффективность пространственной фильтрации по сравнению с потенциальной, является дискретность управления весовыми коэффициентами пространственного фильтра (ПФ) (квантование весовых коэффициентов). В ряде задач представляет интерес оценка эффективности пространственной фильтрации в том случае, когда источники помех расположены случайно в области боковых лепестков характеристики направленности согласованного ПФ. Дискретизации квадратурных составляющих комплексных весовых коэффициентов  $w_i$  предшествует их нормировка на величину:

$$w_{\max} = \max_i (|\operatorname{Re} w_i|, |\operatorname{Im} w_i|).$$

Исследованию влияния погрешности установки весовых коэффициентов на эффективность пространственной фильтрации посвящен целый ряд работ [1–6], однако представляет интерес получения аналитического решения задачи в такой постановке.

### 2. Объект исследования и его технологический аудит

То или иное свойство ААР (адаптивная антенная решетка) достигается соответствующим выбором комплексных весовых коэффициентов (ВК)  $w_i$ ,  $i=1,2,\dots,N$ , включенных на выходе приемных антенных элементов (АЭ) и перед общим сумматором (рис. 1).

Объектом данного исследования является процесс дискретизации весовых коэффициентов в адаптивной антенной решетке.

С помощью адаптивного процессора ВК обеспечивают соответствующее формирование суммарной ДН (диаграммы направленности) и поляризационной диаграммы, т. е. ВК вместе с общим сумматором представляют собой диаграммообразующую схему.

В то же время определение назначения ВК можно интерпретировать как задачу формирования таких соотношений между принимаемыми  $N$ -реализациями полезного сигнала  $S_i(t)$  на  $N$ -антенных элементах, суммой  $j$  узкополосных анизотроп-

ных помех  $\sum_{j=1}^J n_j(t)$  и шумом  $u(t)$ .

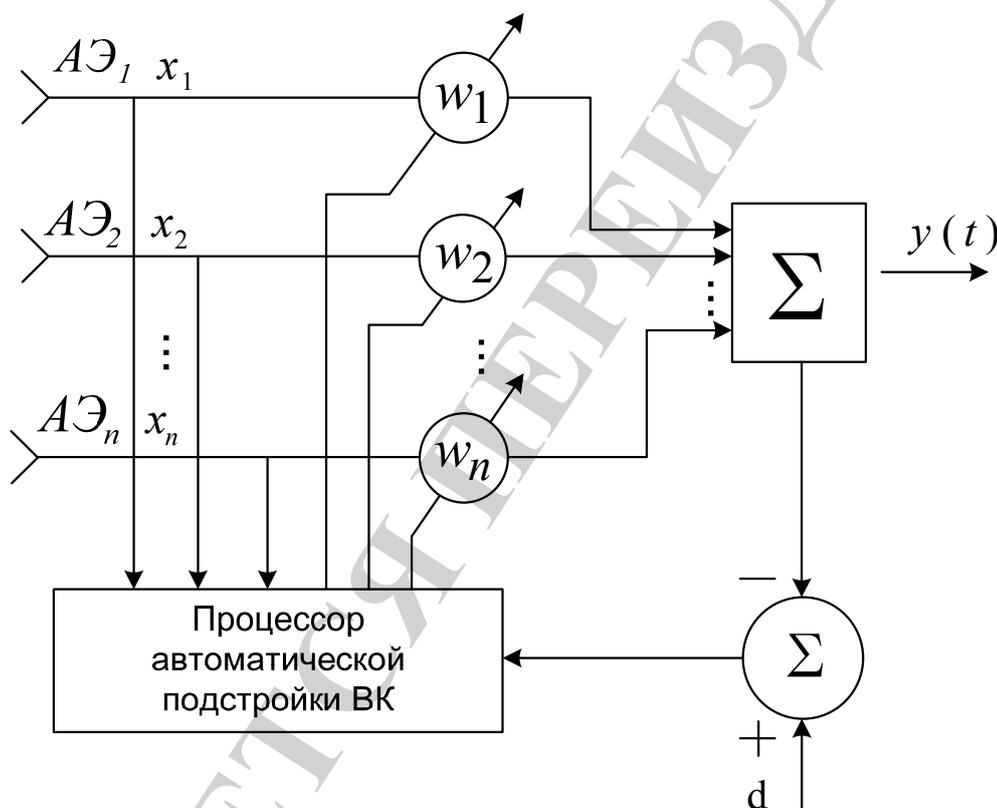
После их сложения на общем сумматоре стремятся обеспечить максимум от-

ношения сигнал/(помеха+шум), минимум среднеквадратического отклонения принятого сигнала от заданного или другой критерий:

$$y(t) = \sum_{i=1}^N w_i x_i(t), \quad (1)$$

где

$$x_i(t) = s(t) + \sum_{j=1}^J n_{ij}(t) + v_i(t). \quad (2)$$



**Рис. 1.** Включение вектора весовых коэффициентов в адаптивной антенной решетке

С помощью ВК формируются их векторы (ВВК):

$$W^T(t) = (w_1(t), w_2(t), \dots, w_N(t)). \quad (3)$$

В общем случае ВВК  $w(t)$  должен обладать возможностью изменять как амплитуды, так и фазы принимаемых сигналов, т. е. он должен быть комплексным. Скорость этих изменений должна быть согласована со скоростью изменения сигнально-помеховой ситуации. Диапазон изменений согласовывается с динамическим диапазоном изменений уровней сигналов и помех, а также фазовых соотношений в различных элементах ААР.

Очевидно идеальной является ситуация, когда скорость изменений ВВК бесконечно велика, а динамический диапазон изменений амплитудно-фазовых характеристик неограничен. Однако на практике, исходя из возможностей технической реализуемости и других причин, приходится ограничивать эти характеристики, что, вообще говоря, приводит к соответствующему снижению эффективности ААР. В этом смысле говорят об ААР с ограничениями.

В ряде проблем антенной техники конечным результатом решаемых задач является синтез ДН при различных ограничениях на конструкцию, габариты, спектральный состав сигналов и помех и другие параметры. Вместе с тем, конечная цель использования ААР состоит в том, чтобы обеспечить необходимые качественные характеристики (максимизировать их) полезных сигналов на выходе антенны, т. е. получить выходное соотношение:

$$\begin{aligned} y(t) &= y(w_t, t) = (w(t), x^*(t)) = W^T(t) x^*(t) = \\ &= w_1(t) x_1(t) + w_2(t) x_2(t) + \dots + w_N(t) x_N(t), \end{aligned} \quad (4)$$

где выражение в скобках обозначает скалярное произведение векторов, удовлетворяющее заранее выбранному критерию; звездой обозначает комплексное сопряжение. При этом суммарная ДН ААР, как таковая, может вообще не рассматриваться, хотя как промежуточная характеристика она безусловно представляет интерес. Так, ДН ААР может быть получена с помощью скалярного произведения ВВК  $w(t)$  на вектор  $f(\theta)$ :

$$F(\theta) = (W^T(t), f^*(\theta)), \quad (5)$$

где  $f^T(\theta) = (f_1(\theta), f_2(\theta)e^{i\phi_{\theta 1}}, \dots, f_N(\theta)e^{i\phi_{N\theta 1}})$ ;  $f_i(\theta)$  – ненормированные ДН приемных элементов ААР;  $\phi_{i\theta 1}$  – фазы огибающей волны единичной амплитуды, отсчитываемые от фазы сигнала с выхода 1-го элемента (при  $\phi_{i\theta 1} = 0$ ), зафиксированные на выходах приемных элементов за счет пространственных различий.

Обнаружение и оценка многомерных сигналов, требует исчерпывающей априорной информации о пространственных и временных характеристиках сигналов, шума и помех. Однако фактически имеются сведения лишь о некоторых из этих характеристик, и поэтому недостающая информация должна быть получена в процессе функционирования системы. Широкое использование для этой цели методов адаптации привело к созданию систем адаптивной пространственно-временной обработке сигналов (ПВОС), при синтезе которых применяется весь арсенал адаптивных методов: расширение числа оцениваемых параметров, использование итеративных процедур, эмпирических оценок и др.

Реализация сопоставления произвольно искаженного сигнала с произвольными характеристиками АР осуществимо только статистически за счет использования матричного взвешивания входных данных, адаптирующегося к характеристикам принятого сигнала. Это принято называть статистически оптимальным фор-

мированием ДН, где выбор весовых векторов базируется на статистике принятого сигнала на фоне действующего шума и помех. С целью оптимизации отклика выбор весовых коэффициентов формирователя ДН осуществляется слежующим образом. Выход решетки должен содержать минимальные шумовые составляющие и сигналы, поступающие с направлений, отличных от направления на источник полезного сигнала. Поэтому основным направлением анализа качества ААР является получение аналитической оценки среднего коэффициента потерь из-за дискретизации квадратурных составляющих нормированных весовых коэффициентов.

### **3. Цель изадачи исследования**

*Цель исследования* – получение аналитической оценки среднего коэффициента потерь при дискретизации весовых коэффициентов ААР с учетом случайного расположения помех в области боковых лепестков характеристики направленности. Это даст возможность для потенциальной оценки ограничений ААР при осуществлении процедуры дискретизации весовых коэффициентов для действующих условий сигнально-помеховых ситуаций.

Для достижения поставленной цели необходимо:

1. Определение требуемой разрядности весовых коэффициентов, исходя из допустимой величины уменьшения среднего выходного отношения сигнал/помеха+шум ( $s/p+\text{ш}$ ), в зависимости от отношения суммарной мощности помех к мощности внутреннего шума (отношения  $p/\text{ш}$ ) на входе ПФ.
2. Получение оценки зависимости среднего коэффициента потерь от входного отношения помеха/шум и разрядности квантователя при наличии и отсутствии дискретизации.
3. Оценка требуемой разрядности квантователя.

### **4. Исследование существующих решений проблемы**

Среди основных направлений анализа эффективности функционирования ААР по выбранному критерию оценки весовых коэффициентов при квантовании, могут быть выделены следующие работы:

В [1] на математической модели получены статистические характеристики нормированного отношения сигнал/(помеха+шум), определяющего эффективность пространственной фильтрации в условиях действия множества случайно расположенных источников помех.

Автором работы [2] получены аналитические соотношения, обеспечивающие расчет параметров, необходимых для выбора оптимальной величины регуляризатора.

В работе [3] рассматривается оптимальное взвешивание весовых коэффициентов с целью использования для адаптивного увеличения отношения сигнала к помехе (SIR signal-to-interference ratio) в сигнальных процессорах. Оценивается точность, необходимая для вычисления весов. Показано, что для адаптивности антенны требуемая точность весового коэффициента возрастает с увеличением значений достижимого улучшения SIR и количества вспомогательных элементов.

В работе [4] показана необходимая точность вычисления расчетных оптимальных весов адаптивного процессора, которая проанализирована путем изуче-

ния эффектов ошибок при вычислении обратной матрицы. Показано, что требуемая точность зависит от размера матрицы и получено уравнение для общего случая.

В [5] сообщается о результатах исследования влияния квантования весовых коэффициентов на производительность адаптивного процессора антенной решетки, который использует методы возмущений для получения градиента, требуемого в алгоритме наименьших квадратов. В работе представлены аналитические, имитационные результаты по влиянию квантования на весовые коэффициенты.

Анализируя ряд публикаций по данной тематике [6–10], отметим, что актуальность проблематики данных задач не уменьшается, поскольку в настоящее время возникает острая необходимость в применении высокопроизводительной адаптивной пространственно-временной обработки сигналов в ААР.

В перечисленных работах предлагаются различные подходы по нахождению аналитической оценки эффективности функционирования ААР с квантованием весовых коэффициентов. Вместе с тем, многие из посвященных данной тематике работ носят частный и прикладной характер с рядом ограничений по воздействию окружающей сигнально-помеховой обстановки.

В рамках исследуемой проблематики, автором данной работы проводится общий анализ эффективности функционирования ААР при использовании методов квантования весовых.

## 5. Методы исследования

Квантование весовых коэффициентов в общем случае приводит к изменению выходной мощности полезного сигнала на величину, а суммарной мощности помех и шума на величину  $\Delta P_{n+ш}$ . Поэтому с учетом того, что квантованию предшествует нормировка весового вектора на  $w_{\max}$ , имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} P_{с кв} &= P_c / w_{\max}^2 + \Delta P_c, \\ P_{n+ш кв} &= P_{n+ш} / w_{\max}^2 + \Delta P_{n+ш}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $P_c$ ,  $\Delta P_{n+ш}$  – соответственно мощность сигнала и суммы помех и внутреннего шума на выходе ПФ с неквантованными весовыми коэффициентами (весовым вектором  $W$ );  $P_{с кв}$ ,  $\Delta P_{n+ш кв}$  – аналогичные мощности на выходе ПФ с квантованными весовыми коэффициентами (весовым вектором  $W_{кв}$ ).

В случае действия помех в области боковых лепестков характеристики направленности согласованного с полезным сигналом пространственного фильтра положение максимума главного лепестка практически совпадает с направлением прихода полезного сигнала [6]. А поскольку изменение главного лепестка вблизи максимума из-за квантования незначительно, то при оценке коэффициента потерь можно принять:

$$\Delta P_c \approx 0. \quad (7)$$

Кроме того:

$$P_{n+ш} \approx \Delta P_{ш}, \quad (8)$$

так как при оптимальной пространственной фильтрации в случае, когда число помех  $M$  меньше числа каналов ПФ  $N$ , происходит практически полное подавление помех [7].

Уменьшение отношения с/п+ш из-за квантования весовых коэффициентов характеризуется коэффициентом потерь:

$$K = \frac{Q_{кв}}{Q} = \frac{P_{с кв} / P_{n+ш кв}}{P_c / P_{n+ш}}. \quad (9)$$

С учетом (6)–(9):

$$K \approx \left( 1 + \frac{\Delta P_{n+ш}}{P_{ш} / w_{\max}^2} \right)^{-1} = (1 + \xi)^{-1}, \quad (10)$$

где  $\xi = \Delta P_{n+ш} / (P_{ш} / w_{\max}^2)$ .

Найдем оценку среднего коэффициента потерь  $\bar{K}$  при усреднении по положениям источников помех. Функция  $(1 + \xi)^{-1}$  является выпуклой (с учетом того, что  $\xi \geq 0$ ). Поэтому в соответствии с неравенством Йенсена [8] для среднего коэффициента потерь справедлива следующая оценка снизу:

$$\bar{K} \approx E \left\{ \left( 1 + \frac{\Delta P_{n+ш}}{P_{ш} / w_{\max}^2} \right)^{-1} \right\} \geq \left( 1 + \left\{ \frac{\Delta P_{n+ш}}{P_{ш} / w_{\max}^2} \right\} \right)^{-1}, \quad (11)$$

где  $E$  – символ математического ожидания.

Для случая квантования с постоянным шагом оценим среднее приращение мощности помех  $\Delta P_{n+ш}$ , используя методику, примененную в [9]. Приращение мощности помех равно:

$$\begin{aligned} \Delta P_{n+ш} &= P_{n+ш кв} - P_{n+ш} = W_{кв}^* R W_{кв} - W^* R W = \\ &= (W + \Delta W)^* R (W + \Delta W) - W^* R W = \\ &= \Delta W^* R \Delta W + 2 \operatorname{Re}(\Delta W^* R \Delta W) = \\ &= \operatorname{tr}(\Delta W \Delta W^* R) + 2 \operatorname{Re}[\operatorname{tr}(W \Delta W^* R)], \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\Delta W = W - W_{кв}$  – вектор ошибок квантования весовых коэффициентов;

$R = \frac{1}{2} E\{XX^*\}$  – ковариационная матрица вектора  $X$  комплексных огибающих

суммы помех и шума;

\* – знак эрмитова сопряжения;  $\text{tr}(\cdot)$  – след матрицы.

Усредним (12), учитывая, что при достаточно большом числе разрядов квантователя (большем шести [5]) можно считать статистически независимыми следующие случайные величины: векторы  $\Delta W$  и  $W$ ; компоненты  $\Delta W_i$  вектора  $\Delta W$ ; матрицы  $\Delta W \Delta W^*$  и  $R$ .

Среднее приращение мощности помех равно:

$$\Delta P_{n+ш} = \text{tr}(E\{\Delta W \Delta W^*\} E\{R\}) = \text{tr}(2R_{\Delta W} E\{R\}), \quad (13)$$

где ковариационная матрица вектора ошибок квантования  $\Delta W$ :

$$R_{\Delta W} = \frac{1}{2} E\{\Delta W \Delta W^*\}; \quad (14)$$

$\sigma_{\Delta W}^2$  – дисперсия компонентов вектора  $\Delta W$ ;  $I$  – единичная матрица.

Подставляя (14) в (13) и используя то, что след ковариационной матрицы помех  $\text{tr}(R)$  не зависит от расположения источников помех и равен  $N \Delta P_{n+ш\_ex}$  [6], получим:

$$\Delta P_{n+ш} = \sigma_{\Delta W}^2 P_{n+ш\_ex} N. \quad (15)$$

В большинстве задач пространственной фильтрации  $P_{n\_ex} \gg P_{ш\_ex}$ , поэтому среднее приращение мощности помех приближенно равно:

$$\Delta P_{n+ш} = \sigma_{\Delta W}^2 P_{n\_ex} N. \quad (16)$$

Следует отметить, что известна и другая оценка среднего приращения мощности помех, обусловленного квантованием, которая превышает оценку (16) в  $N$  раз [3, 6]:

$$\Delta P_{n+ш} < \sigma_{\Delta W}^2 P_{n\_ex} N^2. \quad (17)$$

Оценка (17) получена усреднением известного неравенства для эрмитовых форм:

$$\Delta P_{n+ш} = \Delta W^* R \Delta W \leq \lambda_{\max} \|\Delta W\|^2,$$

с учетом того, что для положительно определенной ковариационной матрицы наи-

большее собственное число:

$$\lambda_{\max} < \text{tr}(R) = N\Delta P_{n \text{ вх}}, \text{ а } \lambda_{\max} E\{\|\Delta W\|^2\} = N\sigma_{\Delta W}^2.$$

Вернемся к оценке среднего коэффициента потерь (11). Примем, что мощности внутренних шумов в каналах ПФ одинаковы и равны  $\Delta P_{ш \text{ вх}}$ . Тогда:

$$\frac{P_{ш}}{W_{\max}^2} = \frac{1}{W_{\max}^2} \sum_{i=1}^N P_{ш \text{ вх}} |w_i|^2 = P_{ш \text{ вх}} \frac{\|W\|^2}{W_{\max}^2} = P_{ш \text{ вх}} \|W_{\text{норм}}\|^2, \quad (18)$$

где  $W_{\text{норм}}$  – нормированный весовой вектор. Вектор  $W_{\text{норм}}$  статистически независим с вектором ошибок квантования  $\Delta W$ , поэтому (с учетом (16) и (21)) независимы и случайные величины  $P_{ш} / w_{\max}^2$ . Следовательно,  $\Delta P_{n+ш}$ :

$$E\left\{\frac{\Delta P_{n+ш}}{P_{ш} / w_{\max}^2}\right\} = \overline{\Delta P_{n+ш}} E\left\{\frac{1}{P_{ш} / w_{\max}^2}\right\}. \quad (19)$$

Подставляя (18) и (19) в (11), получим неравенство:

$$\bar{K} \geq \left(1 + \sigma_{\Delta W}^2 Q_{n \text{ вх}} NE\left\{\frac{1}{\|W_{\text{норм}}\|^2}\right\}\right)^{-1}, \quad (20)$$

где  $Q_{n \text{ вх}} = P_{n \text{ вх}} / P_{ш \text{ вх}}$  – отношение п/ш на входе ПФ.

Как показывает моделирование:

$$\sqrt{D\{\|W_{\text{норм}}\|^2\}} / E\{\|W_{\text{норм}}\|^2\} \ll 1,$$

в частности, при  $N=10$  и  $Q_{n \text{ вх}}=20 \dots 50$  дБ эта величина не превышает 0.15. Поэтому:

$$E\left\{1/\|W_{\text{норм}}\|^2\right\} \approx 1/E\{\|W_{\text{норм}}\|^2\},$$

а оценку (20) можно переписать в виде:

$$\bar{K} \geq \left(1 + \sigma_{\Delta W}^2 Q_{n \text{ вх}} / \bar{\alpha}\right)^{-1},$$

где  $\bar{\alpha} = E\{\|W_{\text{норм}}\|^2\} / N$ .

Для получения оценки среднего коэффициента потерь в законченном виде нужно определить величины  $\sigma_{\Delta W}^2$  и  $\bar{\alpha}$

Определим дисперсию компонентов вектора ошибок квантования  $\sigma_{\Delta W}^2$ . Квадратурные составляющие компонентов  $\Delta W_i$  распределены равномерно в интервале:

$$[-d/2, d/2],$$

где  $a$  – величина шага квантования. Поэтому:

$$\sigma_{\Delta W}^2 = E\{(\text{Re } \Delta w_i)^2\} + E\{(\text{Im } \Delta w_i)^2\} = \frac{d^2}{6}. \quad (21)$$

В рассматриваемом ПФ границами линейного участка характеристики квантователя нормированных квадратурных составляющих весовых коэффициентов являются  $-1$  и  $+1$ , поэтому шаг квантования равен:

$$d = 2 / 2^{n_{кв}}, \quad (22)$$

где  $n_{кв}$  – число разрядов квантователя. Подставляя (22) в (21), получим:

$$\sigma_{\Delta W}^2 = \frac{1}{6} \left( \frac{2}{2^{n_{кв}}} \right)^2 = \frac{1}{3 \cdot 2^{2n_{кв}-1}}. \quad (23)$$

Величину  $\bar{\alpha}$ , входящую в (21) и определить аналитически не удастся, поэтому она оценена на математической модели ПФ.

## 6. Результаты исследований

На рис. 2 показаны значения  $\bar{\alpha}$  в зависимости от  $M$ , полученные усреднением 100 реализаций при  $N=10$  и  $20$  для значений  $Q_{нкв}$  20 дБ и 50 дБ. На рис. 2 видно, что  $\bar{\alpha}$  зависит главным образом от числа помех и практически не зависит от отношения помеха/шум и числа каналов. Если принять, что количество помех, представляющее практический интерес, не превышает 20, то зависимость  $\bar{\alpha}(M)$  достаточно хорошо аппроксимируется функцией:

$$\tilde{\alpha}(M) = 0.48 + 0.52 \exp(-0.17M), \quad (24)$$

график которой также приведен на рис. 2.

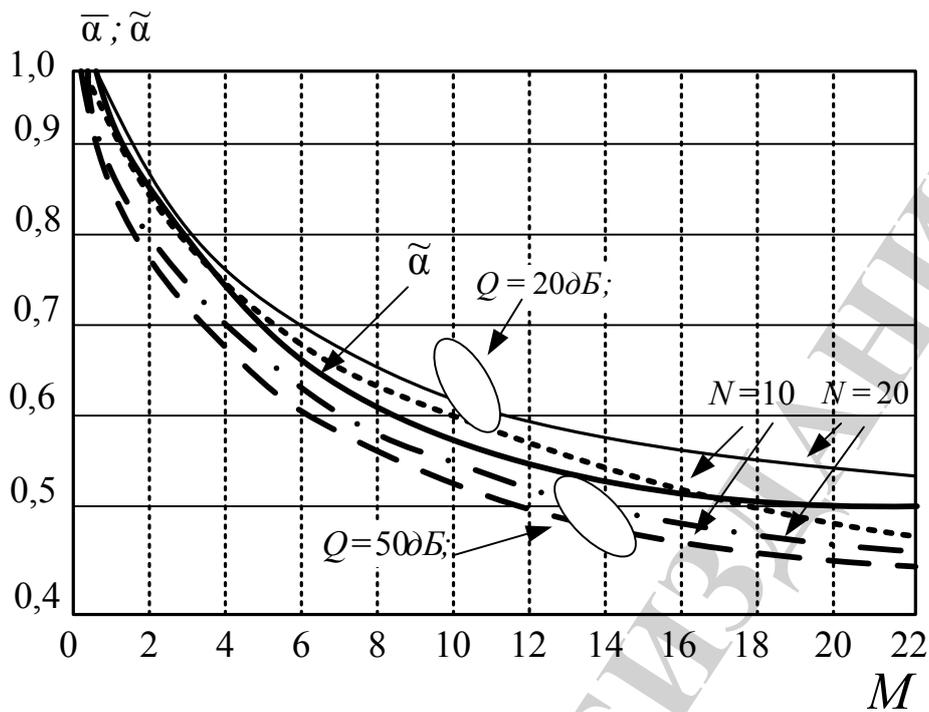


Рис. 2. Зависимость значения  $\bar{\alpha}$  от  $M$

Подставляя (23) и (24) в (21), получим окончательное выражение для оценки снизу среднего коэффициента потерь:

$$\bar{K} \geq \tilde{K} = \left( 1 + \frac{Q_{п.в.х}}{3 \cdot 2^{n_{кв}-1} \cdot \tilde{\alpha}(M)} \right)^{-1}, \quad (25)$$

которое справедливо по крайней мере при  $N=10 \dots 20$ ,  $M \leq N$ ,  $Q_{п.в.х}=20 \dots 50$  дБ.

Если величину  $\bar{K}$  нужно оценить лишь ориентировочно, то (25) можно упростить, заменив функцию  $\tilde{\alpha}(M)$  ее средним значением, приблизительно равным 0.7:

$$\bar{K} \geq \tilde{K} = \left( 1 + Q_{п.в.х} / 2^{n_{кв}} \right)^{-1} = \tilde{\tilde{K}}. \quad (26)$$

Сопоставим оценки (25) и (26) с полученными на модели значениями среднего коэффициента потерь при следующих условиях:

$$Q_{п.в.х}=30 \text{ дБ}, n_{кв}=5 \dots 8, N=10 \dots 20.$$

На рис. 3 сплошной линией показаны зависимости оценки  $\tilde{K}$  от  $M$ , штриховой линией изображена оценка  $\tilde{\tilde{K}}$ , отдельными символами показаны значения среднего коэффициента потерь, полученные на модели.

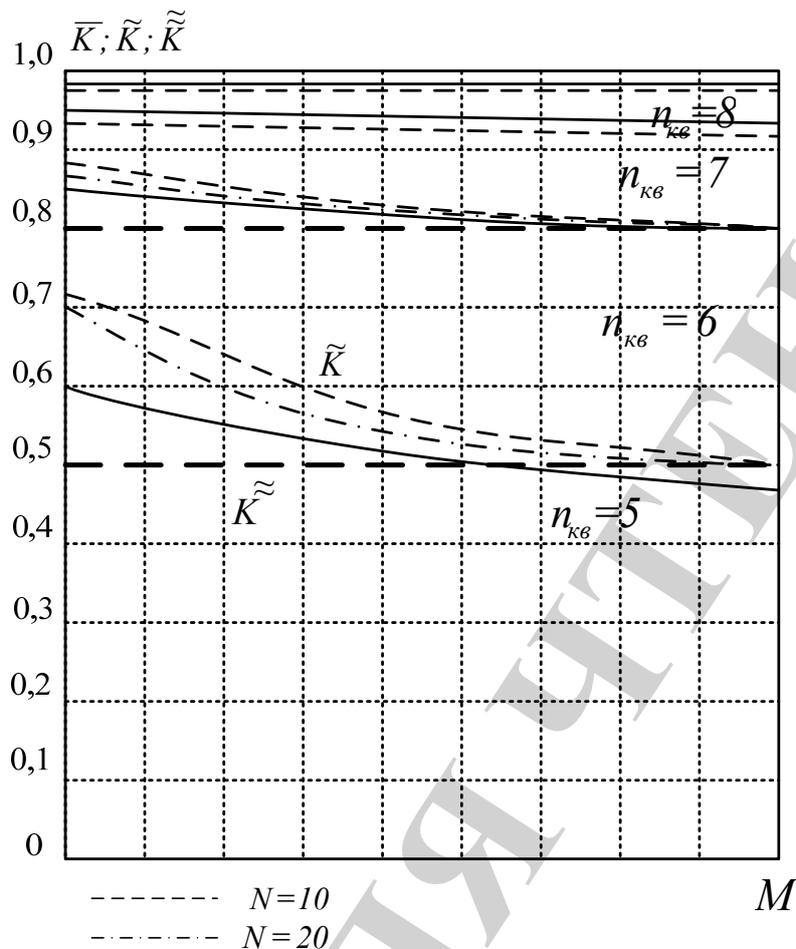


Рис. 3. Зависимость оценки  $\tilde{K}$  от  $M$

На рис. 3 видно, что при большой разрядности квантователя ( $n_{кв}=6\dots 8$ ), когда  $\bar{K} > 0,8$  оценка  $\tilde{K}$  и результаты моделирования совпадают, а погрешность оценки  $\tilde{\tilde{K}}$  не превышает 5 % при  $n_{кв}=5$ , когда соотношение:

$$E\left\{\Delta P_{n+ш} / (P_{ш} / w_{\max}^2)\right\} \ll 1,$$

не выполняется, рассчитанные значения меньше полученных на модели, что объясняется тем, что  $\tilde{K}$  является оценкой снизу. Отметим, что если  $n_{кв}$  и  $Q_{нвх}$  таковы, что  $\bar{K} > 0,8$ , то  $\bar{K}$  практически не зависит от  $M$  и в качестве оценки среднего коэффициента потерь вполне можно использовать величину  $\tilde{\tilde{K}}$ .

На рис. 4 приведено семейство зависимостей от  $Q_{нвх}$  среднего коэффициента потерь, полученного на модели при  $N=10$ ,  $M=5$ ,  $n_{кв}=5\dots 11$ ,  $Q_{нвх}=10\dots 80$  дБ (сплошная линия), а также его оценки  $\tilde{\tilde{K}}$ , рассчитанной по формуле (23) (штриховая линия). На рис. 4 видно, что во всем этом широком диапазоне значений разрядности квантователя и отношения помеха/шум результаты расчета и моделирования практически совпадают, если  $\bar{K} > 0,5$ . И отличаются не более чем на 0.1 при меньших значениях  $\bar{K}$ .

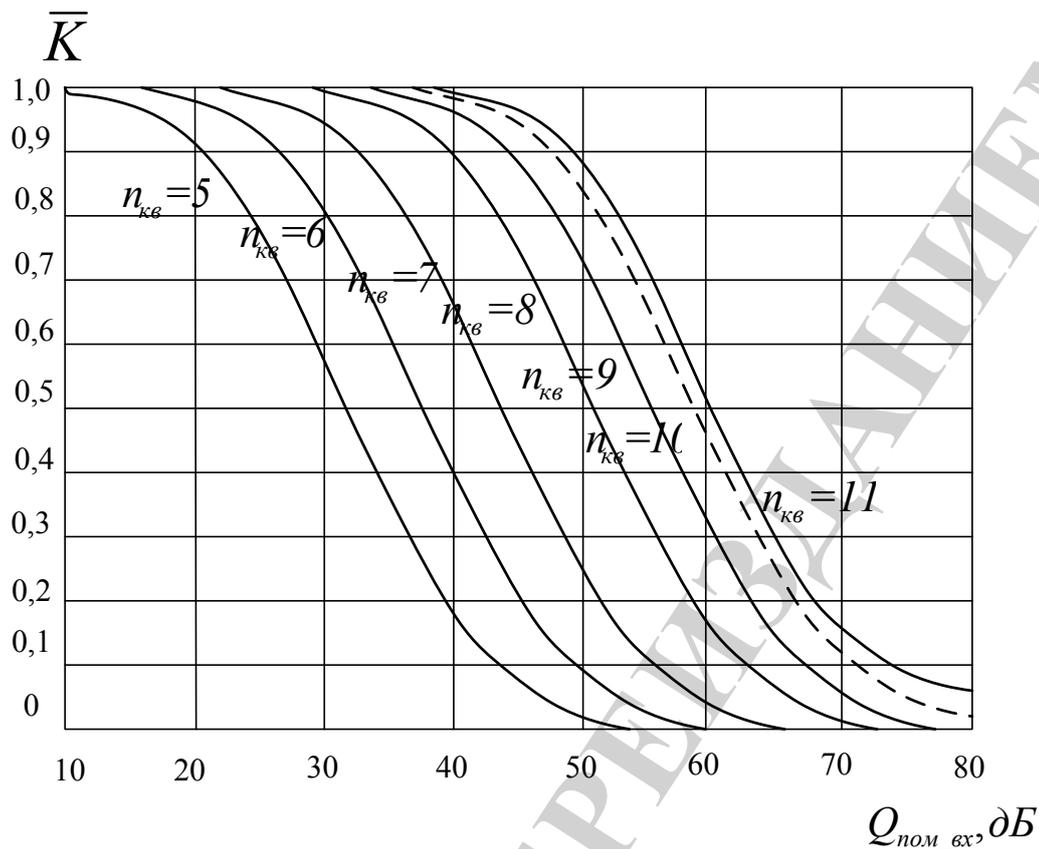


Рис. 4. Зависимость  $\bar{K}$  от  $Q_{нвх}$

Оценка (26) позволяет получить простое аналитическое выражение для требуемой разрядности квантователя:

$$n_{кв}^{mp} \approx \frac{1}{2} \log_2 \frac{Q_{нвх}}{1/\bar{K}^{Аоп} - 1}, \quad (27)$$

где  $\bar{K}^{Аоп}$  – допустимая величина среднего коэффициента потерь. Если величину допустимого относительного уменьшения среднего коэффициента потерь  $\delta \bar{K}^{Аоп} = 1/\bar{K}^{Аоп} - 1$  и отношения помеха/шум  $Q_{нвх}$  выразить в децибелах, то требуемая разрядность весов будет равна:

$$n_w^{mp} \approx \frac{1}{6} (Q_{нвх[АБ]} - \delta \bar{K}_{[АБ]}^{Аоп}). \quad (28)$$

Определим требуемую разрядность весовых коэффициентов для двух типичных значений допустимого среднего коэффициента потерь.

При  $\bar{K}^{Аоп} = 0,8$ :

$$n_{кв}^{mp} \approx (Q_{нвх[АБ]} + 6) / 6. \quad (29)$$

При  $\bar{K}^{Aon} = 0,9$ :

$$n_{KB}^{mp} \approx (Q_{n_{вх}[AB]} + 10) / 6. \quad (30)$$

Из приведенных соотношений следует, что независимо от величины допустимых потерь требуемая разрядность квантователя увеличивается на 1 бит при увеличении входного отношения помеха/шум на 6 дБ. Аналогичное соотношение, как известно, имеет место между разрядностью и динамическим диапазоном квантователя при квантовании колебаний в различных задачах цифровой обработки сигналов [9].

## 7. SWOT-анализ результатов исследований

*Strengths.* Среди сильных сторон данного исследования необходимо отметить полученные результаты аналитической оценки среднего коэффициента потерь для пространственного фильтра с квантованием квадратурных составляющих нормированных весовых коэффициентов ААР при случайном расположении помех. В результате этого удалось показать, что коэффициент потерь зависит только от входного соотношения п/ш и разрядности квантователя. При увеличении соотношения п/ш необходимым требованием по обеспечению требуемого показателя коэффицента потерь является повышение разрядности квантователя. При использовании квантователя с большой разрядностью  $n_{KB}=6...8$  при  $K>0.8$ . результаты имитационного моделирования совпадают с математической моделью ПФ с погрешностью оценки 5 %.

По сравнению с аналогами это даст возможность оптимизировать скорость вычисления изменяющегося объема обрабатываемой информации.

*Weaknesses.* Слабые стороны данного исследования связаны с тем обстоятельством, что при реализации пространственно-временного доступа (ПВД) существуют определенные ограничения. Эти ограничения, как правило, связаны в основном с характеристиками ААР и реализуемости алгоритмов адаптивной пространственно-временной обработки (ПВОС) синтезированных по различным критериям.

Характеристики ААР зависят не только от алгоритма управления ВВК, но и от параметров собственно антенной решетки:

- числа антенных элементов (АЭ);
- характеристики направленности (ХН);
- поляризационных характеристик АЭ;
- взаимного влияния АЭ;
- конфигурации решетки и др.

При этом все эти факторы в различной степени приводят к снижению реально достижимого отношения сигнал/помеха+шум (ОСПШ), а некоторые могут вызывать также и уменьшение скорости сходимости процесса адаптации.

В данной постановке актуальными для исследований остаются вопросы комплексной оценки различных воздействующих ограничивающих факторов характеристик ПВОС ААР и оценка её эффективности с учетом рассматривае-

мых ограничений.

Отрицательным внутренним фактором присущим данному исследованию в конечном итоге будет являться увеличение стоимости при его внедрении на производстве.

*Opportunities.* Дополнительные возможности, обеспечивающие достижение цели исследования, кроются в следующих системных подходах. Для систем ПВОС, предназначенных для решения задач оптимального обнаружения и оценки параметров сигналов, характерна совместная реализация оптимальной пространственной и временной фильтрации сигналов. При этом оптимизация пространственной фильтрации осуществляется с помощью многомерного фильтра, учитывающего пространственные свойства полей сигнала и шума. Многомерный фильтр оптимальной системы ПВОС реализует на элементах АР оптимальное амплитудно-фазовое частотно-зависимое распределение, с помощью которого осуществляется управление характеристикой направленности АР и тем самым оптимизируется процедура пространственной фильтрации. Следовательно, различным сигнально-помеховым ситуациям должны соответствовать свои комплексные частотные характеристики многомерного фильтра.

В случае, если шум является изотропным, а реализации его поля на элементах АР будут коррелированными, то пространственная фильтрация сводится лишь к традиционному фазированию АР. Фазированию АР будет осуществляться в направлении прихода сигнала и оценкой коэффициента потерь дискретизации весовых коэффициентов.

При внедрении данного объекта исследования на практике основной дополнительной возможностью будет повышение параметров качества функционирования ААР.

*Threats.* Сложности во внедрении полученных результатов исследования связаны со следующими основными факторами. Для реализации рассмотренных выше оптимальных систем ПВОС, обеспечивающих обнаружение и оценку многомерных сигналов, требуется исчерпывающая априорная информация о пространственных и временных характеристиках полей сигнала, шума и помех. Однако фактически имеются сведения лишь о некоторых из этих характеристик, и поэтому недостающая информация должна быть получена в процессе функционирования системы.

Широкое использование для этой цели методов адаптации привело к созданию систем адаптивной ПВОС (АПВОС). При синтезе систем АПВОС применяется весь арсенал адаптивных методов: расширение числа оцениваемых параметров, использование итеративных процедур, эмпирических оценок и др.

Процедура квантования весовых коэффициентов ААР и другие факторы в различной степени приводят к снижению реально достижимого отношения сигнал/помеха+шум (ОСПШ), а некоторые могут вызывать также и уменьшение скорости сходимости процесса адаптации. С учетом вышеизложенного, стоит отметить, что основная сложность при внедрении результатов исследования заключается в производительности цифрового вычислителя реализующего алгоритм пространственно-временную обработку, включающую процедуры дискретизации ВК и управления диаграммой направленности ААР. Как показывают аналогичные ис-

следования данной проблематики для формирования одного парциального луча ААР необходимо выполнение  $1436 \cdot 10^3$ ) операций, а для формирования трехлучевой ДН понадобится  $1759 \cdot 10^8$ -операций.

## 8. Выводы

1. Для пространственного фильтра с квантованием квадратурных составляющих нормированных весовых коэффициентов получена аналитическая оценка снизу среднего коэффициента потерь из-за квантования при случайном расположении помех в области боковых лепестков характеристики направленности. Полученное аналитическое выражение (22) справедливо при  $Q_{\text{вх}}=20 \dots 50$  дБ и  $N=10 \dots 20$ .

2. Показано, что в первом приближении средний коэффициент потерь зависит только от входного отношения помеха/шум  $Q_{\text{вх}}$  и разрядности квантователя  $n_{\text{кв}}$ :

$$\bar{K} = E\{Q_{\text{кв}} / Q\} \approx (1 + Q_{\text{вх}} / 2^{n_{\text{кв}}})^{-1},$$

где  $Q_{\text{кв}}$  и  $Q$  – соответственно выходное отношение сигнал/помеха+шум при наличии и при отсутствии квантования. Для представляющих наибольший практический интерес значений  $\bar{K} > 0,8$  погрешность этой оценки не превышает 5 %.

3. На основе полученной оценки предложена приближенная формула для требуемой разрядности квантователя:

$$n_{\text{кв}}^{\text{тп}} \approx (Q_{\text{вх}[AB]} - \delta \bar{K}_{[AB]}^{\text{дон}}) / 6,$$

где  $Q_{\text{вх}}$  – входное отношение помеха/шум в дБ;  $\delta \bar{K}_{[AB]}^{\text{дон}}$  – величина допустимого относительного-уменьшения среднего коэффициента потерь  $(1 - \bar{K}) / \bar{K}$ , выраженная в дБ. Показано, что независимо от величины допустимых потерь требуемая разрядность квантователя увеличивается на 1 бит при увеличении входного отношения помеха/шум на 6 дБ.

## Литература

1. Genefiko, T. A. Sravnitel'nyi analiz tsifrovyyh algoritmov adaptivnoi prostranstvennoi fil'tratsii [Text] / T. A. Genefiko, M. Yu. Lishak // Radiotekhnicheskie tetradi. – 2009. – № 38. – P. 33–37.
2. Ratynskii, M. V. Vybore regularizatora v zadache adaptivnoi prostranstvennoi fil'tratsii [Text] / M. V. Ratynskii // Uspehi sovremennoi radioelektroniki. – 2016. – № 7. – P. 53–63.
3. Nitzberg, R. Effect of Errors in Adaptive Weights [Text] / R. Nitzberg // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 1976. – Vol. AES-12, № 3. – P. 369–373. doi:10.1109/taes.1976.308238
4. Nitzberg, R. Effect of Errors in Adaptive Weights Weights [Text] / R. Nitzberg // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 1976. – Vol. AES-12, № 3. – P. 369–373. doi:10.1109/taes.1980.308969
5. Ivandich, S. Quantisation error modelling of narrowband adaptive arrays using projected perturbation sequences [Text] / S. Ivandich // Proceedings of ICASSP '94.

IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1994. – Vol. 2. – P. 309–312. doi:10.1109/icassp.1994.389658

6. Monzingo, R. A. Introduction to Adaptive Arrays [Text] / R. A. Monzingo, R. L. Haupt, T. W. Miller. – Ed. 2. – SciTech Publishing, 2011. – 530 p. doi:10.1049/sbew046e

7. Gabidulin, E. M. Ob effektivnosti adaptivnogo kompensatora meshaiushchih signalov [Text] / E. M. Gabidulin, V. P. Liovshin, N. I. Pilipchuk // Trudy Radiotekhnicheskogo instituta AN SSSR. – 1982. – № 44. – P. 236–249.

8. Whittle, P. Probability [Text] / P. Whittle // Springer Texts in Statistics. – New York: Springer, 2000. – P. 39–50. doi:10.1007/978-1-4612-0509-8\_3

9. Hudson, J. E. The Effects of Signal and Weight Coefficient Quantisation in Adaptive Array Processors [Text] / J. E. Hudson // Aspects of Signal Processing With Emphasis on Underwater Acoustics. – 1977. – Part 2. – P. 423–428. doi:10.1007/978-94-011-3036-3\_3

10. Yu, S.-J. Effect of random weight errors on the performance of partially adaptive array beamformers [Text] / S.-J. Yu, J.-H. Lee // Signal Processing. – 1994. – Vol. 37, № 3. – P. 365–380. doi:10.1016/0165-1684(94)90005-1