

УДК 532.516

DOI: 10.15587/2312-8372.2019.145296

РОЗРОБКА ТРИВИМІРНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ НАРОСТАННЯ КРИГИ НА АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХНЯХ

Алексєєнко С. В., Юшкевич О. П.

1. Вступ

Зледеніння є загально визнаною серйозною проблемою безпеки в авіації. Найбільш загальними негативними явищами, які можуть бути викликані зледенінням аеродинамічних поверхонь літальних апаратів, є зменшення підйомної сили і кута зриву потоку з крила, а також елементів хвостового оперення, втрата поздовжньої стійкості та, відповідно, раптова втрата керованості. Розробка систем захисту від зледеніння і визначення їх ефективності є дуже складною проблемою. Згідно з прийнятими стандартами безпеки, основними інструментами досліджень, які повинні бути включені в план сертифікації літаків для польотів в умовах зледеніння, є:

- льотні випробування в природних умовах зледеніння;
- експерименти в аеродинамічних трубах, як «сухих», так і моделюючих умови зледеніння;
- чисельні методи.

При цьому необхідно зазначити, що експериментальні методи з одного боку є досить дорогими, вимагають складного устаткування, а з іншого, не дають повного уявлення про розподіл параметрів повітряно-крапельного потоку в досліджуваній області. Крім того, експерименти, що проводяться в наземних умовах, не можуть точно відтворити умови зледеніння в польоті, вимагають використання масштабних моделей. Тому виникає необхідність в застосуванні методів чисельного моделювання з метою скорочення часу і вартості розробки систем захисту від зледеніння. При цьому розрахунки повинні базуватись на оцінюванні ефективності чисельних методів, розумінні особливостей впливу на картину течії зміни геометрії аеродинамічних поверхонь внаслідок утворення крижаних наростів. Все це є передумовами до створення найбільш досконалих систем захисту від зледеніння в теперішній час.

Таким чином, для забезпечення безпеки польотів літальних апаратів в несприятливих метеорологічних умовах є актуальною проблема розробки програмно-методичного забезпечення, що дозволяє моделювати умови зледеніння, а також розвиток моделей процесу наростання криги на аеродинамічних поверхнях.

2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит

Об'єктом дослідження є процеси гідроаеродинаміки і тепломасопереносу, що відбуваються при зледенінні аеродинамічних поверхонь літальних апаратів під час польоту в несприятливих метеорологічних умовах.

До теперішнього часу в різних країнах розроблено ряд відомих методик і програмних продуктів, що дозволяють моделювати процеси зледеніння, де зовнішній повітряно-крапельний потік описується за допомогою рівнянь потенціалу і траєкторної моделі. При цьому слід зазначити, що опис процесу наростання криги заснований на підході, запропонованому в 1965 році [1], з використанням напівемпіричних залежностей.

Такі методики мають обмежене застосування в разі досить великих швидкостей і складних форм крижаних наростів (через наявність локальних трансзвукових зон і значних градієнтів тиску), конфігурацій з мультитілами. Окрім того, вони нехтують передісторією потоку, не дозволяють оцінювати вплив шорсткуватих наростів криги, що утворюється, на аеродинамічні характеристики профілю. Також вони мають обмежене застосування при переході до задач в тривимірній постановці, містять деякі протиріччя при описі фізичної картини і, відповідно, термодинаміки процесу наростання криги.

3. Мета та задачі дослідження

Метою роботи є розробка математичної моделі процесу наростання криги з урахуванням фізичних процесів, що відбуваються при випадінні переохолоджених крапель води на обтічну поверхню з їх подальшим переміщенням та затвердінням.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі завдання:

1. Виконати аналіз експериментальних досліджень процесу зледеніння аеродинамічних поверхонь: взаємодії переохолоджених крапель води з поверхнею, що обтікається, механізму замерзання вологи та її подальшого переміщення уздовж поверхні, що вкривається кригою.

2. На основі проведених експериментальних досліджень сформулювати, з основними припущеннями та спрощеннями, метод розрахунку наростання криги на обтічній поверхні.

4. Дослідження існуючих рішень проблеми

Різними групами дослідників в усьому світі розроблені методики, що дозволяють моделювати процеси зледеніння аеродинамічних поверхонь в двовимірній постановці, наприклад:

- LEWICE (США) [1];
- ONERA (Франція) [2];
- TRAJICE2D (Велика Британія) [3];
- CANICE (Канада) [4];
- CIRA (Італія) [5];
- 2DFOIL-ICE (Нідерланди) [6].

Необхідно зазначити, що більшість перелічених методик доопрацьовуються для моделювання наростання криги в тривимірній постановці [7, 8]. При цьому поведінку поверхневої рідини в цих методиках описано, не беручи до уваги її фізичний стан, з використанням спрощуючих гіпотез. Вважають, що рідина переміщується по поверхні зледеніння у вигляді плівки, ґрунтуючись на гіпотезі, що була розвинена в роботах [9, 10] та ін. Це припущення не враховує, що поверхнева рідина може мати різний фізичний стан, що визначається термодинамічним балансом, фізичними властивостями переохолодженої води, дією аеродинамічної, гравітаційної сили, поверхневим натягом.

Також необхідно зазначити, що ці співвідношення були отримані для відносно простої геометрії обтічного тіла, і, відповідно, вони мають обмежене застосування в разі складної геометрії і метеорологічних умов, що значно відрізняється від розглянутих.

5. Методи дослідження

В роботі було використано експериментальні та аналітичні методи дослідження фізичних процесів наростання криги на аеродинамічних поверхнях. Ці методи базуються на поетапному аналізі [11, 12] взаємодії з подальшим зледенінням переохолоджених крапель на кромці крила при набіганні повітряно-крапельного потоку з високою водністю.

Початковий етап процесу зледеніння обтічної поверхні характеризується деформуванням крапель, що влітають, у вигляді «сплющення» до набуття форми своєрідних дисків («млинців»). При цьому крапельки можуть розпадатися на більш дрібні частинки, розбризкуватися та об'єднуватися з сусідніми поверхневими частками вологи в кластери, які також мають форму «млинців». Після чого під дією поверхневого натягу ці «млинці» «підтягуються», приймають напівсферичну форму, які в свою чергу можуть об'єднуватися в більші поверхневі краплі. Цей процес супроводжується відносно швидким затвердінням частини об'єму переохолодженої води, яка влітає, що обумовлює її нагрівання до температури затвердіння і подальшим (повільнішим) процесом замерзання рідкої частини, що залишилася. Відтік тепла відбувається в результаті конвекції, часткового зриву мікрочасток та випаровування води, сублімації криги в зовнішній потік, а також через теплообмін з аеродинамічною поверхнею, що має від'ємну температуру. Поверхневі краплі, замерзаючи, залишаються нерухомими, або розтікаються, утворюючи нерівності, западини, в яких може залишатися незамерзла вода. Якісну картину розподілу температури на обтічній поверхні зледеніння представлено на рис. 1. При цьому будемо вважати, що рідкі переохоложені крапельки, що влітають з зовнішнього потоку, мають температуру, близьку до температури потоку, що набігає. Рідина, що знаходиться в западинах між горбками криги, являє собою двофазну субстанцію «крига-вода», яка, в процесі замерзання, може мати мінливу неоднорідну структуру за об'ємом, але при цьому має температуру, близьку до температури фазового переходу.

Температура вершин крижаних горбків буде дещо нижче температури фазового переходу, внаслідок більш інтенсивного теплообміну через більші значення місцевої швидкості набігаючого потоку в області над вершинами горбків. Температура криги безпосередньо під границею зі структурою «крига-вода» буде дорівнювати температурі фазового переходу. Проте, за рахунок теплообміну з «холодною» поверхнею крила температура вглиб шару криги буде знижуватися.

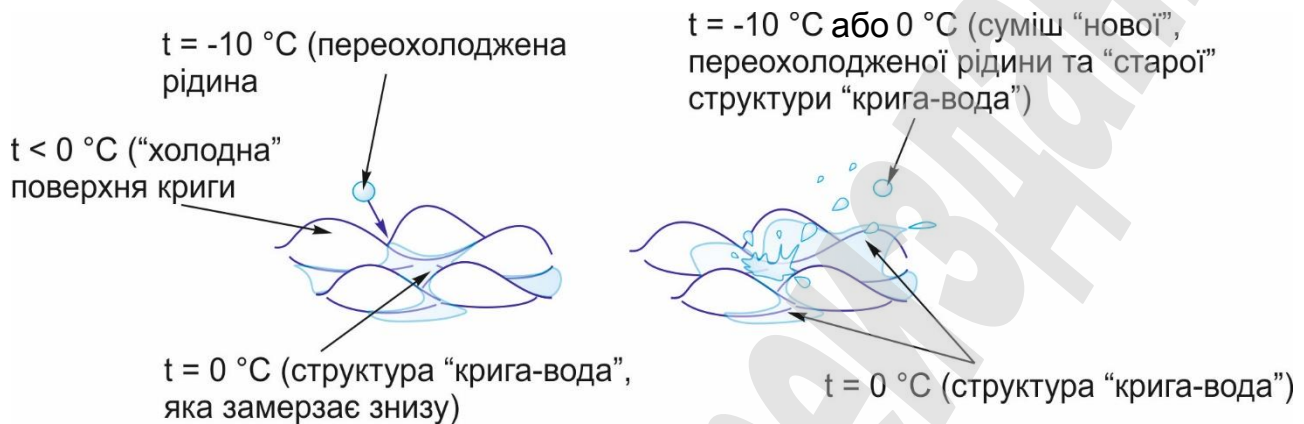


Рис. 1. Розподілення температури на обтічній поверхні (в умовах експерименту, що проводився: $t_{\infty} = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$, $v_{\infty} = 33\text{ м/с}$, $LWC = 2.4\text{ г/м}^3$, $d_k = 150\text{ мкм}$)

При попаданні переохолодженої крапельки на поверхню зледеніння буде відбуватися інтенсивне перемішування і рух уздовж поверхні мас структури «крига-вода» з «ноюю» переохолодженою рідиною. При цьому якийсь час, що перевищує тривалість взаємодії з крапелькою, що влітає, «нова» рідина буде залишатися все ще переохолодженою і перейде в стан термодинамічної рівноваги вже в «спокійній» субстанції, що знаходиться в западинах між крижаними горбками. Будемо вважати, що кількість і час знаходження рідини на вершинах крижаних горбків визначається швидкістю потоку, що набігає, захоплюючи нижче за потоком (розтіканням або «вихоплюванням» з подальшим осадженням) цю рідину. При цьому механізмами переміщення рідини будуть:

- відносно повільне рівномірне переміщення під дією аеродинамічних сил (в разі накопичення достатнього об'єму рідини на елементі обтічної поверхні);
- локальне переміщення за рахунок енергії крапельки, що влітає;
- і, з відносно більшою швидкістю, за допомогою розбризування і «перестрибування» рідини з її подальшим випаданням нижче за потоком (рис. 2).

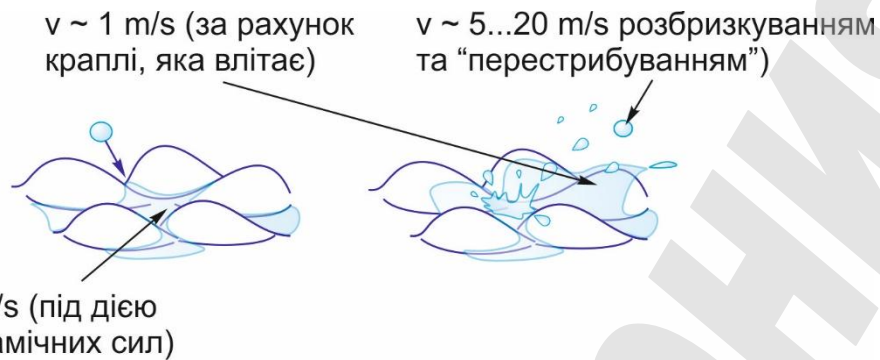


Рис. 2. Механізм переміщення рідини уздовж обтічної поверхні (в умовах експерименту, що проводився: $t_{\infty} = -10 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $v_{\infty} = 33 \text{ м/с}$, $LWC = 2.4 \text{ г/м}^3$, $d_k = 150 \text{ мкм}$)

Вплив температури (при інших рівних умовах) на механізм переміщення рідини і структуру криги, що утворилася, проілюстровано на рис. 3. Будемо вважати режим зледеніння, коли волога існує на обтічній поверхні у рідкому стані, «вологим» (рис. 3, *а*, *б*). А коли крапельки, що влітають, замерзають практично відразу, створюючи крижані «стовпчики» та, в подальшому, формують пухку кригу – «сухим» (рис. 3, *в*).

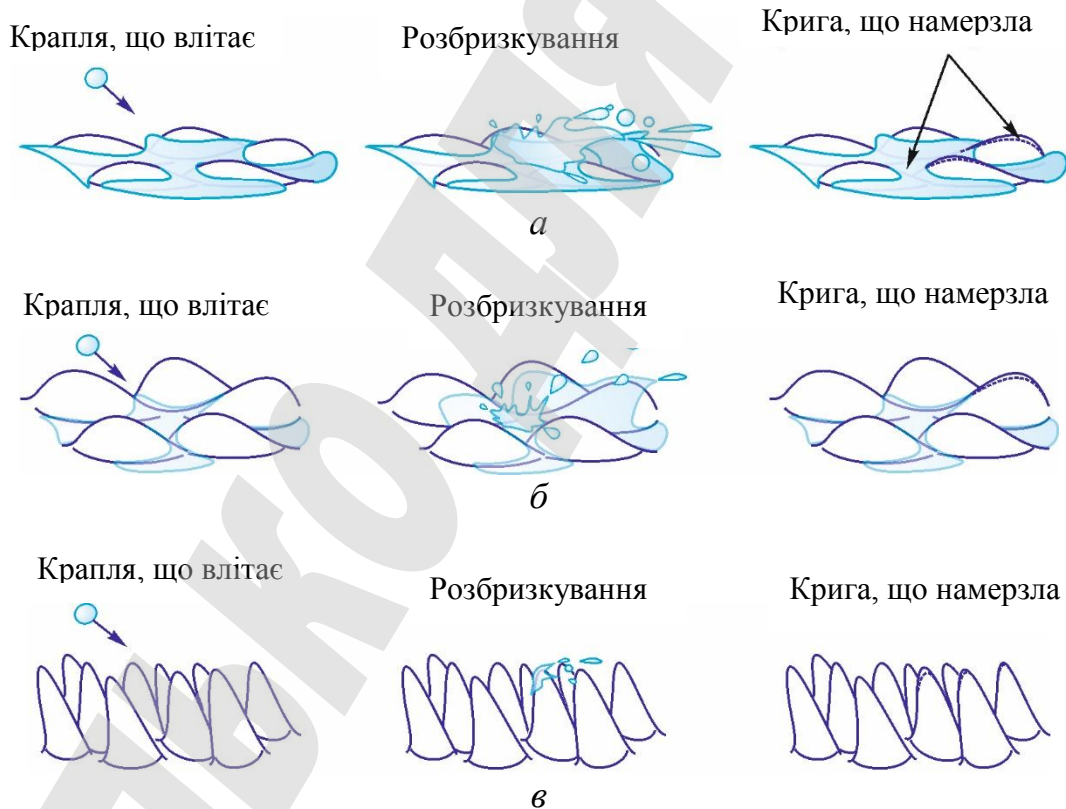


Рис. 3. Вплив температури на механізм переміщення і послідуєчого затвердіння поверхневої вологи: *а* – $2.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$; *б* – $-10.0 \text{ }^{\circ}\text{C}$; *в* – $-15.0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ (в умовах експерименту, що проводився: $v_{\infty} = 33 \text{ м/с}$, $LWC = 2.4 \text{ г/м}^3$, $d_k = 150 \text{ мкм}$)

Відповідно відомим, а також отриманим власним експериментальним даним і прийнятим положенням, при розробці методики та математичної моделі розрахунку наростання криги було прийнято наступні припущення та спрощення:

– переміщення рідини уздовж обтічної поверхні, яке відбувається за допомогою «вихлюпувань», при зіткненні з поверхнею зледеніння крапель, що влітають, «перестрибувань» та розбризкування, з подальшим випадінням рідини нижче за потоком. А також перетікання між «горбками» криги під дією аеродинамічних сил розглядається як усереднений усталений рух;

– процес кристалізації рідини в контрольному об'ємі відбувається в два етапи:

1) відносно швидке утворення просторової структури «крига-вода» в об'ємі «нової» переохолодженої рідини, що влітає із зовнішнього потоку, в пропорції f_i (яка визначається температурою переохолоджених крапель);

2) і, більш повільне, повне затвердіння, з боку вже існуючої криги, структури «крига-вода», що міститься в контрольному об'ємі, в пропорції n ;

– рідина у вигляді структури «крига-вода», яка потрапляє із сусідніх контрольних об'ємів, та залишає контрольний об'єм, що розглядається, знаходиться в стані термодинамічної рівноваги та має усереднену за об'ємом температуру, яка дорівнює температурі затвердіння води;

– залишає контрольний об'єм структура «крига-вода» в пропорції $f_{icp} f_i = f_{icp}$ (усереднене значення за об'ємом рідини f_i і f_{i-icp});

– площа поверхні випаровування приймається рівною площі зовнішньої поверхні контрольного об'єму;

– випаровування і сублімація структури «крига-вода» відбувається в пропорції f_{icp} ;

– нижня границя зовнішньої розрахункової області проходить по вершинах нерівностей, де швидкість повітряно-крапельного потоку приймаємо рівною 0.

При цьому, процес зледеніння аеродинамічної поверхні розбитий на кроки за часом, протягом яких процес наростання криги вважатимемо квазістаціонарним. Тобто всі параметри потоку, що набігає, а також масові та теплові потоки приймаються постійними протягом цього кроку і відповідними моменту його початку. Фізичні перетворення в межах кроку за часом відбуваються миттєво.

При створенні математичної моделі на макрорівні будемо вважати справедливим перехід до розгляду рідини, що переміщується уздовж обтічної поверхні у вигляді субстанції крига-вода, що замерзає з боку обтічного тіла (рис. 4).

Грунтуючись на отриманих експериментальних даних, будемо вважати, що на мікрорівні, на початковому етапі процесу зледеніння шорсткість поверхні може бути визначена за допомогою методики, запропонованої у роботі [13]. В частині припущення, що незамерзла рідина знаходиться на обтічній поверхні у вигляді крапель, які замерзають зі сторони поверхні, а максимально можлива висота цих крапель розраховується із умови рівноваги діючих на краплю аеродинамічних сил

та сил поверхневого натягу. При цьому шорсткість поверхні буде визначатися максимально можливою висотою поверхневих крапель.

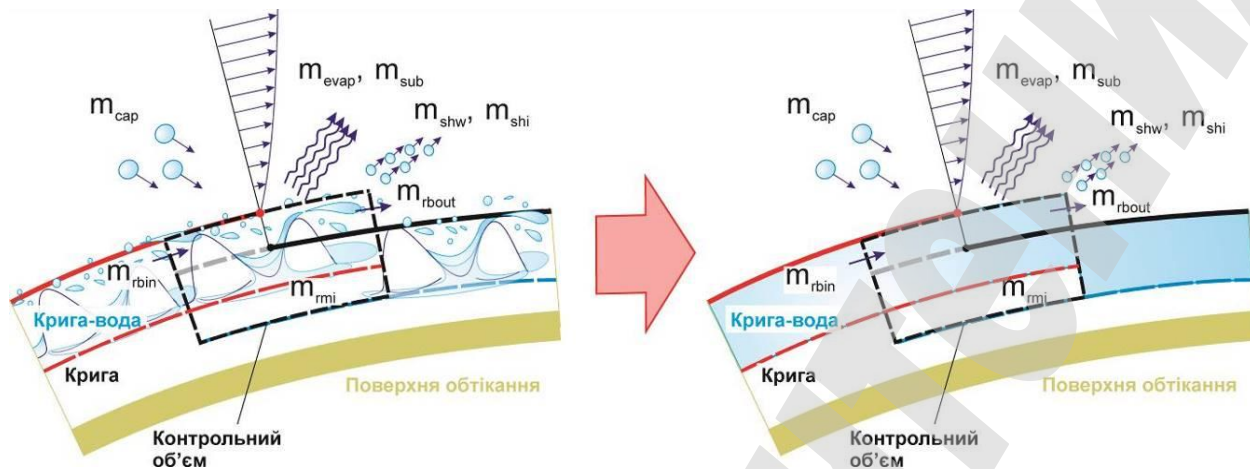


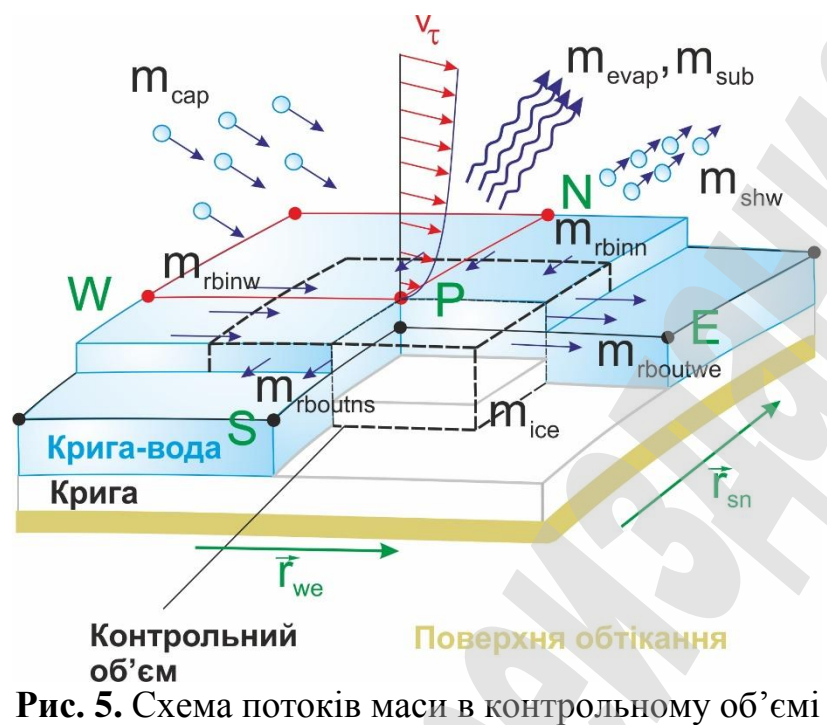
Рис. 4. Схема переходу до математичної моделі наростання криги

Оскільки було з'ясовано, що в подальшому, в процесі зледеніння аеродинамічної поверхні, фізична картина процесу переміщення і замерзання поверхневої рідини відрізняється від загальноприйнятого припущення [2], будемо вважати доцільним, при визначенні шорсткості поверхні, використовувати емпіричні співвідношення, наведені в роботах [14, 15].

Розроблені допущення дозволяють використати метод поверхневих контрольних об'ємів для тривимірного аналітичного опису процесу наростання криги. Рівняння масового та теплового балансів можна отримати на підставі законів збереження маси, енергії і кількості руху для контрольного об'єму, розташованого на поверхні тіла згідно з методиками наведеними в роботах [16, 17].

6. Результати досліджень

Розглянемо контрольний об'єм, розташований на поверхні обтічного тіла (рис. 5). Поточний контрольний об'єм позначимо як P , а чотири сусідніх, відповідно N , E , W , S . r_{sn} – одиничний вектор у напрямку від S до N , а r_{we} – одиничний вектор у напрямку від W до E . На рис. 5 розрахункова сітка, відображена чорним кольором, відповідає попередньому часовому кроку, а та, що відображена червоним кольором – поточному часовому кроку.



Маса рідини, яка входить в контрольний об'єм за розглянутий проміжок часу m_{in} складається з маси води, що осаджується із зовнішнього потоку у вигляді переохолоджених крапельок m_{cap} та маси рідини у вигляді структури крига-вода, яка переміщується із сусідніх контрольних об'ємів $\sum m_{rbin}$ [13]:

$$m_{in} = m_{cap} + \sum m_{rbin}. \quad (1)$$

Маса води, що влітає із зовнішнього потоку – маса частини переохолоджених крапельок води, що знаходяться в зовнішньому повітряно-крапельному потоці, які вдаряються об обтічну поверхню. У разі застосування моделі взаємопроникних середовищ:

$$m_{cap} = \sum_{k=1}^n (\rho_{jk} U_{jnk}) \Delta s \Delta t_{acc}, \quad (2)$$

де ρ_{jk} – концентрація переохолоджених крапельок в повітряно-крапельному потоці біля поверхні обтічного тіла, відповідна k -му інтервалу розподілу; U_{jnk} – нормальна до обтічної поверхні складова швидкості крапельок, відповідна k -му інтервалу розподілу; n – кількість інтервалів розподілу; Δs – площа контрольного об'єму; Δt_{acc} – крок за часом наростання криги.

Маса структури «крига-вода», яка переміщується із попереднього контрольного об'єму m_{rbin} може бути представлена, як сума рідкої m_{rbinw} та крижаної $m_{rbinice}$ складових:

$$m_{rbin} = m_{rbinw} + m_{rbinice}, \quad (3)$$

де $m_{rbinice} = m_{rbin} \cdot f_{i-1_{cp}}$, $f_{i-1_{cp}}$ – усереднена за об'ємом доля криги в структурі крига-вода в попередньому контрольному об'ємі.

Позначимо як $\sum m_{rbin}$ – частину мас рідини, яка переміщується із сусідніх контрольних об'ємів, визначених індексами N, E, W, S в поточний контрольний об'єм P :

$$\sum m_{rbin} = m_{rbinw} + m_{rbine} + m_{rbins} + m_{rbinn}, \quad (4)$$

де індексом $rbinw$ позначена маса рідини, що переміщується в контрольний об'єм P з контрольного об'єму W , $rbine$ – з контрольного об'єму E , $rbins$ – з контрольного об'єму S , $rbinn$ – з контрольного об'єму N .

З іншого боку, маса рідини m_{in} , що входить в контрольний об'єм, витрачається на масу рідини, яка вибуває m_{out} і масу криги, що утворилася m_{ice} на протязі кроку за часом наростання криги [13]:

$$m_{in} = m_{out} + m_{ice}. \quad (5)$$

Маса рідини, що вибуває, у загальному випадку складається з п'яти складових:

- 1) маси сублімованої криги m_{sub} ;
- 2) маси води, що випарувалась m_{evap} ;
- 3) маси рідини у вигляді структури крига-вода, що переміщується в сусідні контрольні об'єми $\sum m_{rbout}$;
- 4) маси віднесеної потоком рідини m_{shw} ;
- 5) маси вирваної потоком криги m_{shi} [13]:

$$m_{out} = m_{sub} + m_{evap} + \sum m_{rbout} + m_{shw} + m_{shi}, \quad (6)$$

Маса сублімованої криги і маса випаруваної води, m_{sub} та m_{evap} – частини крижаної маси і маси води в рідкому стані, які випаровуються в повітря під впливом перепаду температур в прилежовому шарі. Маса віднесеної рідини m_{shw} – частина маси рідини, що знаходиться всередині контрольного об'єму, яка виривається потоком, що набігає під впливом дотичних напружень. Вона може

бути визначена за числом Weber, використовуючи емпіричні співвідношення [13]. При наявності зриву потоку вважатимемо, що вся рідина, що переміщується з контрольного об'єму, уноситься зовнішнім потоком. Маса вирваної криги m_{shi} – частина крижаної маси, що знаходиться в контрольному об'ємі, яка викидається в повітря внаслідок відриву кристалів криги під дією аеродинамічної сили або внаслідок дії інших факторів.

Маса структури крига-вода, яка залишає контрольний об'єм може бути представлена, як сума рідкої m_{rbout_w} та крижаної $m_{rbout_{ice}}$ складових:

$$m_{rbout} = m_{rbout_w} + m_{rbout_{ice}}, \quad (7)$$

де $m_{rbout_{ice}} = m_{out} f_{i_{cp}}$, $f_{i_{cp}}$ – усереднена за об'ємом доля криги в структурі крига-вода в поточному контрольному об'ємі.

Позначимо як $\sum m_{rbout}$ – масу рідини, що знаходилася в поточному контрольному об'ємі, і яка переміщується в сусідні контрольні об'єми:

$$\sum m_{rbout} = m_{rboutwe} + m_{rboutsn}, \quad (8)$$

де індексом $rboutwe$ позначена маса води, яка переміщується з контрольного об'єму P в сусідні контрольні об'єми W і E , а індексом $rboutsn$ – в сусідні контрольні об'єми S і N .

Тоді рівняння балансу маси набуде вигляду:

$$\begin{aligned} m_{cap} + \sum m_{rbin} + m_{resw} &= m_{sub} + m_{evap} + \sum m_{rbout} + m_{shw} + m_{shi} + m_{ice} + m_{rmw}, \\ \sum m_{rbout} &= m_{rboutwe} + m_{rboutsn}. \end{aligned} \quad (9)$$

Додатний напрямок потоків маси рідини, що переміщується в контрольний об'єм, показано на рис. 5 [18]. Напрямок потоків рідини, що переміщується в контрольний об'єм, узгоджується з напрямком одиничного вектору. Тобто, будемо вважати, що, якщо $m_{rboutsn}$ дорівнює нулю, то переміщення рідини в напрямку від S до N , відсутнє; якщо величина $m_{rboutsn}$ додатна – рідина переміщується через грань між контрольними об'ємами P і N , якщо від'ємна – через грань між контрольними об'ємами P і S .

Тоді розділ частин рідини, яка вибуває через межі контрольного об'єму, можуть бути визначені з використанням наступних співвідношень [18]:

$$m_{rboutwe} = \frac{f_{we}}{|f_{we}| + |f_{sn}|} \sum m_{rbout},$$

$$m_{rboutsn} = \frac{f_{sn}}{|f_{we}| + |f_{sn}|} \sum m_{rbout},$$
(10)

де $f_{we} = \vec{f}_{\tau_air} \cdot \vec{r}_{we}$ та $f_{sn} = \vec{f}_{\tau_air} \cdot \vec{r}_{sn}$ – складові долі рідко-твердої суміші в напрямку дотичного тиску від W до E і від S до N відповідно.

Маса рідини, що переміщується в контрольний об'єм, який розглядається, може бути знайдена в такий спосіб [18]:

$$m_{rbinw} = \left[\begin{array}{c} W \\ m_{outwe}, 0 \end{array} \right], m_{rbine} = \left[\begin{array}{c} E \\ -m_{outwe}, 0 \end{array} \right],$$

$$m_{rbins} = \left[\begin{array}{c} S \\ m_{outsn}, 0 \end{array} \right], m_{rbinn} = \left[\begin{array}{c} N \\ -m_{outsn}, 0 \end{array} \right],$$
(11)

де знак $\left[\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right]$ означає вибір максимального з наведених значень; m_{outwe}^W і m_{outwe}^E – маса рідини, що переміщується в напрямку WE в контрольні об'єми W і E відповідно; m_{outsn}^S і m_{outsn}^N – маса рідини, що переміщується в напрямку SN в контрольні об'єми S і N відповідно.

Маса рідини m_w – як частина маси структури крига-вода, що входить в контрольний об'єм m_{in} , може бути визначена як [13]:

$$m_w = (1-n)m_{in},$$
(12)

де n – замерзла частка структури крига-вода.

Маса рідини у вигляді структури крига-вода, яка переміщується з поточного контрольного об'єму $\sum m_{rbout}$ дорівнює масі рідини m_w за мінусом маси випаруваної m_{evap} і вирваної зовнішнім потоком m_{shw} рідини [13]:

$$\sum m_{rbout} = m_w - m_{evap} - m_{shw}.$$
(13)

Маса залишкової криги m_{mi} – частина маси рідини у вигляді структури крига-вода, що входить, яка замерзає, і вона відповідає кількості криги m_{ice} ,

накопиченої протягом кроку за часом за вирахуванням маси сублімованої криги m_{sub} і вирваної потоком маси криги m_{shi} [13]:

$$m_{rmi} = m_{ice} - m_{sub} - m_{shi}. \quad (14)$$

Маса криги m_{ice} – частина маси рідкої води у вигляді структури крига-вода, що входить m_{in} , яка замерзає:

$$m_{ice} = nm_{in}. \quad (15)$$

Для контрольного об'єму, з рівняння збереження енергії, можна отримати рівняння теплового балансу, що має вигляд (рис. 6):

$$Q_{kin} + Q_{aerod} + Q_{lat_{i-w}} + Q_{lat} - Q_{evap} - Q_{sub} - Q_{conv} - Q_{cond} - Q_{sens} = 0, \quad (16)$$

де Q_{kin} – теплота кінетичного нагріву;

Q_{aerod} – теплота аеродинамічного нагріву;

$Q_{lat_{i-w}}$ – прихована теплота затвердіння, що виділяється при утворенні структури «крига-вода»;

Q_{lat} – прихована теплота затвердіння, що виділяється при замерзанні структури «крига-вода»;

Q_{evap} – прихована теплота випаровування;

Q_{sub} – прихована теплота сублімації;

Q_{conv} – теплообмін конвекцією;

Q_{cond} – теплообмін провідністю;

Q_{sens} – внутрішня теплота.

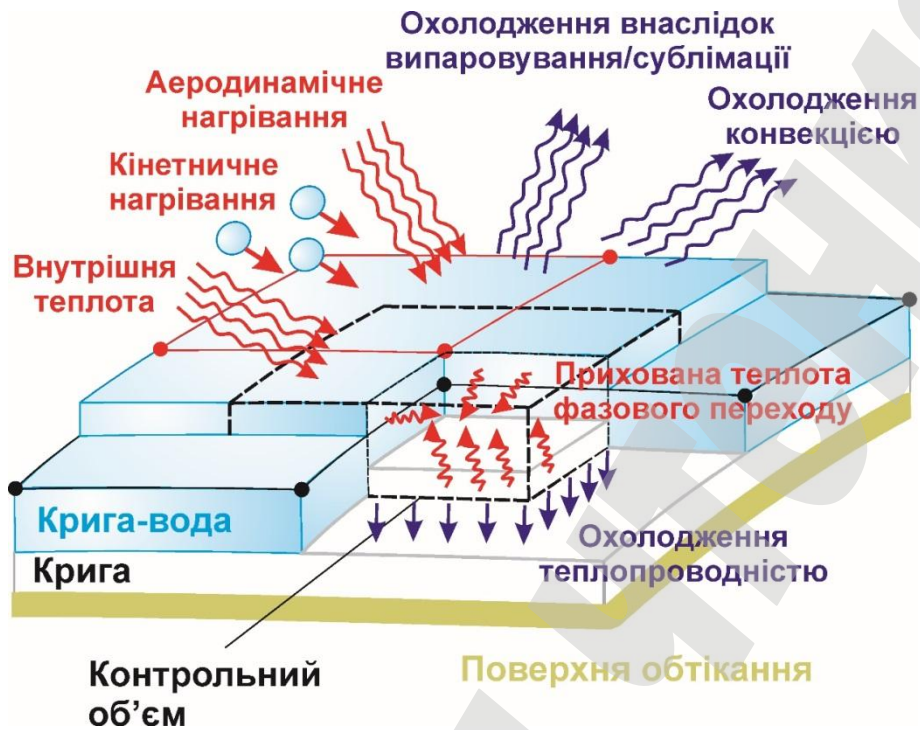


Рис. 6. Схема теплових потоків в контрольному об'ємі

На першому етапі процесу кристалізації рідини, в рамках кроку за часом зледеніння, переохолоджена рідина, що міститься в краплях, які потрапляють на обтічну поверхню, переходить в стан термодинамічної рівноваги. Тобто прихована теплота затвердіння, що виділяється при утворенні крижаної долі в структурі крига-вода $Q_{lat_{i-w}}$ буде дорівнювати внутрішній теплоті Q_{sens} , необхідній для нагрівання переохолодженої рідини від температури крапельок T_d до температури фазового переходу T_f :

$$Q_{lat_{i-w}} = Q_{sens}, \quad (17)$$

$$Q_{lat_{i-w}} = m_{cap_{ice}} L_f, \quad (18)$$

$$Q_{sens} = m_{cap} c_{p_w} (T_f - T_d), \quad (19)$$

де c_{p_w} – питома теплоємність води.

При цьому маса води, що влітає із зовнішнього повітряно-крапельного потоку m_{cap} у вигляді переохолоджених крапельок, буде розділена на масу води m_{cap_w} та масу криги $m_{cap_{ice}}$ в структурі крига-вода, яка утворилася:

$$m_{cap} = m_{cap_w} + m_{cap_{ice}}, \quad (20)$$

Тобто $m_{cap_{ice}} = m_{cap} f_i$, звідки замерзла доля криги в просторовій структурі крига-вода $f_i = \frac{c_{pw} (T_f - T_d)}{L_f}$ може бути знайдена, як:

$$f_i = \frac{c_{pw} (T_f - T_d)}{L_f}, \quad (21)$$

після чого знаходиться усереднене значення долі криги в просторовій структурі крига-вода за об'ємом рідини $f_{i_{cp}}$.

На другому етапі буде замерзати вода, що міститься в структурі крига-вода за рахунок теплових втрат конвекцією, випаровуванням, сублімацією, теплопровідністю (за мінусом прихованої теплоти затвердіння, кінетичного і аеродинамічного нагріву). При цьому вода, що буде замерзати також сковановатиме і крижану структуру, що міститься в цій воді в пропорції $f_{i_{cp}}$.

Коли частина маси води, яка міститься в структурі крига-вода в контрольному об'ємі замерзає, вивільняється прихована теплота затвердіння:

$$Q_{lat} = m_{freeze} L_f, \quad (22)$$

де m_{freeze} – маса криги, що утворився в структурі крига-вода; L_f – питома теплота затвердіння води.

При цьому маса криги, що утворилася при повному затвердінні структурі крига-вода буде дорівнювати:

$$m_{ice} = \frac{1}{1 - f_{i_{cp}}} m_{freeze}. \quad (23)$$

Кінетична теплота Q_{kin} – це енергія, породжена зміною швидкості переохолоджених крапельок води, що вдаряються об обтічну поверхню [17]:

$$Q_{kin} = \frac{m_{cap} U_d^2}{2}, \quad (24)$$

де U_d – швидкість крапельок води, визначена з розрахунку зовнішнього повітряно-крапельного потоку.

Теплота аеродинамічного нагріву, породжена тертям повітря об поверхню обтічного тіла, Q_{aerod} , утворюється усередині прикордонного шару при зміні

температури від значення в потоці, що набігає T_∞ до середньої температури в примежовому шарі, яку називають температурою відновлення T_{rec} [17]:

$$Q_{aerod} = h_{cv} (T_{rec} - T_\infty) \Delta s \Delta t_{acc}, \quad (25)$$

де h_{cv} – коефіцієнт конвективного теплообміну; Δs – площа контрольного об'єму; Δt_{acc} – крок за часом наростання криги.

Частина присутньої в контрольному об'ємі крижаної маси сублимує, при цьому поглинається теплота:

$$Q_{sub} = -m_{sub} L_{sub}, \quad (26)$$

де m_{sub} – маса сублимованої криги, L_{sub} – питома теплота сублимації.

Частина маси води в рідкій фазі, яка присутня в контрольному об'ємі, випаровується, поглинаючи теплоту:

$$Q_{evap} = -m_{evap} L_{vap}, \quad (27)$$

де m_{evap} – маса випарованої води, L_{vap} – питома теплота випаровування.

Конвективний теплообмін Q_{cv} між повітряним потоком і обтічною поверхнею, коли потік і поверхня мають різну температуру, може бути визначений за температурним полем, або бути описаний за допомогою співвідношення:

$$Q_{cv} = h_{cv} [f_w r_A + (1 - f_w)] (T_\infty - T_s) \Delta s \Delta t_{acc}, \quad (28)$$

де h_{cv} – коефіцієнт конвективного теплообміну; T_∞ – температура незбуреного потоку, T_s – температура поверхні.

Відносний внесок різних величин в тепловому балансі показаний на рис. 6 для типових умов польоту в умовах зледеніння [19]. З рис. 6 видно, що нагрів, в основному, відбувається за рахунок виділення прихованої теплоти фазового переходу, а охолодження, головним чином, за допомогою конвекції, випаровування та/або сублимації і внутрішньої теплоти переохолоджених крапель води. У цьому прикладі параметр s/c відкладений від точки гальмування. Необхідно відзначити, що внутрішня теплота вносить відчутний внесок в разі, якщо температура набігаючого потоку (тобто температура переохолоджених крапель) досить низька ($\sim -30^\circ\text{C}$). Також видно, що коефіцієнт конвективного теплообміну відіграє найбільш суттєву роль в області точки гальмування, оскільки від нього залежать конвективний тепловий потік і потік внаслідок випаровування і сублимації (60 % від'ємних величин в тепловому балансі залежать від цього коефіцієнта).

На підставі масового і теплового балансів обчислюється замерзла частка структури крига-вода n , що проходить крізь контрольний об'єм за час Δt_{acc} , маса криги, що повністю замерзла m_{ice} та товщина шару криги, який утворився h_{ice} :

$$n = \frac{1}{1 - f_{icp}} \frac{Q_{evap} + Q_{conv} + Q_{cond} - Q_{kin} - Q_{aerod}}{L_f (m_{in_w} + m_{in_{ice}} + m_{cap})}, \quad (29)$$

$$h_{ice} = \frac{m_{ice} \Delta t}{\rho_{ice}}, \quad (30)$$

де щільність криги визначається в залежності від температури поверхні T_s .

У вологому режимі температуру поверхні вважаємо рівною 0°C і щільність гладкої криги приймаємо рівною 917 кг/м^3 . У сухому режимі, температура поверхні нижче температури затвердіння, щільність обчислюється за емпіричною формулою, запропонованою Laforte та ін. [17]:

$$\rho_{ice} = 917 \cdot \left(\frac{X}{X + 1,3} \right)^2, \quad (31)$$

де X – коефіцієнт Macklin:

$$X = \frac{d_d}{2} \cdot \frac{U_\infty}{T_f - T_s}, \quad T_f > T_s, \quad (32)$$

який є розмірним числом, та залежить від середньоарифметичного діаметра переохолоджених крапель води d_d , виражених в мкм , швидкості необуреного потоку U_∞ , вираженої в м/с , температури поверхні зледеніння T_s і температури фазового переходу води T_f в $^\circ\text{K}$.

7. SWOT-аналіз результатів досліджень

Strengths. Розроблена модель процесу наростання криги на аеродинамічних поверхнях може бути застосована в програмно-методичному забезпеченні, яке дозволяє описувати зледеніння літальних апаратів під час польоту в несприятливих метеорологічних умовах.

Запропонована модель, на відміну від існуючих, дозволить оцінювати вплив шорсткуватих наростів криги, що утворюється, на аеродинамічні характеристики профілю. А також перейти до вирішення задачі в тривимірній постановці та більшою мірою враховувати надзвичайно складні для математичного опису реальні фізичні процеси зледеніння аеродинамічних поверхонь

Weaknesses. Розроблена методика, на відміну від існуючих, вимагає значних обчислювальних ресурсів і має великі тимчасові витрати. Отже, потрібне збільшення трудових ресурсів приведе до підвищення вартості досліджень.

Opportunities. Підходи, що використані в методиці, дозволять перейти до вирішення задачі обмерзання літальних апаратів в тривимірній постановці, до можливості комплексного аналізу впливу криги на літальний апарат. Забезпечать додаткові можливості створення більш досконалих і безпечних літальних апаратів.

Threats. Поява нових методів обчислювальної гідроаеродинаміки, створення все більш досконалих універсальних комерційних програмних продуктів, збільшення обчислювальної потужності комп'ютерних систем і розробки в галузі штучного інтелекту приведуть до нових, більш досконалих рішень розглянутої в роботі проблеми.

8. Висновки

1. На основі нових отриманих експериментальних даних щодо фізики зледеніння, в методиці моделювання утворення крижаних наростів запропоновано виділити окремо процеси утворення об'ємної структури крига-вода і подальшого повного замерзання цієї структури. Це дозволяє більшою мірою враховувати надзвичайно складні для математичного опису реальні фізичні процеси зледеніння аеродинамічних поверхонь.

2. Для опису процесу наростання криги в тривимірній постановці було розроблено метод поверхневих контрольних об'ємів та сформульовано основні спрощення та припущення. При цьому рівняння масового та теплового балансів отримано на підставі законів збереження маси, енергії і кількості руху для контрольного об'єму, розташованого на поверхні обтічного тіла. Для визначення напрямку переміщення рідини уздовж обтічної поверхні було застосовано метод послідовних наближень.

Література

1. Wright, W. B. (1995). Users Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6. *National Aeronautical and Space Administration (NASA)*. Contractor Report, 95.

2. Gent, R. W. (1990). TRAJICE2 – A Combined Water Droplet and Ice Accretion Prediction Program for Aerofoil. *Royal Aerospace Establishment (RAE)*. Technical Report Number TR90054. Farnborough, 83.

3. Guffond, D., Hedde, T., Henry, R. (1993). Overview of Icing Research at ONERA, Advisory Group for Aerospace Research and Development. *Fluid Dynamics Panel (AGARD/FDP) Joint International Conference on Aircraft Flight Safety – Actual Problems of Aircraft Development*. Zhukovsky, 7.

4. Tran, P., Brahim, M. T., Paraschivoiu, I., Pueyo, A., Tezok, F. (1994). Ice Accretion on Aircraft Wings with Thermodynamic Effects. *32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. AIAA Paper No. 0605. Reno, 9. doi: <http://doi.org/10.2514/6.1994-605>

5. Mingione, G., Brandi, V. (1998). Ice Accretion Prediction on Multielement Airfoils. *Journal of Aircraft*, 35 (2), 240–246. doi: <http://doi.org/10.2514/2.2290>
6. Dillingh, J. E., Hoeijmakers, H. W. M. (2003). Accumulation of Ice Accretion on Airfoils during Flight. *Federal Aviation Administration In-flight Icing and Aircraft Ground De-icing*. Chicago, 13.
7. Beaugendre, H., Morency, F., Habashi, W. G. (2002). ICE3D, FENSAP-ICE'S 3D In-Flight Ice Accretion Module. *40th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. AIAA 2002-0385. Reno. doi: <http://doi.org/10.2514/6.2002-385>
8. Pueyo, A., Chocron, D., Kafyeke, F. (2001). Improvements to the Ice Accretion Code CANICE. *Proceedings of the 8th Canadian Aeronautics and Space Institute (CASI) Aerodynamic Symposium*. Toronto, 9.
9. Al-Khalil, K. M., Keith, T. G., De Witt, Jr., K. J., Nathman, J. K., Dietrich, D. A. (1989). Thermal Analysis of Engine Inlet Anti-Icing Systems. *27th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. AIAA 89-0759. Reno, 9. doi: <http://doi.org/10.2514/6.1989-759>
10. Al-Khalil, K. M., Keith, T. G., De Witt, K. J. (1991). Further Development of an Anti-Icing Runback Model. *29th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. AIAA-91-0266. Reno, 12. doi: <http://doi.org/10.2514/6.1991-266>
11. Alekseyenko, S., Sinapius, M., Schulz, M., Prykhodko, O. (2015). Interaction of Supercooled Large Droplets with Aerodynamic Profile. *SAE Technical Paper 2015-01-2118*, 12. doi: <http://doi.org/10.4271/2015-01-2118>
12. Alekseenko, S. V., Mendig, C., Schulz, M., Sinapius, M., Prykhodko, O. A. (2016). An experimental study of freezing of supercooled water droplet on solid surface. *Technical Physics Letters*, 42 (5), 524–527. doi: <http://doi.org/10.1134/s1063785016050187>
13. Fortin, G., Laforte, J., Beisswenger, A. (2003). Prediction of Ice Shapes on NACA0012 2D Airfoil. *SAE Technical Paper Series*, 01–2154, 7.
14. Wright, W. (2008). Users Manual for LEWIC-E Version 3.2 2008. *NASA Contractor Report*. Cleveland. Available at: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20080048307.pdf>
15. Shin, J., Bond, T. (1992). Experimental and Computational Ice Shapes and Resulting Drag Increase for a NACA 0012 Airfoil. National Aeronautical and Space Administration (NASA). *Technical Memorandum No. 105743*, 10.
16. Alekseyenko, S., Yushkevich, O. (2018). Application of numerical simulation methods for reduction of aircrafts ice protection systems energy consumption. *Technology Audit and Production Reserves*, 5 (1 (43)), 4–10. doi: <http://doi.org/10.15587/2312-8372.2018.145298>
17. Alekseyenko, S. V., Prykhodko, O. A. (2013). Numerical simulation of icing of a cylinder and an airfoil: model review and computational results. *TsAGI Science Journal*, 44 (6), 761–805. doi: <http://doi.org/10.1615/tsagiscij.2014011016>
18. Zhu, C., Fu, B., Sun, Z., Zhu, C. (2012). 3D ice accretion simulation for complex configuration basing on improved messinger model. *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, 19, 341–350. doi: <http://doi.org/10.1142/s2010194512008938>
19. Guffond, D., Hedde, T. (1994). Prediction of Ice Accretion: Comparison Between the 2D and 3D Codes. *La Recherche Aerospatiale*, 2, 103–115.