

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕЖИМІВ РОБОТИ ПІДЗЕМНИХ СХОВИЩ ГАЗУ

Притула Н. М., Притула М. Г., Бойко Р. В.

1. Вступ

Підземні сховища газу (ПСГ) в складі газотранспортної системи (ГТС) України забезпечують ліквідацію сезонного дисбалансу газу в системі газопостачання України. Основні об'єми зберігання газу в ПСГ знаходяться на Заході України. Це забезпечує надійне виконання контрактних умов як за об'ємами, так і тиском в місцях прийому транзитних потоків газу ГТС. На роботу ГТС і ПСГ суттєво впливає багато факторів. Серед основних слід виділити нерівномірність як за відборами, так і нагнітанням газу. Це істотно впливає на основні режимні параметри роботи як ГТС, так і газосховищ. Підземні сховища газу забезпечують не лише стійку і надійну експлуатацію ГТС, а також є важливим фактором оптимізації розподілу потоків у ГТС. За умов різкого зростання споживання газу та недостатнього об'єму імпортованого газу єдиним джерелом забезпечення надійної та оптимальної роботи ГТС, на значних інтервалах часу, є активна складова запасів газу в пластах газосховищ.

Ефективна експлуатація ПСГ вимагає постійного контролю дебіту свердловин для запобігання руйнування їх привибійних зон та утворення конусу підтоку води, включення в режим роботи оптимальної кількості технологічного обладнання, надійного обґрунтування режимів роботи наземного обладнання для заної продуктивності та тисків на входах та виходах технологічного обладнання, тощо. Вказані та багато інших проблем вимагають оперативного та високоточного рішення для включення їх в системи прийняття рішень – системи диспетчерського керування ПСГ і ГТС в цілому. Відсутність таких інтегрованих продуктів на ринку України, які б були адаптованими до існуючого технічного, інформаційного забезпечення та наявних систем оптимального планування, спонукали до їх розроблення.

2. Об'єкт досліджень та його технологічний аудит

Об'єкт досліджень – газодинамічні та фільтраційні процеси в технологічних об'єктах транспортування та зберігання газу.

Максимальна реалізація потенціалу оптимізації за енергетичним критерієм вимагає розробки моделюючих та оптимізуючих програмних комплексів. Оптимальна робота ПСГ розглядається з точки зору оптимальної роботи ГТС і забезпечується: оптимальною роботою компресорних станцій, свердловин і системи збору газу, оптимальними режимами експлуатації пластів – колекторів, а також оптимальною організацією взаємодії технологічно поєднаних ПСГ між собою і з магістральними газопроводами ГТС зокрема.

На основі аналізу режимів роботи окремих технологічних об'єктів, газогідроаналітичних та промислово-геофізичних досліджень, які приведені в щорі-

чних геолого-технологічних звітах з експлуатації ПСГ [1], виявлено ряд причин, які суттєво впливають на ефективність експлуатації ПСГ, а саме:

- по замірах пластових тисків в окремих свердловинах неможливо встановити його розподіл по всьому пласту (це можна встановити тільки на основі адекватного моделювання фільтраційних процесів);
- баланс газу в пористих середовищах розраховується на основі розподілу тиску, який залежить від фільтраційних, ємнісних та геометричних параметрів і їх встановлення можливе тільки в процесі розв'язування задач ідентифікації;
- нестійкість знаходження фільтраційних опорів привибійних зон полягає в тому, що існуюча методика не враховує багатьох параметрів, які суттєво впливають на розрахунок дебіту свердловин. Серед них слід виділити постійну зміну області живлення свердловини, анізотропію пористого середовища, змінний термо-гідралічний взаємовплив свердловин, зміну фільтраційних процесів за напрямками їх проходження та величиною тощо.

При аналізі матеріалів диспетчерських служб ПАТ «УКРТРАНСГАЗ» [1] було виявлено проблеми з оперативним аналізом продуктивності ПСГ. При оцінці продуктивності ПСГ не враховувався реальний розподіл тисків в магістральних газопроводах. Для прийняття рішень не існувало і оперативних оцінок потенціалу їх оптимізації. Ці та інші дані необхідні для забезпечення оптимального балансування ГТС.

3. Мета та задачі дослідження

Метою дослідження є побудова системної математичної моделі, яка б включала фільтраційні та газодинамічні процеси в технологічних об'єктах ПСГ, та розроблення методів їх аналізу.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати наступні задачі:

1. Розробити інтегровану математичну модель підземного сховища газу із складною структурою її технологічної схеми.
2. Сформулювати режимні задачі розрахунку параметрів фільтрації та потоків газу за змінних початкових та крайових умов.
3. Розробити адаптивні стійкі методи розв'язування систем нелінійних рівнянь та алгоритми мінімальної складності для проведення імітаційного моделювання і побудови оптимальних рішень для систем із об'єктів дискретної дії.

4. Дослідження існуючих рішень проблеми

Комплекси моделювання технологічних ланцюжків, які включають всі об'єкти на шляху руху газу від пласту до точки входження газу в магістральний газопровід, в основному, експлуатуються на газових промислах [2]. Для цього використовуються різні програмні комплекси (PIPEPHASE фірми SimSci-Esscor, США, OLGA2000 фірми Scandpower, Норвегія, PIPESIM фірми Schlumberger, США), які описують окремі підсистеми – свердловини, газозбірні мережі, компресорні станції, пласти колектори тощо. Існуючі підходи ще не доведені до моделювання вказаних систем як єдиної гідралічної системи, які враховують всі особливості її експлуатації. Основними проблемами, які виникають при розробці розрахункових процедур, є складність моделей і неповнота їх інформаційної під-

тримки [3–11]. Виникають значні складності адаптації моделей в умовах існуючої невизначеності параметрів, особливо пластових систем.

Розроблення програмного моделюючого та оптимізуючого комплексу вимагає врахування взаємовпливів всіх технологічних об'єктів газових сховищ та реалізації автоматичної адаптації моделей в умовах зміни режимів експлуатації та технологічної схеми. Не менш важливими є вимоги, які стосуються врахування нормативних експлуатаційних документів, а також забезпечення простоти впровадження, експлуатації та забезпечення моделювання режимів для різних модифікацій обладнання ПСГ. Окремі дослідження [5–9] враховують комплексний підхід щодо розрахунку режимів роботи ланцюжка «пласт – магістраль».

За оцінками O2Consulting [4] закордонний ринок програмного забезпечення (ПЗ) для геофізичного сервісу, який використовується і на ПСГ, розділений між найбільшими міжнародними компаніями. Частка найбільших міжнародних гравців на ринку ПЗ для геофізичного сервісу: Schlumberger 30 %, CGGVeritas, що включає підрозділи Fugro-Jason і Hampson-Russell Software & Services. Ці компанії займаються виробництвом ПЗ 15 %, Paradigm 10 %, Roxar 7–10 %. Для підтримки позиції на ринку необхідно регулярно здійснювати інвестиції у НДДКР (наприклад, Schlumberger направляє на НДДКР 10–15 % прибутку щорічно, це складає більше 600 млн. дол. США). Вони вимагають забезпечення сумісності ПЗ з ПЗ крупних розробників (Schlumberger, Paradigm, Roxar, CGGVeritas). Існують ще законодавчі бар'єри, які пов'язані з необхідністю отримання патентів і ліцензій. Надзвичайно складними є технологічні бар'єри.

Сказане обґрунтовує необхідність реалізації українського потенціалу для розроблення високоефективного ПЗ.

5. Методи досліджень

Процеси руху газу в таких складних системах як ПСГ описуються газодинамічними моделями в структурах мережевого типу та фільтраційними моделями в неоднорідних пористих багатопластових з геологічними розломами середовища (рівняннями математичної фізики). Врахування роботи кожного газоперекачуючого агрегату (ГПА) ПСГ забезпечується представленням компресорної станції (КС) у вигляді імітаційних дискретних моделей алгоритмічного типу.

Моделі – нелінійні рівняння та системи рівнянь. Модель структури ПСГ постійно міняється, що спонукає до зміни моделі системи, початкових та крайових умов. Чисельні методи і алгоритми розв'язування таких систем, які б надійно і швидко працювали у всій області технологічності процесів є відсутніми або вивчені недостатньо. Тому для знаходження параметрів поточкорозподілу газу запропоновано адаптивні чисельні ітераційні методи розв'язування задач математичної фізики [10, 11].

6. Результати досліджень

Основні процеси в ПСГ – процеси фільтрації газу в його пластах та в привибійних зонах свердловин, які є суттєво нестационарними. Пласт – колектор як анізотропне пористе середовище характеризується пористістю, проникністю, газонасиченістю, фільтраційними коефіцієнтами тощо, а також структурними,

геометричними параметрами і всі вони є відомими наближено. Крім цього вказані параметри впливають нелінійним чином на процеси фільтрації газу як за інтенсивністю, так і напрямом. У періоди різкого зростання споживання газу надійність експлуатації ГТС залежить від продуктивності ПСГ – величини максимально можливих відборів газу (піковість) за одиницю часу. На цю величину суттєво впливають, зокрема, фільтраційні параметри привибійних зон свердловин. Можливість зміни об'ємів відбирання та нагнітання газу в значних обсягах служить для ГТС важливим інструментом як керування газопотоками у системі магістральних газопроводів, так і оптимізації експлуатаційних показників роботи ГТС. На ПСГ існують різної складності системи збору газу. Серед них виділяються як індивідуальні (шлейфи свердловин), так і групова (шлейфово-колекторна) системи. Деякі параметри об'єктів в ПСГ приведені в табл. 1. Довжина шлейфів та колекторів міняється в межах від сотень до декількох тисяч метрів. Інші об'єкти – система підготовки газу включає об'єкти очищення та осушення газу. На сховищах компримування газу забезпечується різнотипними компресорами. Серед них є компресори поршневого типу та з відцентровими нагнітачами, з газотурбінними та газомоторними приводами. Вони можуть працювати в умовах декількох ступенів стиску газу (від одного до трьох).

В роботі приведені ті моделі об'єктів, реалізація яких дала можливість з достатньою точністю проводити розрахунки основних режимних задач. Моделі деяких об'єктів можна ускладнити врахуванням анізотропії привибійних зон та пласту в цілому. Як показує практика, всяке ускладнення моделей, які враховують параметри з проблемною ідентифікацією, може привести до нестійкості процесу розрахунку, що в кінцевому випадку приведе до значної розбіжності замірених та розрахованих даних.

Таблиця 1

Основні параметри об'єктів працюючих підземних сховищ газу

Технологічні об'єкти	Параметри об'єктів	Інтервал зміни параметрів
Пласти-колектори	Геометричні: поверхня пласта Фільтраційні: пористість, проникність	10–100 км ² 12–30 % 300–2300 мД
Привибійна зона	Коефіцієнти фільтраційного опору (a, b)	0,3–22 (1/тис. м ³ /д) ² 0,01–2,5 (1/тис. м ³ /д) ²
Свердловини	Кількість експлуатаційних Середня глибина Інтервал розкриття пласта Щільність перфорації, наявність вибійного фільтра	75–341 од. 610–1500 м 10–60 м 8–22 отв./п.м
Системи збору газу	Індивідуальна та колекторна системи	150–5600 м
Газозбірні пункти,	Продуктивність	320–1100 тис.

установки попередньої підготовки газу (сепарації)		м ³ /год.
ДКС	ГПА Загальна потужність	6–28 од. 22–322 МВт
Установки комплексної підготовки газу	Продуктивність	320–5500 тис. м ³ /год.
Системи обліку газу	Продуктивність	320–5500 тис. м ³ /год.

Математична модель ПСГ [5–9] формується на основі моделей об'єктів, які об'єднані в єдину гідравлічну модель згідно технологічної схеми. Різноманітність математичних моделей об'єктів ускладнює розроблення ітераційних процедур узгодження параметрів руху газу на межах сусідніх об'єктів. Чим менше буде наявних в моделі місць узгодження параметрів руху газу, тим швидшою та стійкішою буде ітераційна розрахункова процедура. Діючий моделюючий комплекс передбачає узгодження параметрів на межах – пласт – привибійна зона та газозбірний пункт – компресорна станція.

6.1. Математична модель фільтрації газу. В області Ω в точках з координатами $\{x_i, y_i\}$, $i=1, \dots, n$ задано значення тисків (пластові тиски в області розміщення експлуатаційних та спостережних свердловин). Розглянемо пласт як область Ω^* , товщина якого $h(x, y)$ є значно менша від її інших геометричних розмірів. У зв'язку з цим будемо вважати цю область двовимірною Ω з контуром Γ . Декартову систему координат вибрано так, що вісь Oz скеровано вертикально вгору (протилежно до сил тяжіння). З області фільтрації виключаємо області навколо точок $\{x_i, y_i\}$ $i=1, \dots, n$, де знаходяться свердловини. Тому границя Γ складається з Γ_w ($i=1, \dots, n$) та Γ_z ($\Gamma = \Gamma_w \cup \Gamma_z$), а $\Gamma_w = \bigcup_{i=1}^n \Gamma_i$.

В процесі фільтрації тиск газу $p(x, y, t)$ визначається з рівняння:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial y} \right] = 2\alpha mh \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{p}{z} \right] + 2q(t)hp_0. \quad (1)$$

Рівняння (1) на границі Γ області Ω задовольняє крайові умови:
– умову Діріхле на Γ_w :

$$p(x_i, y_i) = p_i, \quad (x_i, y_i) \in \Gamma_w; \quad (2)$$

– умову Неймана на Γ_z :

$$\Phi p(x, y) = \frac{k \cdot h}{\mu \cdot z} \frac{\partial p}{\partial x} v_x + \frac{k \cdot h}{\mu \cdot z} \frac{\partial p}{\partial y} v_y = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_2, \quad (3)$$

де $v_x = \cos(\nu, x)$, $v_y = \cos(\nu, y)$ – компоненти вектора ν – зовнішньої нормалі до області $\Omega \subset R^2$;

$k(x, y, p)$, $m(x, y)$, $h(x, y)$ – коефіцієнти проникності, пористості, газонасичена товщина пласта, відповідно;

$q(t)$ – функція джерел; z – коефіцієнт стисливості;

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості;

p_0 – тиск повітря за атмосферних умов.

Відбирання (нагнітання) газу з підземних сховищ здійснюються через n свердловин, які розміщені в точках (x_i, y_i) , протягом деякого проміжку часу $t \in [t_{1i}, t_{2i}]$, $(i = \overline{1, n})$. Густина відбирання визначається формулою:

$$q(t) = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n q_i \delta(x - x_i)(y - y_i) [\eta(t - t_{1i}) - (t - t_{2i})], \quad (4)$$

де q_i – відбір газу з i -ї свердловини; $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака; $\eta(t - t_{ji})$ – одинична функція Хевісайда; V – об'єм газосховища.

6.2. Модель припливу газу до привибійної зони свердловини. Вважається, що газ із сховища надходить у привибійну область свердловини за сферичним законом і може бути представлений рівнянням:

$$-d \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 = \frac{\mu}{\pi h k p_0} \frac{q_0}{F} dF + \beta \frac{\rho_0}{\pi p_0} \frac{q_0^2}{dh F^2} dF, \quad (5)$$

де p_0, q_0, ρ_0 – значення тиску, дебіту свердловини та густини газу в нормальних умовах; F – площа поверхні фільтрації; h – потужність пласту.

Коефіцієнт β вихрового опору є найменш вивченим. У роботі [12] приведені дані з розрахунку коефіцієнту вихрових опорів при фільтрації газу в пласті, який сформований із чотирьох розмірів зерен (від 3,1 до 0,42 мм). Обробка цих даних показала, що коефіцієнт β приблизно рівний одиниці. Зокрема, зустрічаються такі представлення коефіцієнту β [12].

$$\beta = \frac{12 \cdot 10^{-5} d^3}{m k^{3/2}}, \quad \beta = \frac{0.22}{(m - m_0)^{2.5}},$$

$$\beta = \frac{3.5 \times 10^{-2}}{m^{1.5} k_g^{1.5}}, \quad \beta = \frac{7.4 \times 10^{-12}}{k},$$

де $m(m_0)$ – коефіцієнти відкритої (закритої) пористості; k_g – коефіцієнт газонасиченості; k – коефіцієнт проникності; d – діаметр зерну породи.

Для визначення коефіцієнта β може бути використаний коефіцієнт макрошероховатості l . У [11] приведено графік результатів експериментальних досліджень в координатах $lg(1/l) - lgk$. У першому наближенні залежність між l і k має вигляд:

$$l = \frac{k^{1.45}}{7.4 \times 10^{-12}}.$$

Для рівномірно анізотропних пластів пластовий тиск P_r і вибійний P_c пов'язані співвідношенням:

$$P_r^2 - P_c^2 = AQ + BQ^2.$$

У випадку ізотропних пластів коефіцієнти фільтраційного опору будуть:

$$A = \frac{\mu z P_0 T_r}{\pi k h T_0} \left(\ln \frac{R_k}{r_c} \right),$$

$$B = \beta \frac{\rho_0 z P_0 T_r}{2\pi^2 h^2 \sqrt{k} T_0} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_k} \right),$$

де R_k – радіус каверни;

T – температура газу;

R – газова стала;

z – коефіцієнт стисливості газу;

ρ_0 – густина газу за нормальних умов;

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості газу в пластових умовах;

P_0 и T_0 – тиск і температура при нормальних умовах; $P_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Па; $T_0 = 273$ К;

T_r – середня по пласту температура;

z – середній по пласту коефіцієнт стикованості газу;

k – коефіцієнт проникності;

β – коефіцієнт вихрових опорів;

h – товщина пласту;

r_c – радіус свердловини по долоту;

R_k – радіус зони дренажування.

Для аналізу оцінки якості розкриття привибійної зони та моделювання притоку газу до свердловини можна використовувати формулу:

$$p_{na}^2 - p_b^2 = Aq_0 + Bq_0^2, \quad A = \frac{A_1}{k_{na}} + \frac{A_2}{k_b}, \quad B = \frac{B_1}{k_{na}^{3/2}} + \frac{B_2}{k_b^{3/2}}, \quad (6)$$

де позначено:

$$A_1 = \frac{\mu p_0}{\pi h_x} \ln \frac{R_k h}{R_c h_x};$$

$$A_2 = \frac{\mu p_0}{\pi h_x} \ln \frac{R_c}{r_{k1} l_{k1} n_{01} + r_{k2} l_{k2} n_{02}};$$

$$B_1 = 12 \cdot 10^{-5} \frac{\rho_0 p_0}{2\pi^2 h_x} \frac{d^2}{m} \left(\frac{1}{R_c h_x} - \frac{1}{R_k h} \right);$$

$$B_2 = 12 \cdot 10^{-5} \frac{\rho_0 p_0}{2\pi^2 h_x^2} \frac{d^2}{m} \left(\frac{1}{r_{k1} l_{k1} n_{01} + r_{k2} l_{k2} n_{02}} - \frac{1}{R_c h_x} \right);$$

R_c – радіус межі вибійної зони;

h – середня потужність пласту;

R_k – радіус контуру живлення;

h_x – висота тої частини обсадної колони, яка є перфорованою і перфораційні канали мають параметри n_{01}, r_{k1}, l_{k1} та n_{02}, r_{k2}, l_{k2} , де r_{ki}, l_{ki} – радіуси та довжини перфораційних каналів, а n_{0i} – густини перфорації ($i = 1, 2$).

6.3. Математична модель газових потоків на ділянках трубопроводів [10]. Оскільки процес збору газу проходить по системі трубопроводів, тому виникає необхідність їх гідравлічного розрахунку. Відомо, що в системі збору газу на ПСГ застосовуються труби середнього діаметру і довжиною до декількох кілометрів. Відповідно можна вважати, що процес руху газу в такій системі є стаціонарним і ізотермічним. У цьому випадку параметри газових потоків у трубах задовольняють рівнянню:

$$\frac{\partial}{\partial x} (p + \rho v^2) = -\rho \left(\frac{\lambda v |v|}{2D} + g \frac{dh}{dx} \right), \quad (7)$$

де v – швидкість газового потоку;

D – внутрішній діаметр трубопроводу;

dh – зміна висотної відмітки прокладання трубопроводу;

λ – коефіцієнт гідравлічного опору;

g – прискорення вільного падіння;

x – поточна координата $x \in [0, l]$;

l – довжина трубопроводу.

Для розрахунку шлейфово-колекторних систем у в місцях об'єднання та розгалуження потоків виконується рівняння балансу масової витрати:

$$\sum_i m_{ij} + \sum_k m_{jk} = 0, j \in V. \quad (8)$$

6.4. Моделювання режимів роботи компресорної станції [11]. Модель КС формується на основі моделі структури та моделей її технологічних об'єктів. Модель структури представляється у вигляді графу, в якому об'єкти, які мають протяжність, представляються ребрами, а всі інші – вершинами. Основний об'єкт – газоперекачуючий агрегат (ГПА), представляється приводом і відцентровим нагнітачем (ВН). Відомо [11], що параметри газу на вході та виході ВН пов'язує набір емпіричних залежностей.

$$\varepsilon = \varphi_1 \left([q]_{pr}, \left[\frac{n}{n_n} \right]_{pr} \right), \quad \eta_{пол} = \varphi_2 ([q]_{pr}),$$

$$\frac{N_i}{\gamma_n} \left(\frac{n_n}{n} \right)^3 = \varphi_3 ([q]_{pr}),$$

$$N_e^p = N_e^n K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_0 - t_0^n}{t_0 + 273} \right) \frac{P_a}{0,1033},$$

$$\left[\frac{n}{n_n} \right]_{pr} = \frac{n}{n_n} \sqrt{\frac{z_{pr} R_{pr} T_{pr}}{zRT}}, \quad [q]_{pr} = \frac{n_n}{n} q.$$

Решту робочих параметрів ГПА знаходимо за формулами:

$$q_p = q_p^n K_t \left(0,75 \frac{N_e}{N_e^n} + 0,25 \sqrt{\frac{t_0 + 273}{t_0^n + 273} \frac{P_a}{0,1033}} \right),$$

$$q_p^n = \frac{860 N_e^n}{\eta_e^n Q_n 10^3}, \quad N_e = N_i : (\eta_m K_N),$$

де n – оберти ВН;

q – витрата газу через ВН;

$\eta_{пол}$ – політропічний ККД ВН;

q_p^n – номінальні витрати паливного газу;

ε – ступінь стиску;

N_e^n – номінальна потужність газотурбінної установки (ГТУ);

K_{Ne} – коефіцієнт технічного стану газотурбінних установок (ГТУ);

K_t – коефіцієнт, який враховує вплив температури атмосферного повітря;

t_0 – температура повітря на вході в ГТУ;

t_0^n – номінальна температура повітря на вході в ГТУ;
 p_a – абсолютний тиск атмосферного повітря в залежності від висоти над рівнем моря Н;
 t_0 – температура повітря в °С на вході в ГТУ;
 N_i – внутрішня потужність ВН;
 Q_n – номінальна нижча питома об'ємна теплота згоряння палива;
 η_e^n – номінальний ККД ГТУ;
 η_m – механічний коефіцієнт корисної дії;
 K_N – технічний стан за потужністю;
 z_{pr}, R_{pr}, T_{pr} – параметри газу, при яких експериментально визначені характеристики нагнітача;
 γ_c – питома вага газу за стандартних умов ($P=0,1033$ МПа; $T=293$ К);
 n_n – номінальні оберти нагнітача;
 $\varphi_k (k=1-3)$ – емпірично встановлювані функції.

Приведені характеристики дозволяють враховувати: відхилення параметрів газу на вході нагнітача ($z_{вх}, R, T_{вх}$) від їх приведених значень (z_{pr}, R_{pr}, T_{pr}), відхилення фактичної частоти обертання нагнітача n від його номінального n_n значення.

Величину політропічного ККД $\eta_{пол}$ знаходять із співвідношення $T_{вих} z_{вих} = T_{вх} z_{вх} \varepsilon^{\frac{k-1}{k\eta_{пол}}}$ і уточнюють, користуючись відомими значеннями ε і n за формулою:

$$\varepsilon^{\frac{k-1}{k\eta_{пол}}} = \left(\frac{n}{n_n} \right)^2 \frac{z_{pr} T_{pr} R_{pr}}{z_{вх} T_{вх} R} \left(\varepsilon_n^{\frac{k-1}{k\eta_{пол}}} - 1 \right) + 1.$$

Для розрахунку внутрішньої потужності відцентрового нагнітача використовуємо відому формулу:

$$N_i = \left(\frac{n}{n_n} \right)^3 \rho \frac{m z_{pr} T_{pr} R_{pr} q_{pr}}{(m-1)\eta_{пол} 60} \left(\varepsilon_n^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right),$$

де m – коефіцієнт політропи.

Існує набір технологічних обмежень на:

- положення робочих точок на характеристиках ВН для забезпечення безпомпажної роботи ГПА;
- максимальну об'ємну продуктивність ВН;
- частоту обертання валу ВН ($n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$);
- максимальну потужність ГТУ ГПА;

- максимальний вихідний тиск ВН, який визначається міцністю трубопроводів на виході ВН;
- максимальну температуру на виході ВН;
- мінімальне значення тиску на виході кожного ВН;
- умови, пов'язані із заданим рівнем стійкості роботи ГПА (віддаленість від зони помпажу);
- умови узгодженості схеми з'єднання ВН з підвідними і відвідними шлейфами та магістральними газопроводами.

6.5. Математична модель структури технологічного ланцюжка «магістральний газопровід – привибійні зони свердловин». Представимо технологічну схему пласта – магістраль графом $G(E, V)$. Кожне ребро $(i, j) \in V$ графу $G(E, V)$ має свій тип. Тип ребра відповідає технологічному об'єкту чи гідравлічному еквіваленту. В технологічний ланцюг $(i_{\Gamma i}, i_{zi}, i_{si}, i_{0i}, i_{shi})$ ($i=1, \dots, n$) «привибійна зона – колектор» включені такі типи ребер: привибійна зона $(i_{\Gamma i}, i_{zi})$, свердловина (i_{zi}, i_{si}) , об'язка свердловини (i_{si}, i_{0i}) , шлейф чи колектор свердловини (i_{0i}, i_{shi}) . Область привибійної зони вважається однорідною за параметром «проникність». Всі вершини $i_{\Gamma i}$, належать круговому контуру Γ_i області привибійної зони. Тиск у цих вершинах називаємо пластовими для i -ої свердловини. Технологічна схема, яка включає колекторну систему, газозбірні пункти, дотискувальну компресорну станцію і з'єднувальні газопроводи, утворює граф, який має також й інші типи ребер. Кожному типу ребра відповідає своя модель газового потоку.

Вважається, що область живлення кожної свердловини має форму круга. Радіус такого круга дорівнює, приблизно, половину віддалі до найближчої свердловини. Кругова зона, в центрі якої знаходиться свердловина, і в якій відбувається порушення лінійного закону Дарсі, називають привибійною зоною.

Наведені моделі технологічних об'єктів дають можливість провести аналіз впливу факторів на дебіт свердловин. Серед основних факторів необхідно виділити такі: контур живлення свердловини, проникність пласту, вихрові потоки, анізотропія привибійної зони та просторова анізотропія пласта, макрошорсткість, взаємовплив свердловин, густина та параметри перфораційних каналів тощо. На можливість оцінки факторів впливає висока ступінь невизначеності та складний взаємний зв'язок факторів.

Існує набір прямих і обернених задач. До прямих задач відносимо ті, для яких процес обчислення проводиться за напрямком – від пласту до входу ДКС і, при потребі, до магістрального газопроводу. Якщо вхідними даними є тиск чи витрата на вході ДКС чи в магістральному газопроводі, а потрібно розрахувати пластовий тиск на контурі області живлення свердловин, то в цьому випадку задачу називатимемо оберненою.

Система дозволяє знайти дебіт кожної свердловини за умови завдання тиску або витрати на ГЗП. При заданні тиску на ГЗП знаходиться його витрата та навпаки, при заданні витрати знаходиться тиск. При цьому вважаємо, що є відомою одна із перерахованих величин – середній пластовий тиск в області від-

бору, пластовий тиск в області кожної свердловини, сумарний дебіт свердловин, дебіт кожної свердловини.

На розподіл пластового тиску суттєво впливають основні параметри пласта (пористість, проникність, ефективна потужність, геологічні, геометричні тощо), які здебільшого відомі досить наближено. І тому зазвичай вхідні параметри задовольняють відповідні математичні рівняння та системи також наближено. Окремо ідентифікувати всі вказані параметри проблематично. В пласті є взаємозв'язаними геометричні, фільтраційні та геофізичні параметри, які знайти окремо з достатньою точністю не завжди вдається. Водночас, необхідності отримання результатів розв'язування багатьох режимних задач з гарантованою точністю немає.

Наведена вище розв'язана задача дає можливість провести ідентифікацію параметрів моделей за замірами пластових тисків, тисків і витрати газу на межах об'єктів технологічного ланцюжка «пласт – магістральний газопровід». Пропонується такий порядок проведення ідентифікації параметрів моделей системи за ретроспективними даними отриманими за декілька сезонів експлуатації ПСГ:

- уточнення геометричних ($x, y, h(x, y)$) параметрів проводиться масштабним множником, а відкритої пористості – за балансом газу на нейтральних періодах роботи;

- розрахунок параметрів проникності окремих областей, зон і ізольованих пластів і пропластків, якості розкриття привибійних зон чи площ відкритої перфорації;

- розрахунок середньої проникності ближніх зон, або фільтраційних опорів привибійних зон свердловин;

- розрахунок середніх ККД приводів та політропних ККД відцентрових нагнітачів ДКС.

Вибір двомірної моделі фільтрації газу обґрунтовується незначною товщиною (в основному десятки метрів) газоносного пласту порівняно з іншими геометричними розмірами (км). Більшість їх можна розділити на робочу та периферійну зони за низкою параметрів. Проведені числові експерименти показали, що таке припущення забезпечило достатню точність моделювання фільтраційних процесів у таких пластах. Досвід ідентифікації параметрів пластів ПСГ за замірами тисків у контрольних свердловинах, перевірений на реальних даних, показав, що такі заміри не завжди адекватно реагують на зміну середніх характеристик зони їх розміщення.

Особлива увага приділяється привибійним зонам свердловин. Наведені моделі дозволяють реалізовувати різну ступінь детальності процесів у ближній та безпосередньо в привибійній зонах свердловин.

Розрахунок руху газу в привибійній зоні, свердловинах та системах збору газу проводиться за інтегрованою моделлю, яка реалізована для розподільчих мереж із врахуванням комплексу характеристик, в т. ч. рельєфу траси прокладання для шлейфів і газопроводів.

На ПСГ експлуатуються ГПА як поршневого типу з газомоторним приводом, так і з відцентровими нагнітачами з газотурбінним приводом. Можлива різна ступінь реалізації параметрів ДКС у програмних комплексах. Реалізація проведена як на детальних технологічних схемах, так і спрощених. Необхідна

також постійна ідентифікація параметрів, які дозволять достатньо точно розраховувати паливно-енергетичні та режимні параметри.

Процес адаптації фільтраційної моделі пласта проводиться раз на декілька років за експлуатаційними та геофізичними даними, гідрогазодинамічними дослідженнями свердловин та розрахованих середньопластових тисках за заміряними тисками газу на гирлах окремих свердловин (затрубного та буферного).

Втрати тиску в привибійній зоні та НКТ свердловин вимагають знання фільтраційних коефіцієнтів чи коефіцієнтів проникності ближньої та дальньої зон. Інші коефіцієнти – гідравлічний опір колони НКТ, величина геотермального градієнту, втрата тиску в обв'язці свердловини та якість перфорації експлуатаційної колони встановлюються в процесі проведення числових експериментів на реальних заміряних даних. На окремих свердловинах величина втрати тиску може залежати ще і від наявності фільтрів. У модель ПСГ установки комплексної підготовки газу входять, в основному, встановленими гідравлічними еквівалентами (втрати тиску в залежності від величини витрати газу).

Кількісна характеристика процесу моделювання, яка використана для розв'язування окремих режимних задач, приведена в табл. 2.

Таблиця 2

Якісна та кількісна характеристика розробленого математичного забезпечення

Об'єкт дослідження	Характеристика об'єкту	Задача	Час моделювання (тривалість процесу, який моделюється)	Точність результатів
Компресорна станція	П'яти цехова із 28 ГПА	Розрахунок оптимального режиму роботи КС	15,0 секунд (миттєве значення)	< 1 %
Неоднорідний пласт – колектор газу	Двовірна фільтрація газу, яка проходить на площі біля 100 км ²	Розрахунок розподілу пластового тиску за заданими щодобовими об'ємами нагнітання та відбирання газу	18,8 секунд (5 років процесу нагнітання та відбирання газу) на 1825 ітерацій роботи методу	< 0,1 Мпа
Технологічний ланцюжок (пласт, вибійні зони, свердловини, система збору газу)	4 типи об'єктів за математичним представленням їх моделей. Всіх об'єктів моделювання –	За середньопластовим тиском та витратою на ГЗП знайти його тиск	0,8 секунд (миттєве значення)	< 0,08 Мпа

При розгляді табл. 2 треба мати на увазі, що на точність моделювання впливає точність ідентифікації параметрів моделей. Точність результатів, отриманих за імітаційними моделями, залежить ще від складності алгоритмів, яка є регульованою. У всіх випадках необхідно знаходити компроміс між точністю моделювання та часом його проходження.

7. SWOT-аналіз результатів досліджень

Strengths. Сильні сторони реалізованого проекту:

1. Двомірна фільтраційна модель пласту забезпечила високу точність моделювання за час, який на кілька порядків менший від необхідного для моделювання пласту в тримірному представленні.

2. Числовий метод – метод скінченних елементів, елементи якого отримані в результаті триангуляції поверхні пласту і розмірності якого формувалися в залежності від величини проникності, пористості та потужності пласта, забезпечив суттєве зменшення розмірності систем рівнянь і відповідно часу на його рішення. Крім цього, для швидкості отримання результату використано розроблений метод розв'язування систем рівнянь із суттєво розрідженими матрицями. Це забезпечило можливість моделювання фільтраційних процесів за лічені хвилини, які проходять на площах в десятки км² і за час, який складає десятки місяців.

3. Дискретно неперервна алгоритмічна модель КС забезпечила розрахунок її режимів роботи у всій області зміни режимних параметрів, зняла проблему збіжності методу, а також забезпечила доступ до режимних параметрів кожного із технологічних об'єктів КС. Це забезпечило доступ до параметрів керування продуктивністю кожного ГПА і КС в цілому. Такий підхід дозволив побудувати ефективну систему ідентифікації параметрів моделей об'єктів та сприяв постановці і розв'язуванню повного набору оптимізаційних задач.

4. Інтегрована математична модель об'єктів та розроблений метод розв'язування систем нелінійних неградієнтного типу з різним математичним представленням рівнянь забезпечили з гарантованою збіжністю можливість знаходити параметри потоків газу у всіх задіяних в розрахунок об'єктах.

5. Процес моделювання може стартувати з деяких усереднених вхідних даних і не вимагає їх розподілу в системі технологічних об'єктів. Система формує необхідні крайові умови для задач математичної фізики без втручання користувача.

6. Сказане в п.1-4 дозволило поставити та розв'язати всі необхідні прямі та обернені задачі, включаючи оптимізаційні, та забезпечило включення моделі ПСГ до єдиної моделі ГТС.

Weaknesses. До суттєвих слабих сторін проекту слід віднести недостатній рівень простоти використання всіх реалізованих можливостей створеного продукту. Бажано розробити для багатьох класів задач досить просту та ефективну інформаційну та інтерфейсну підтримку, яка б не вимагала від користувача глибоких знань з предметної області.

Opportunities. Система дозволяє проводити:

- оцінювання потенціалу оптимізації роботи сховища та ресурсів, які необхідні для його реалізації;
- дослідження ефективності експлуатації об'єктів та вузьких місць в умовах максимальних навантажень на систему;
- дослідження екстремальних характеристик ПСГ у складі ГТС;
- оптимальне планування роботи на етапах нагнітання та відбирання газу і його ефективну експлуатацію в умовах зміни вхідних параметрів;
- оцінювання ефекту від впровадження енергозберігаючих заходів та від реконструкції обладнання чи його заміни на інше.

Задача оптимізації ПСГ (оцінити потенціал оптимізації та параметри найкращого режиму) за енергетичним критерієм – задача з обмеженими ресурсами. Оптимальність роботи ПСГ, в реальних умовах її функціонування, можна досягти в процесі оптимізації роботи, як окремих об'єктів, так і системи в цілому. Виявити та забезпечити реалізацію наявного потенціал оптимізації допомагає розрахунок оптимальних режимів в процесі його моделювання. Деякі оцінки можливого ефекту приведені в табл. 3.

Таблиця 3

Результати моделювання роботи підземних сховищ газу та його об'єктів на реальних даних

Заходи	Економія паливного газу в %
Мінімізація кількості працюючих ГПА	3–11
Забезпечення максимального тиску на виході КС	2–3
Зміною розподілу витрати між однотипними ГПА	до 1
Перерозподіл потоків між цехами багатощохвних КС	6–8
Вчасний перехід із 2–3-ступеневого стиску газу на 1–2-ступеневий стиск газу	до 23
Управління температурним режимом (охолодження газу на виходах КС)	до 10
Безкомпресорна робота ПСГ	до 4

Threats. В режимів експлуатації off-line моделюючого комплексу основна загроза полягає з введенням некоректних вхідних даних, яких не вистачає для забезпечення процесу моделювання, а в інших режимах (on-line, real-time) основна небезпека – збій в системі телевимірювання (типу SCADA).

8. Висновки

1. Запропоновано підхід до побудови моделі досліджуваної системи із складною технологічною схемою, структура якої описується в термінах теорії графів і яка включає моделі різнотипних фізичних процесів неперервної та дискретної дії.
2. Представлено об'єкт в термінах теорії графів, який забезпечив автоматизацію процесу побудови моделі системи при зміні її технологічної схеми (тип

графічного об'єкту володіє властивістю – модель). Для оцінки ефекту від модернізації достатньо відредагувати технологічну схему та, при потребі, поміняти моделі окремих графічних об'єктів. Методи і алгоритми реалізації системної моделі та оптимізації процесів, які в них проходять, залишаються незмінними. Такі засоби представлення об'єкту забезпечили, в термінах теорії графів, можливість ставити та ефективно розв'язувати досить повний набір режимних задач.

3. Розроблені методи неградієнтного типу забезпечили гарантовану та швидко збіжність ітераційних процедур. Традиційно в таких випадках (розв'язування систем нелінійних рівнянь) використовуються модифіковані методи Ньютонівського типу, збіжність яких залежить як від початкового наближення, так і гладкості та нерозривності процесів. Реальні процеси такими властивостями не володіють (існують скачки та нерозривності). Запропоновані методи дискретної оптимізації процесів, в яких є присутніми неперервні та процеси дискретної дії. Вони забезпечили оптимізацію процесів в умовах неможливості розрахунку потрібних градієнтів, які вимагають класичні методи.

4. Апробація розробленого математичного забезпечення проведена в процесі його багаторічної експлуатації. Точність моделювання роботи ПСГ залежить від точності ідентифікації параметрів моделей його об'єктів. Точність розрахунку середньопластових тисків співмірна із точністю його вимірювання. В реальних умовах досяжною є точність моделювання КС в межах одного проценту. Моделюючий комплекс підтримує високу точність розрахунку режимних показників протягом 3–5 років моделювання процесів в ПСГ без уточнення ідентифікаційних параметрів моделей об'єктів.

Література

1. Zhurnal «Truboprovodnyi transport» [Electronic resource] // JSC «Ukrtransgas». – Available at: \www/URL: <http://utg.ua/utg/media/tt-journal.html>
2. Rotov, A. A. Modelirovanie rezhimov raboty gazovogo promysla kak edinoi termogidravlicheskoj sistemy [Text] / A. A. Rotov, A. V. Trifonov, V. A. Suleimanov, V. A. Istomin // Gazovaia promyshlennost'. – 2010. – No. 10. – P. 46–50.
3. Buzinov, S. N. Raschet tehnologicheskoi tsepochni plast–skvazhina–shleif–KS–soedinitel'nyi gazoprovod pri tsiklicheskoj ekspluatatsii PHG [Text] / S. N. Buzinov, G. F. Tolkushin // Transport i hranenie gaza. – 1980. – No. 7. – P. 13–20.
4. Official Website of Schlumberger [Electronic resource]. – Available at: \www/URL: <http://www.slb.com/>
5. Peaceman, D. W. Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation (includes associated paper 6988) [Text] / D. W. Peaceman // Society of Petroleum Engineers Journal. – 1978. – Vol. 18, No. 3. – P. 183–194. doi:[10.2118/6893-pa](https://doi.org/10.2118/6893-pa)
6. Aavatsmark, I. Well Index in Reservoir Simulation for Slanted and Slightly Curved Wells in 3D Grids [Text] / I. Aavatsmark, R. A. Klausen // SPE Journal. – 2003. – Vol. 8, No. 1. – P. 41–48. doi:[10.2118/75275-pa](https://doi.org/10.2118/75275-pa)

7. Katz, D. L. Underground Storage of Fluids [Text] / D. L. Katz, K. H. Coats. – Ulrich's Book Inc, 1968. – 575 p.
8. Tek, M. R. Natural Gas Underground Storage: Inventory and Deliverability [Text] / M. R. Tek. – Tulsa: PennWell Publishing, 1996. – 375 p.
9. Boiko, V. S. Pidzemna hidrohazomekhanika [Text] / V. S. Boiko, R. V. Boiko. – Lviv: Apriori, 2005. – 451 p.
10. Vecherik, R. L. Matematicheskoe modelirovanie protsessa dvizheniia gaza v sisteme plast podzemnogo hranilishcha gaza – magistral'nyi gazoprovod [Text] / R. L. Vecherik, Ya. D. Pianilo, M. G. Prytula, Yu. B. Haetskii // Neft' i gaz. – 2004. – No. 6. – P. 83–89.
11. Prytula, N. M. Rozrakhunok rezhymiv roboty Bilche-Volytsko-Uherskoho pidzemnogo skhovyshcha hazu (prohramnyi kompleks) [Text] / N. M. Prytula, M. H. Prytula, R. Ya. Shymko, S. V. Hladun // Pipeline&Gas Journal. – 2013. – No. 3. – P. 36–41.
12. Vasilev, V. A. Otsenka koeffitsientov vihrevykh soprotivlenii v uravnenii fil'tratsii gaza [Text] / V. A. Vasilev, S. Yu. Borhovich, V. I. Shamshin // Problemy kapitalnogo remonta skvazhin, ekspluatatsii podzemnykh hranilishchgaza i ekologii. – 2002. – Vol. 36. – P. 61–65.