

## РОЗРОБКА УЗАГАЛЬНЕНОЇ ТЕХНІКИ ФОРМУВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ФУНКЦІЙ ТА КООРДИНАТ БАЛЮБИ-НАЙДИША У КОМПОЗИЦІЙНОМУ МЕТОДІ ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Адоньєв Є. О., Найдиш А. В., Верещага В. М.

Об'єктом дослідження є техніка формування характеристичних функцій та координат Балюби-Найдиша (БН-координат) у композиційному методі геометричного моделювання. Існуючі методи моделювання економічних, технологічних та будь-яких інших процесів на реальних об'єктах є доволі складними, зі значними обмеженнями по кількості вхідних факторів.

Одним з найбільш проблемних місць є складність та вузька сфера застосування кожного з існуючих методів моделювання, що стримує їх розповсюдження та практичне впровадження на реальних суб'єктах господарювання. Звідси випливає необхідність розробки універсального методу моделювання багатofакторних систем. Найбільш близьким до цього є композиційний метод геометричного моделювання (КМГМ), універсальність якого забезпечується, в першу чергу, завдяки використанню власної техніки формування характеристичних функцій та БН-координат.

Застосування у КМГМ кривих Балюби (Б-кривих), побудованих у БН-координатах, надає значні переваги КМГМ. Одно-, дво-, трипараметрична Б-крива може розглядатися у  $n$ -вимірному евклідовому просторі  $E^n$ . В результаті цього КМГМ може застосовуватися для розв'язання задач у  $n$ -вимірному просторі, а результат розв'язку може бути розкладений на  $n$  одновимірних проекцій, на яких легко проводити аналіз розв'язку. Це може застосовуватися, зокрема, в інформаційних системах підтримки управлінських рішень. Особливістю Б-кривих є те, що БН-координати  $p(t)$ ;  $q(t)$ ;  $r(t)$  являють собою її параметричну модель, яка є сталою. Застосовуючи безліч варіантів зміни точок можемо отримувати безліч варіантів Б-кривих, що є важливим для проведення комп'ютерних експериментів з метою підвищення адекватності побудованої геометричної моделі.

Принципом формування характеристичних функцій є операція множення параметрів і штучно призначених коефіцієнтів. В результаті визначення добутку у вузлових точках перетворюється у нуль або одиницю, а у проміжках між вузловими точками – змінюється від нуля до одиниці. Кількість множників характеристичної функції дорівнює кількості вузлових точок, які інтерполює характеристична функція. БН-координати однієї Б-кривої утворюють систему взаємопов'язаних дробово-раціональних функцій.

Таким чином, розроблена узагальнююча техніка алгебраїчного формування характеристичних функцій, визначено перехід від характеристичних функцій

до БН-координат для інтерполяції трьох точок. Застосована тут техніка може бути використана і для геометричної інтерполяції чотирьох і більше точок. Можливість збільшення кількості вихідних точок геометричної фігури для БН-інтерполяції розширює можливості моделей багатофакторних процесів, систем, тощо.

**Ключові слова:** точкове числення Балюби-Найдиша, формування характеристичних функцій, параметричний зв'язок, багатофакторне моделювання.

## 1. Вступ

Розвиток інформаційних технологій потребує нових методів моделювання ситуацій і процесів, які адекватно відображають господарську діяльність. Тобто автоматизоване робоче місце, що дозволяє моделювати щоденні ситуації і процеси на об'єкті, повинно бути безпосередньо наближеним до особи, яка приймає рішення щодо ефективного ведення господарської діяльності. Для цього метод геометричного моделювання, одержана модель та програмна реалізація повинні бути простими у використанні, легко налаштовуватися на види діяльності суб'єкту господарювання та використовуватися комп'ютери поширених потужностей.

Коло задач, які щоденно розв'язуються суб'єктами господарювання, є доволі великими і різноманітними і, при цьому вони є різноплановими, складними, багатофакторними, багатосаровими, динамічними, мають різнорідні складові елементи і, як правило, задаються у багатовимірних просторах-параметрів. Розв'язання цих задач потребує великої кількості структурно та функціонально різних методик. Однак усі ці вимоги до можливостей моделі повинні базуватися на одному методі геометричного моделювання (МГМ), що забезпечить універсальність моделей та простоту їх використання на практиці. На даний момент лише композиційний метод геометричного моделювання (КМГМ), що базується на точковому численні Балюби-Найдиша (БН-численні), відповідає в найбільшій мірі вимогам, поставленим вище. Одним із головних етапів КМГМ у побудові моделі є формування характеристичних функцій і на їх основі визначення БН-координат.

Створення техніки формування характеристичних функцій і визначення на їх основі БН-координат є актуальною задачею глобальної інтерполяції через те, що позбавляє необхідності розв'язання систем лінійних рівнянь для визначення інтерполяційних коефіцієнтів. За рахунок цього спрощується розв'язок задачі та зменшуються витрати ресурсів на її розв'язання. Актуальність застосування Б-кривих визначається також тим, що проектування їх на осі координат відбувається без змін значень БН-координат. Це є важливим для проведення більш глибокого аналізу з використанням моделей, побудованих на Б-кривих, процесів, що відбуваються у системі або об'єкті.

Таким чином, розробка узагальненої техніки формування характеристичних функцій та БН-координат є актуальною.

## **2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит**

*Об'єктом дослідження* є техніка формування характеристичних функцій та координат Балюби-Найдиша у композиційному методі геометричного моделювання.

Моделювання економічних, технологічних та будь-яких інших процесів, які відбуваються на реальних об'єктах, є складним та багатофакторним. Звідси існуючі методи та моделі є доволі складними, зі значними обмеженнями по кількості вхідних факторів.

Одним з найбільш проблемних місць є складність та вузька сфера застосування кожного з існуючих методів моделювання, що стримує їх розповсюдження та практичне впровадження на реальних суб'єктах господарювання. Звідси випливає необхідність розробки універсального методу моделювання багатофакторних систем. Найбільш близьким до цього є композиційний метод геометричного моделювання, універсальність якого забезпечується, в першу чергу, завдяки використанню власної техніки формування характеристичних функцій та БН-координат.

## **3. Мета та задачі дослідження**

*Мета дослідження* – розробити узагальнену техніку формування характеристичних функцій та координат Балюби-Найдиша (БН-координат) у композиційному методі геометричного моделювання (КМГМ).

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі задачі:

1. Сформулювати принципи формування характеристичних функцій у КМГМ.
2. Визначити вигляд функції, яка утворює БН-координату.
3. Визначити суть та властивості БН-координат Б-кривої.

## **4. Дослідження існуючих рішень проблеми**

Для того, щоб розробити універсальний метод геометричного моделювання, який задовольняв би усім висунутим вимогам щодо моделі, розглянемо основні напрями та існуючі підходи до геометричного моделювання багатофакторних систем.

Найбільш складним у геометричному моделюванні є проектування та відтворення поверхонь складної геометричної форми. Такі поверхні, як правило, повинні задовольняти багатьом, наперед визначеним, умовам [1, 2]. Ще більш складними є побудова кривих та поверхонь з наперед визначеними інтегративними характеристиками та метричними співвідношеннями [3].

Важливу роль у формуванні напрямків наукових досліджень в Україні щодо відновлення поверхонь зі складними початковими вимогами відіграли наукові розробки [4, 5]. Найбільш відомими методами глобальної інтерполяції одновимірних геометричних фігур-кривих є методи, що описані у роботах [6, 7]. Питанням локальної інтерполяції та використанню складних кривих приділяється увага у роботі [8].

Однак, незважаючи на значний науковий доробок у сфері моделювання багатофакторних систем, існуючі наразі методи не задовольняють усім вимогам

практичного застосування, зокрема, простоті та універсальності. Композиційний метод геометричного моделювання (КМГМ), який базується на точковому численні Балюби-Найдиша [9, 10], стоїть найближче до виконання усіх сформульованих умов. Ключовим моментом, що забезпечує універсальність цього методу, є техніка формування характеристичних функцій та БН-координат. Таким чином, розробка узагальненої техніки формування характеристичних функцій та БН-координат є перспективною.

## 5. Методи досліджень

В ході досліджень використовувалися такі наукові методи:

- метод аналізу при вивченні існуючих методів багатofакторного моделювання;
- метод класифікації при виявленні типових проблем моделювання процесів на реальних об'єктах як багатofакторних системах;
- методи точкового числення Балюби-Найдиша використовувалися як основа розробленої техніки формування характеристичних функцій та БН-координат;
- метод узагальнення при визначенні універсальних властивостей одержаної моделі.

## 6. Результати дослідження

Композиційний метод геометричного моделювання (КМГМ) багатofакторних систем розроблено на основі точкового числення Балюби-Найдиша (БН-числення). У КМГМ ключовим моментом при побудові багатofакторної моделі є формування характеристичних функцій та координат Балюби-Найдиша (БН-координат). Головна перевага КМГМ – універсальність застосування. Це досягається, у першу чергу, завдяки розробленій узагальнюючій техніці алгебраїчного формування характеристичних функцій та БН-координат. Суть цієї техніки можна розкрити наступним чином.

Нехай необхідно здійснити інтерполяцію трьох точок  $A$ ,  $C$ ,  $B$  (рис. 1).

Характеристичними функціями для трьох точок  $A$ ,  $C$ ,  $B$  будемо називати функції  $p(t)$ ,  $q(t)$ ,  $r(t)$  такі, що:

$$\text{для точки } A: p_A(t_A) = 1; p_A(t_C) = 0; p_A(t_B) = 0;$$

$$\text{для точки } C: q_C(t_A) = 0; q_C(t_C) = 1; q_C(t_B) = 0;$$

$$\text{для точки } B: r_B(t_A) = 0; r_B(t_C) = 0; r_B(t_B) = 1.$$

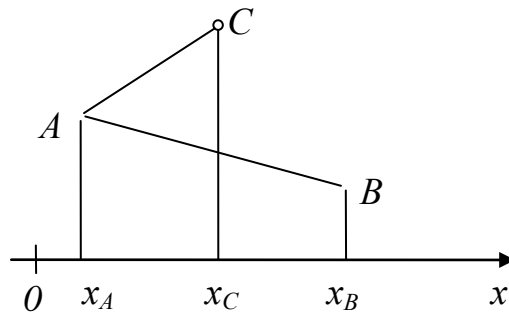


Рис. 1. Схема щодо визначення параметру  $t_i$

Значення параметру  $t$  для вихідних точок  $A, C, B$  будемо визначати через відношення відповідних різниць координати  $x_i$  цих вихідних точок:

$$\begin{aligned}
 t_A &= \frac{x_A - x_A}{x_B - x_A} = 0; \\
 t_C &= \frac{x_C - x_A}{x_B - x_A}; \\
 t_B &= \frac{x_B - x_A}{x_B - x_A} = 1.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Таким чином, дуга кривої Балюби (Б-кривої) [11], що інтерполює вихідні точки  $A, C, B$ , буде знаходитись, у відповідності до (1), у області значень параметру  $0 \leq t \leq 1$ , тому що у точці  $A$  параметр  $t_A = 0$ , а у точці  $B$  параметр  $t_B = 1$ .

Під Б-кривою будемо розуміти криву  $M$ , що має рівняння:

$$\begin{aligned}
 M &= A \frac{p_A(t)}{\sigma} + C \frac{q_C(t)}{\sigma} + B \frac{r_B(t)}{\sigma}, \\
 0 &\leq t \leq 1,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

де  $\frac{p_A(t)}{\sigma}; \frac{q_C(t)}{\sigma}; \frac{r_B(t)}{\sigma}$  – названо БН-координатами, сума яких:

$$\frac{p_A(t)}{\sigma} + \frac{q_C(t)}{\sigma} + \frac{r_B(t)}{\sigma} = 1,$$

де  $\sigma = p_A(t) + q_C(t) + r_B(t)$ .

Крива (2), за виконання означених умов, пройде через вихідні точки  $A, C, B$ .

Покажемо техніку формування характеристичних функцій  $p_A(t); q_C(t); r_B(t)$ .

1. Визначимо характеристичну функцію  $p(t)$  для точки  $A$ .

Характеристичні функції будемо утворювати як добуток, множниками якого є вирази, що перетворюють добуток – характеристичну функцію у нуль або одиницю, за наперед визначеними значеннями параметру  $t$ .

Розглянемо формування  $p_A(t_B)$ , яке має дорівнювати нулю. Параметр  $\bar{t}$ , що доповнює  $t$  до одиниці у точці  $B$  дорівнює нулю:  $\bar{t} = 1 - t_B = 0$ . Отже, обираємо  $p_A(t_B) = \bar{t}$ .

Таким чином,  $\bar{t}$  є першим множником шуканої характеристичної функції  $p(t)$ , однак його значення у точці  $C$  не буде дорівнювати нулю, а матиме значення  $\bar{t}_C = \left(1 - \frac{x_{CA}}{x_{BA}}\right)$ . Тоді, для перетворення виразу  $\left(1 - \frac{x_{CA}}{x_{BA}}\right)$  у нуль, його необхідно помножити на другий множник, який за  $t = t_C$  дорівнював би нулю, тобто:

$$p_C(t) = \bar{t} \cdot \alpha, \quad (3)$$

де  $\alpha = 0$  – штучно створюваний множник, що дорівнює нулю для  $t = t_C$ .

Наприклад, сформуємо, найпростіший з можливих, другий множник у вигляді:

$$\alpha = \bar{t} - k_{cp} t, \quad (4)$$

де  $k_{cp} = \frac{\bar{t}_C}{t_C}$  – стала величина, що визначається для точки  $C$ ;

$t_C = \frac{x_{CA}}{x_{BA}}$  – значення параметру  $t$  у точці  $C$ .

Тоді, з урахуванням (4) вираз (3) для шуканої характеристичної функції матиме наступний вигляд:

$$p_{C\phi}(t) = \bar{t} \cdot (\bar{t} - k_{cp} t). \quad (5)$$

Наостанку, розглянемо формування виразу характеристичної функції для точки  $A$ , у якій, для значення параметру  $t = t_A = 0$ , її значення виразу  $p_A(t_A) = 1$  має дорівнювати одиниці. Для цього, розрахуємо функцію (5) для значення параметру  $t_A = 0$ , для якого  $\bar{t}_A = 1 - 0 = 1$ , дістанемо:

$$p_A(t_A) = \bar{t}_A (\bar{t}_A - k_{cp} t_A) = 1 \cdot (1 - k_{cp} \cdot 0) = 1. \quad (6)$$

Отже, із (6) випливає, що (5) також задовольняє і вимозі щодо виразу  $p_A(t) = 1$  у точці  $A$  за значенням параметру  $t_A = 0$ .

Звідкіля, кінцевий вираз характеристичної функції  $p(t)$  біля точки  $A$ , у точковому рівнянні (2), матиме вигляд:

$$p(t) = \bar{t} \cdot (\bar{t} - k_{Cp}t). \quad (7)$$

2. Визначимо характеристичну функцію  $q(t)$ , що є множником для точки  $C$  із точкового рівняння (2).

У точці  $A$  характеристична функція  $q_A(t)$  має дорівнювати нулю за значенням параметру  $t = t_A$ . Оскільки у точці  $A$  параметр  $t_A = 0$ , то вираз, що буде першим множником для характеристичної функції, матиме вигляд:

$$q_A(t) = t. \quad (8)$$

Далі, на другому кроці, визначимо для характеристичної функції вираз  $q_B(t)$  для точки  $B$ , у якій  $q_B(t)$  має дорівнювати нулю і, при цьому, першим множником утримувати (8). Оскільки у точці  $B$  значення параметру  $\bar{t}_B = 0$ , то для точки  $B$  вираз  $q_B(t)$  матиме вигляд:

$$q_B(t) = t \cdot \bar{t}. \quad (9)$$

І насамкінець, третім кроком визначимо вираз  $q_C(t)$  для точки  $C$ , у якій вона має дорівнювати одиниці за значенням параметру  $t = t_C$ . Розкриємо (9), підставивши параметри  $t_C$  та  $\bar{t}_C$ :

$$q_C(t_C) = t_C \cdot \bar{t}_C = \frac{x_{CA}}{x_{BA}} \cdot \left(1 - \frac{x_{CA}}{x_{BA}}\right) \neq 1. \quad (10)$$

Вираз правої частини (10) не дорівнює одиниці. Однак, зберігається вимога, що у точці  $C$  за значенням параметру  $t = t_C$ ,  $q_C(t_C) = 1$ . Для виконання цієї вимоги введемо коефіцієнт  $k_{Cq}$  у рівняння (10), тоді можемо записати:

$$\frac{x_{CA}}{x_{BA}} \left(1 - \frac{x_{CA}}{x_{BA}}\right) \cdot k_{Cq} = 1, \quad (11)$$

звідкіля

$$k_{Cq} = \frac{1}{\frac{x_{CA}}{x_{BA}} \left( 1 - \frac{x_{CA}}{x_{BA}} \right)} = \frac{1}{t_C \bar{t}}.$$

Тоді, враховуючи (11) як третій множник, кінцевий вираз характеристичної функції  $q(t)$  матиме вигляд:

$$q(t) = k_{Cq} \cdot \bar{t} = \frac{\bar{t}}{t_C \bar{t}}. \quad (12)$$

3. Розглянемо послідовність формування характеристичної функції  $r(t)$ , яка у точковому рівнянні (2) є співмножником для точки  $B$ .

Обираємо

$$r_A(t) = t, \quad (13)$$

оскільки у точці  $A$  параметр  $t = t_A = 0$ .

На другому кроці необхідно формувати вираз  $r_C(t)$  характеристичної функції з урахуванням уже визначеного першого множника  $r_A(t) = t$  з (13).

Однак, параметр  $t$  у точці  $C$  не дорівнює нулю  $t_C \neq 0$ ;  $\rightarrow t_C = \frac{x_{CA}}{x_{BA}}$ ; тоді

$$\bar{t}_C = \left( 1 - \frac{x_{CA}}{x_{BA}} \right).$$

Другий множник повинен залежати від параметру  $t_C$  і водночас дорівнювати нулю, тому визначимо його із наступного рівняння:

$$\left( \bar{t} - k_{Cr} t \right) = 0 \rightarrow k_{Cr} = \frac{\bar{t}_C}{t_C}. \quad (14)$$

Тоді, другий множник виразу  $r_C(t)$  характеристичної функції  $r(t)$  буде дорівнювати нулю за значенням параметру  $t = t_C$ . Враховуючи сказане, маємо записати:

$$r_{Cq}(t) = t \left( \bar{t} - k_{Cr} t \right). \quad (15)$$

Третім кроком, сформуємо вираз  $r_B(t)$  характеристичної функції  $r(t)$ , який має дорівнювати одиниці  $r_B(t) = 1$ . Для початку, у рівняння (15) підставимо значення параметру  $t = t_B$ , дістанемо:



$$r_C(t_B) = t_B \left( \bar{t} - k t \right) = 1 \cdot (0 - k \cdot 1) = 1 \cdot (-k \cdot 1) = -k .$$

Враховуючи останній запис, визначимо останній вираз характеристичної функції  $r_B(t)$ , який буде дорівнювати самій характеристичній функції  $r(t)$ , тобто:

$$r(t) = r_B(t) = r_C(t) \cdot \left( -\frac{1}{k_{Cr}} \right) = -\frac{1}{k_{Cr}} \cdot t \cdot (\bar{t} - k t). \quad (16)$$

Зведемо результати алгебраїчного формування характеристичних функцій  $p(t)$ ;  $q(t)$ ;  $r(t)$  у табл. 1.

**Таблиця 1**

Елементи-множники характеристичних функцій і характеристичні функції

№	Точки	Параметри			Характеристичні функції	
		$t$	$\bar{t}$	$p(t)$	$q(t)$	$r(t)$
1	$A$	0	1	$p_A(t) = \bar{t} \cdot (\bar{t} - k t)$	$q_A(t) = t$	$r_A(t) = t$
2	$C$	$t_C$	$\bar{t}_C = 1 - t_C$	$p_C(t) = \bar{t} \cdot (\bar{t} - k t)$	$q_C(t) = \frac{t\bar{t}}{t_C \bar{t}}$	$r_C(t) = t \cdot (\bar{t} - k t)$
3	$B$	1	0	$p_B(t) = \bar{t}$	$q_B(t) = t\bar{t}$	$r_B(t) = -\frac{1}{k_{Cr}} \cdot t \cdot (\bar{t} - k t)$
4	–	–	–	$p(t) = \bar{t} \cdot (\bar{t} - k_{Cr} t)$	$q(t) = \frac{t\bar{t}}{t_C \bar{t}}$	$r(t) = -\frac{1}{k_{Cr}} \cdot t \cdot (\bar{t} - k_{Cr} t)$

У останньому рядку табл. 1 записано характеристичні функції, які забезпечують умови проходження Б-кривої (2) через вихідні точки  $A$ ,  $C$ ,  $B$ . Однак, ці характеристичні функції  $p(t)$ ;  $q(t)$ ;  $r(t)$  не є узгодженими і тому ще не являють собою БН-координати. Для того, щоб функції  $p(t)$ ;  $q(t)$ ;  $r(t)$  стали БН-координатами необхідне виконання ще однієї достатньої умови:

$$p(t) + q(t) + r(t) = 1. \quad (17)$$

У більшості випадків:

$$p(t) + q(t) + r(t) \neq 1. \quad (18)$$

Для того, щоб нерівність (18) перетворилась у рівність введемо коефіцієнт узгодження  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{1}{p(t) + q(t) + r(t)}. \quad (19)$$

Тоді

$$\alpha [p(t) + q(t) + r(t)] = 1. \quad (20)$$

Розкриємо (20), дістанемо:

$$\bar{t} (\bar{t} - k_{Cp} \cdot t) \cdot \alpha + \frac{\bar{t} \bar{t} \cdot \alpha}{t_c \bar{t}} - \frac{\alpha}{k_{Cr}} \cdot t (\bar{t} - k_{Cr} \cdot t) = 1. \quad (21)$$

У рівнянні (21), що складається із трьох доданків:

$$\begin{aligned} & \bar{t} (\bar{t} - k_{Cp} \cdot t) \cdot \alpha; \\ & \frac{\bar{t} \bar{t} \cdot \alpha}{t_c \bar{t}}; \\ & - \frac{\alpha}{k_{Cr}} \cdot t (\bar{t} - k_{Cr} \cdot t), \end{aligned}$$

які є множниками для точкового рівняння (2). Запишемо його з урахуванням (21):

$$M = A \cdot \bar{t} (\bar{t} - k_{Cp} \cdot t) \cdot \alpha + C \frac{\bar{t} \bar{t}}{t_c \bar{t}} \cdot \alpha - B \frac{\alpha}{k_{Cr}} \cdot t (\bar{t} - k_{Cr} \cdot t). \quad (22)$$

Це точкове рівняння поточної точки  $M$ , яке подано через три БН-координати на площині, відносно базисних (вихідних) точок  $A$ ,  $C$ ,  $B$ . Ці БН-координати забезпечують інтерполяцію точок  $A$ ,  $C$ ,  $B$ .

Характеристичні функції  $p(t)$ ;  $q(t)$ ;  $r(t)$ , що наведені у останньому рядку табл. 1, є найпростішими, але не є єдиними. Таких характеристичних функцій можна утворити безліч. Отже, як наслідок, відносно базисних точок  $A$ ,  $C$ ,  $B$ , можна визначити безліч БН-координат, за допомогою яких буде виконуватись геометрична інтерполяція вихідних точок  $A$ ,  $C$ ,  $B$ . Наявність такої можливості варіювання у моделюванні Б-кривих дозволить будувати найбільш наочні Б-поверхні, що моделюють систему або об'єкт.

## 7. SWOT-аналіз результатів дослідження

*Strengths.* Створена у КМГМ модель є універсальною. Ця перевага з'явилася завдяки застосуванню узагальнюючої техніки алгебраїчного формування характеристичних функцій. Також важливим є те, що модель може

враховувати будь-яку потрібну скінчену кількість факторів системи, що моделюється. Розв'язання задачі у точковому БН-численні відбувається на просторовій геометричній фігурі, що відображає поведінку системи, а результат розв'язку може бути спроектовано на осі або площині проєкцій з метою проведення аналізу. Розв'язок будь-якої задачі  $n$ -вимірному простору  $E^n$  завжди можна розкласти на  $n$  одновимірних розв'язків для проведення аналізу. Результати аналізу одновимірних розв'язків легко синтезуються у  $n$ -вимірну модель системи. Оскільки у точковому БН-численні розв'язання задачі відбувається відносно базисних точок геометричної фігури, то переміщення геометричної фігури не потребує перерахунку розв'язку. Тобто, відсутність параметрів положення відносно глобальної системи координат значно спрощує розрахунки, особливо при частковій зміні вихідних даних. Така можливість дозволить істотно скоротити час та здешевити процес моделювання складних багатофакторних систем. Це стосується багатофакторного моделювання реальних економічних, технічних та будь-яких інших систем, а також діяльності з проектування нових систем. Модель швидко переналаштовується при зміні режиму функціонування системи, що моделюється. Комп'ютерні експерименти допоможуть оперативно аналізувати діяльність за багатьма показниками, зокрема, об'єктів господарювання, робити прогнози та приймати обґрунтовані управлінські рішення.

*Weaknesses.* Складність параметризації, нетрадиційність методу є стримуючим фактором застосування КМГМ. Зокрема, при впровадженні на реальних об'єктах господарювання, встановлення коректних параметричних зв'язків при моделюванні є працемістким, потребує висококваліфікованих фахівців, які детально обізнані щодо всіх нюансів роботи підприємства з точки зору економіки, техніки та технологій, споживання енергоресурсів, тощо.

*Opportunities.* Подальший розвиток КМГМ та створення спеціального програмного забезпечення, що його реалізує, відкриває нові можливості у моделюванні багатофакторних систем та процесів. Застосування у композиційному методі геометричного моделювання Б-кривих з БН-координатами, отриманими через узагальнену техніку формування характеристичних функцій, надає універсальність КМГМ. Одно-, дво-, трипараметрична Б-крива може розглядатися у  $n$ -вимірному евклідовому просторі  $E^n$ . В результаті цього КМГМ може застосовуватися для розв'язання задач у  $n$ -вимірному просторі, а результат розв'язку може бути розкладений на  $n$  одновимірних проєкцій, на яких легко проводити аналіз розв'язку. Це відкриває широкі перспективи застосування, зокрема, в інформаційних системах підтримки управлінських рішень.

*Threats.* Обмеженням застосування КМГМ є складність параметризації геометричних фігур відносно базисних точок. Незвичність підходу, що є безвідносним до координатного методу, потребує спеціальних навичок у фахівців, що застосовуватимуть його на практиці.

## 8. Висновки

1. Принципом формування характеристичних функцій є операція множення параметрів і штучно призначених коефіцієнтів. В результаті визначення, добуток у вузлових точках перетворюється у нуль або одиницю, а у проміжках між вузловими точками – змінюється від нуля до одиниці. Кількість множників характеристичної функції дорівнює кількості вузлових точок, які інтерполуює характеристична функція.

2. Показано, що кожна з БН-координат являє собою дробово-раціональну функцію, що приймає значення від нуля до одиниці.

3. Визначено, що БН-координати однієї Б-кривої утворюють систему взаємопов'язаних дробово-раціональних функцій. Зміна значення однієї БН-координати тягне за собою відповідні зміни решти БН-координат і, при цьому, сума усіх БН-координат, за будь-якого значення параметру  $t$  у межах від нуля до одиниці завжди буде дорівнювати одиниці.

Таким чином, розроблена узагальнююча техніка алгебраїчного формування характеристичних функцій, визначено перехід від характеристичних функцій до БН-координат для інтерполяції трьох точок. Застосована тут техніка може бути використана і для геометричної інтерполяції чотирьох і більше точок. Можливість збільшення кількості вихідних точок геометричної фігури для БН-інтерполяції розширює можливості моделей багатofакторних процесів, систем, тощо.

## Література

1. Ivanov G. S. Konstruirovaniye tekhnicheskikh poverkhnostey (matematicheskoye modelirovaniye na osnove nelineynykh preobrazovaniy). Moscow: Mashinostroeniye, 1987. 192 p.

2. Kotov I. I. Mgnovennyye algebraicheskiye preobrazovaniya i ikh vozmozhnyye prilozheniya // Trudy Moskovskogo aviatsionnogo instituta. 1969. Issue 191. P. 71–83.

3. Obukhova V. S. Prikladnaya geometriya poverkhnostey otval'nogo tipa: proceedings // Respublikanskaya konferentsiya po prikladnoy geometrii i inzhenernoy grafike. Kyiv, 1976. P. 76–78.

4. Mykhailenko V. Ye., Kuchkarova D. F. Heometrychni modeli topohrafichnykh poverkhon v zadachakh proektuvannia // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. 1997. Issue. 62. P. 53–57.

5. Pavlenko O. M. Doslidzhennia tochnosti protsesu zghushchennia kryvoi skladenoї formy pry rekonstruktsii zasobamy tochkovoho chyslenni Baliuby-Naidysha // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. 2013. Issue 91. P. 206–210.

6. Bakhvalov N. S. On the optimality of linear methods for operator approximation in convex classes of functions // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. 1971. Vol. 11, Issue 4. P. 244–249. doi: [http://doi.org/10.1016/0041-5553\(71\)90017-6](http://doi.org/10.1016/0041-5553(71)90017-6)

7. Virchenko H. A. Proektuvannia ploskykh obvodiv z vykorystanniam kryvykh Bezie tretoho poriadku // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. 2003. Issue 72. P. 119–123.

8. Giannelli C., Hormann K., Zagar E. Recent trends in theoretical and applied geometry // Computer Aided Geometric Design. 2014. Vol. 31, Issue 7-8. P. 329–330. doi: <http://doi.org/10.1016/j.cagd.2014.09.002>

9. Naidysh V. M., Baliuba Y. H., Vereshchaha V. M. Algebra BN-yschysleniia // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. 2012. Issue 90. P. 210–215. URL: <http://elar.tsatu.edu.ua/handle/123456789/2334>

10. Konopatskyi Ye. V. Polishchuk V. I. Teoretychni osnovy tochkovoho vyznachennia poverkhon zi zminnym sympleksom // Naukovi notatky. 2008. Issue 22 (2). P. 276–281.

11. Tochechnoe yschyslenye heometrycheskykh form y eho mesto v riadu druhykh sushchestvuiushchykh yschysleny / Baliuba Y. H. et. al. // Kompiuterno-intehrovani tekhnolohiii: osvita, nauka, vyrobnytstvo. 2011. Issue 6. P. 24–29. URL: <http://ki.lutsk-ntu.com.ua/node/123/section/6>

Тільки для читачів