УДК 621.396.968
DOI: 10.15587/2312-8372.2019.170080

МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БАГАТОМІРНОГО ЗГЛАДЖУВАННЯ НАВІГАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ ПОВІТРЯНОГО СУДНА З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Писарчук О. О., Гріненко О. О., Васильєва М. Д., Лопатін К. В.

1. Вступ

Розвиток інформаційних технологій у визначальній мірі формує тренд розвитку авіаційної галузі. Сучасні процеси управління повітряним рухом реалізуються на єдиній інформаційній платформі – глобально-локальних інформаційних кластерів, що об'єднані в єдине інформаційне середовище. До елементів та учасників такого процесу (суб'єктів та об'єктів управління) відносяться:

– наземні системи та комплекси контролю повітряної обстановки;
– наземні комплекси управління повітряним рухом – наземний кластер;
– повітряний кластер, до якого включені літаки різного типу та призначення.

Повітряний кластер слід розглядати на локальному рівні окремого повітряного судна (ПС). Тоді локальне інформаційне середовище літака слід вважати таким, що утворено системами та комплексами авіоніки.

Сучасні системи авіоніки будуються за принципом інтегрованих систем, що є локальним елементом розподіленої інформаційної системи, яка функціонує на загальному інформаційному середовищі системи управління повітряним рухом. Головною інформаційною складовою для такої системи є навігаційна інформація про місцеположення кожного повітряного судна, яка містить динамічно оновлюванні дані про його поточні координати та параметри руху. Традиційно у складі авіоніки кожного літака присутні три класи навігаційних систем: автономні навігаційні системи; автономні радіонавігаційні системи; неавтономні радіонавігаційні системи [1]. Кожен із трьох зазначених класів потенційно може бути представленим до чотирьох типів дискретних радіонавігаційних пристроїв. Така наявність навігаційних систем і пристроїв обумовлена жорсткими вимогами до безпеки польотів повітряних суден, що досягається елементарним резервуванням і дубляжем джерел траєкторної інформації. В той же час отримувану надмірність даних можливо застосувати для підвищення точності визначення навігаційних параметрів літака при їх сумісній обробці.

Реалізація такої ідеї потребує створення єдиного інформаційного середовища та розробки математичних методів комплексної спільної (багатовимірної) обробки навігаційної інформації від набору незалежних інформаційних джерел – навігаційних систем різного класу та типу, розташованих на борту літака конкретного типу.

З практичної точки зору, такий підхід вимагає застосування процесів еволюції програмного забезпечення бортового обчислювального комплексу літака із впровадженням мережевих технологій збору, зберігання та обробки навігаційної інформації [2].

Актуальність дослідження полягає в розробці математичного забезпечення багатомірного згладжування навігаційних параметрів повітряного судна для реалізації процесів еволюції програмного забезпечення бортового обчислювального комплексу ПС.

2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит

Об'єктом досліджень є статистичний аналіз експериментальних вибірок навігаційних параметрів ПС. Ці параметри характеризують траєкторію руху ПС з урахуванням параметричної й часової надмірностей для підвищення точності визначення навігаційних параметрів літака з використанням методу найменших квадратів.

Предметом досліджень є процес обробки накопичених вибірок навігаційних параметрів ПС. Для цього необхідно визначити їхній функціональний взаємозв'язок, як величин, що характеризує єдиний об'єкт конкретного ПС.

Одним з найбільш проблемних місць є реалізація процесу одержання функціональних взаємозв'язків координат ПС зі збереженням параметрів і властивостей траєкторії руху динамічного об'єкта незалежно від перетворення координатного простору.

3. Мета та задачі дослідження

Метою роботи є розробка математичного забезпечення багатомірного згладжування навігаційних параметрів повітряного судна з використанням методу найменших квадратів.

Для досягнення мети досліджень забезпечується розв'язанням взаємопов'язаних часткових наукових задач:

1. Математична постановка задачі багатовимірного згладжування навігаційних параметрів.
2. Розв'язання сформульованої задачі методом найменших квадратів, використовуючи підхід афінного відображення координатного простору.

4. Дослідження існуючих рішень проблеми

Багатовимірне згладжування навігаційних параметрів відноситься до класу задач статистичної обробки експериментальних даних. Це реалізується шляхом пошуку параметрів апріорно заданої моделі, узгодженої із стохастичною вибіркою вимірів [3, 4]. На теперішній час усі відомі підходи до побудови математичних моделей за експериментальними даними базуються на методі максимальної правдоподоби та його похідних у формі рекурентних алгоритмів, або згладжування накопиченої вибірки. Відомо розв'язок задач багатовимірної фільтрації стохастичних процесів з використанням рекурентних фільтрів [3, 5]. Однак, рекурентні процедури оцінювання, як правило, базуються на спрощених моделях досліджуваних процесів та характеризуються невисокою точністю оцінювання та адекватними прогнозними даними на 3–4 виміри досліджуваного процесу. Рекурентним процедурам фільтрації також характерне явища «розходження фільтру», але популярність їх застосування виправдана реальним часом отримання оцінок досліджуваних динамічних процесів.

Зважуючи на недоліки рекурентних підходів в окремих задачах апостеріорного оцінювання, надають перевагу алгоритмам згладжування за накопиченою вибіркою. У цьому сенсі не вирішеною залишається проблематика багатовимірного згладжування накопиченої вибірки з використанням МНК (метода найменших квадратів), що забезпечує високоточне оцінювання навігаційних параметрів ПС в інтегрованій авіоніці.

Свідченням цього є низка періодичних видань.

Так, в роботі [6] запропоновано розв'язок задачі багатовимірної рекурентної фільтрації навігаційних параметрів морського судна. Автори наводять розв'язок задачі сумісного оцінювання несинхронних вимірів. При цьому такий підхід до реалізації багатовимірної обробки базується на накопиченій вибірці.

В роботі [5] розглянуто багатовимірний калмановський фільтр для згладжування навігаційних параметрів аеродинамічних цілей з використанням нелінійних моделей. Багатовимірність досягається застосуванням блочно-діагональних матриць в матричній формі фільтра. Це не забезпечує підвищення інтервальної точності результуючої оцінки навігаційних параметрів, через неврахування кореляційного зв'язку між ними.

В дослідженні [7] запропоновано реалізувати навігацію безпілотного літального апарата з використанням інтелектуальних технологій побудови інтегрованої траєкторії за даними від декількох навігаційних джерел. За основу процедури оцінювання первинних навігаційних параметрів обрано методи рекурентної фільтрації. Комплексування даних реалізовано як вирішальний алгоритм нейронної мережі. При цьому статистичні залежності та асинхронність вимірів не враховано.

В [8] реалізовано багатовимірну рекурентну фільтрацію трьох навігаційних параметрів. Виміри приймаються синхронними, без врахування кореляційного зв'язку між ними, що відображено у формуванні діагональної кореляційної матриці похибок. Питання асинхронного апостеріорного згладжування корельованих навігаційних параметрів за невизначеним складом первинних джерел залишилось не вирішеним.

В роботі [9] запропоновано використання трирівневого скалярного фільтра Калмана для оцінювання параметрів руху аеродинамічних об'єктів. Трирівнева структура фільтра не передбачає багатовимірне згладжування, тим більше таке рішення не придатне для апостеріорного згладжування.

В роботі [10] обговорюється концепція вбудованого статистичного оперативного аналізу траєкторій ПС. Статистична обробка будується на рекурентних розширених алгоритмах. Такій підхід не вирішує задачу багатовимірного апостеріорного оцінювання навігаційних параметрів ПС.

В роботі [11] вирішено задачу багатовимірного оцінювання статистичної похибки обробки експериментальних даних. Наведені результати дозволяють оцінювати точність багатовимірних підходів комплексування навігаційних параметрів. Однак, використані при цьому лінійні моделі не дозволяють застосувати отримані результати для накопичених вибірок, де істотно впливають нелінійності руху ПС.

В [12] запропоновано методику багатовимірної інтерполяції на базі МНК. За своєю суттю підхід відображає блочно-діагональне розширення МНК матриць з подальшою скаляризацією алгоритму розрахунку оцінок. Недоліками підходу є:

– втрата інваріантності алгоритму до типу моделі досліджуваного процесу;

– неврахування кореляційної залежності вимірюваних параметрів;

– лінеаризація моделей зміни досліджуваних процесів.

Нарешті в роботі [13] розглянута можливість реалізації багатовимірного статистичного аналізу. Базовим методом оцінювання виступає МНК. Єдність моделі досліджуваного процесу для формування базових матриць реалізується через механізми просторових перетворень. Однак, в роботі не конкретизовано порядок формування МНК матриць, не враховано специфіку об'єднання несинхронних навігаційних параметрів ПС та нелінійних характеристик моделей його руху.

Отже, відомі підходи до багатовимірного згладжування навігаційних параметрів ПС в інтегрованій авіоніці не забезпечують:

– накопичене багатовимірне згладжування асинхронних вимірів;

– врахування кореляційного зв'язку навігаційних параметрів для підвищення інтервальної точності оцінки місцеположення ПС;

– використання нелінійних за параметрами моделей, що адекватно описують рух ПС.

5. Методи дослідження

Розробка математичного апарату для забезпечення багатовимірного згладжування навігаційних параметрів повітряного судна здійснюється за допомогою використання методу найменших квадратів. Для реалізації запропонованого підходу використано метод афінного відображення координатного простору. Це забезпечує отримання незалежних функціональних залежностей координатного поля літака для їх сумісної обробки методом найменших квадратів.

6. Результати дослідження

Нехай навігаційні параметри ПС, отримані від гіпотетичної навігаційної системи на певній ділянці польоту являють собою вибірки в топоцентричній полярній (пунктовій, радіолокаційній) системі координат (РЛСК):

$$\begin{aligned} r &= \{r_1, r_2, r_3, \dots, r_i, \dots, r_n\}, \\ \varepsilon &= \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_i, \dots, \varepsilon_n\}, \\ \beta &= \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_i, \dots, \beta_n\}, \\ \dot{r} &= \{\dot{r}_1, \dot{r}_2, \dot{r}_3, \dots, \dot{r}_i, \dots, \dot{r}_n\}, \\ \ddot{r} &= \{\ddot{r}_1, \ddot{r}_2, \ddot{r}_3, \dots, \ddot{r}_i, \dots, \ddot{r}_n\}, \end{aligned} \tag{1}$$

де r, ε, β – вибірки вимірів r_i, ε_i, β_i – радіальної дальності, азимута й кута місця ПС в просторі з їхньою зміною в дискретні моменти часу $i = 1 \dots n$; $\dot{r}$, $\ddot{r}$ – вибірки вимірів $\dot{r}_i$, $\ddot{r}_i$ – швидкості й прискорення по радіальній дальності, відповідно.

Вибірки вимірів (1) являють собою параметричну (по типу вимірюваних координат і швидкостей їх зміни), а також часову (по часовому параметру i) надмірності вихідних даних.

Необхідно реалізувати спільне (багатомірне) згладжування вибірок навігаційних параметрів ПС (1), що характеризують траєкторію його руху з урахуванням параметричної й часової надмірностей з використанням МНК.

Зміна координат ПС в просторі в РЛСК можливо спрощено представити поліноміальними моделями виду:

$$
\begin{aligned}
&r(t) = r_0 + r_1 t + r_2 t^2 + \ldots, \\
&\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 t + \varepsilon_2 t^2 + \ldots, \\
&\beta(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \ldots, \\
&\dot{r}(t) = \frac{dr(t)}{dt} = r_1 + 2r_2 t + \ldots, \\
&\dot{\varepsilon}(t) = \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 t + \ldots, \\
&\dot{\beta}(t) = \frac{d\beta(t)}{dt} = \beta_1 + 2\beta_2 t + \ldots,
\end{aligned}
\tag{2}
$$

де r_0, ε_0, β_0, r_1, ε_1, β_1, r_2, ε_2, β_2, … – координата, швидкість зміни й прискорення по відповідним параметрам траєкторії руху ПС.

Для реалізації процесу спільного згладжування вимірюваних параметрів руху ПС з використанням МНК необхідно визначити їхній функціональний взаємозв’язок, як величин, що характеризують єдиний об’єкт конкретного ПС. Реалізувати процес одержання функціональних взаємозв’язків координат ПС пропонується з використанням властивостей афінних відображень у частини, що стосується збереження параметрів і властивостей траєкторії руху динамічного об’єкта незалежно від перетворення координатного простору [14, 15]. Так взаємозв’язок параметрів (1) і моделей (2) можна знайти шляхом їхнього перетворення із РЛСК в геоцентричну абсолютну систему координат (ГАСК) згідно з послідовністю, зазначеною у вигляді схеми (рис. 1).

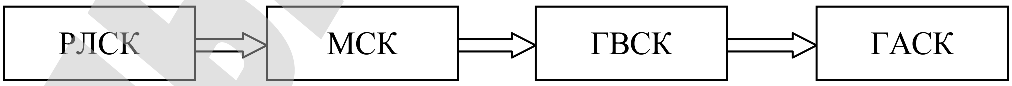

Рис. 1. Схема перетворення РЛСК у ГАСК: РЛСК – радіолокаційна система координат; МСК – місцева (топоцентрична декартова) система координат; ГВСК – геоцентрична відносна система координат; ГАСК – геоцентрична абсолютна система координат

Операції рис. 1 забезпечуються формуванням і використанням матриць перетворення, що в аналітичному виді характеризуються виразом [16]:

$$\vec{B}_{ГАСК} = F_{ГАСК}\left[F_{ГВСК}\left[F_{МСК}\vec{A}_{РЛСК}\right]\right], \tag{3}$$

де $\vec{A}_{РЛСК}$ – вектор обмірюваних миттєвих координат ПС й швидкостей їх зміни (базова шістка параметрів) у РЛСК; $\vec{B}_{ГАСК}$ – вектор координат ПС й швидкостей їх зміни в ГАСК; $F_{ГАСК}, F_{ГВСК}, F_{МСК}$ – матриці перетворення відповідних координат, форма яких відома й широко застосовується [14].

Вираз (3) справедливий також і для перетворення моделей (2). Тоді в результаті застосування перетворення (3) до моделей (2) отримаємо однозначний взаємозв'язок вимірюваних параметрів у ГАСК виду:

$$\begin{aligned}
x(t) &= f_x\left(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1, ...\right),\\
y(t) &= f_y\left(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1, ...\right),\\
z(t) &= f_z\left(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1, ...\right),\\
\dot{x}(t) &= f_{\dot{x}}\left(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1, ...\right),\\
\dot{y}(t) &= f_{\dot{y}}\left(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1, ...\right),\\
\dot{z}(t) &= f_{\dot{z}}\left(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1, ...\right).
\end{aligned} \tag{4}$$

Отримані в такий спосіб залежності (4) мають складний нелінійний характер з більшою кількістю вкладених трансцендентних операцій. Для спрощення їх наступного аналізу й використання застосуємо до них диференційно-тейлорівські перетворення (ДТП), що забезпечить одержання поліноміальної форми без втрати основного, для властивості задачі, що розглядається, – функціональної залежності вимірюваних координат.

Диференціальні перетворення [17] – це операційний метод, заснований на переводі оригіналів в область зображень із використанням операції диференціювання. Диференціальні перетворення в загальному випадку – це функціональні перетворення виду:

$$Z(K) = P\left\{z(t)\right\}_{t^*} = \frac{H^K}{K!}\left[\frac{d^K z(t)}{dt^K}\right]_{t^*}, \tag{5}$$

$$z(t) = f\left(t, c\right), \tag{6}$$

де t^{*n} – значення аргументу, при якому проводиться перетворення; $Z(K)$ – дискретна функція цілочисельного аргументу $K = 0,1,2,\ldots$; H – відрізок аргументу, на якому розглядається функція $z(t)$; $f(t,c)$, що відновлює, або апроксимуюча функція; c – сукупність вільних коефіцієнтів c_i.

Вираз (5) визначає пряме перетворення, що дозволяє по оригіналу $z(t)$ знайти зображення $Z(K)$. Зворотнє перетворення, що відновлює оригінал $z(t)$ у вигляді апроксимуючої функції, визначається виразом (6). Диференціальне зображення $Z(K)$ називається диференціальним спектром (ДС), а значення функції $Z(K)$ при відповідних значеннях аргументу K – дискретами диференціального спектра.

У найпростішому випадку функція, що $f(t,c)$ відновлює, має вигляд багаточлена й завдання відновлення оригіналу зводиться до підсумовування дискрет ДС у вигляді відрізка ряду Тейлора. Диференціальні перетворення в цьому випадку називаються диференційно-тейлорівськими [17].

Застосовуючи ДТП (5), (6) до трансцендентних залежностей (4), отримаємо поліноміальні форми виду:

$$
\begin{aligned}
x(t) &= K_{0x} + K_{1x}t + K_{2x}t^2 + ...,\\
y(t) &= K_{0y} + K_{1y}t + K_{2y}t^2 + ...,\\
z(t) &= K_{0z} + K_{1z}t + K_{2z}t^2 + ...,\\
\dot{x}(t) &= K_{0\dot{x}} + K_{1\dot{x}}t + K_{2\dot{x}}t^2 + ...,\\
\dot{y}(t) &= K_{0\dot{y}} + K_{1\dot{y}}t + K_{2\dot{y}}t^2 + ...,\\
\dot{z}(t) &= K_{0\dot{z}} + K_{1\dot{z}}t + K_{2\dot{z}}t^2 + ...
\end{aligned}
\tag{7}
$$

У виразах (7) коефіцієнти поліномів (дискрети ДС моделей (4)) характеризують миттєве значення координати, швидкостей їх зміни й прискорення відповідно по кожній координаті, що характеризує положення ПС в ГАСК. Разом з тим отримані коефіцієнти полінома мають однозначну функціональну залежність із вимірюваними координатами ПС в РЛСК, а саме:

$$
\begin{aligned}
K_{0x} &= f_{0x}(r_0, \varepsilon_0, \beta_0),\\
K_{1x} &= f_{1x}(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1),\\
K_{2x} &= f_{2x}(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1, r_2, \varepsilon_2, \beta_2),\\
K_{0\dot{x}} &= f_{0\dot{x}}(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1),\\
K_{1\dot{x}} &= f_{1\dot{x}}(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1),\\
K_{2\dot{x}} &= f_{2\dot{x}}(r_0, \varepsilon_0, \beta_0, r_1, \varepsilon_1, \beta_1, r_2, \varepsilon_2, \beta_2).
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Аналогічну форму залежності виміряних координат у РЛСК мають коефіцієнти поліномів (7) для координат ПС в ГАСК і їх похідних по $y(t)$, $z(t)$, $\dot{y}(t)$, $\dot{z}(t)$. Питання формування залежності координат ПС в ГАСК від виміряних координат, крім властивостей відображення (3), визначається формою представлення вихідних даних (миттєві значення координат (1) або аналогові моделі (2)) і обумовлює порядок поліноміальних форм (7), а також залежностей (8). Надалі цю обставину слід ураховувати при формуванні матриць МНК для реалізації спільного згладжування виміряних експериментальних вибірок.

Таким чином, при одержанні аналітичних залежностей виду (7) необхідно враховувати сукупність вихідних (виміряних) даних (1) для формування моделей (2) і проведення перетворень (3)–(8) з метою спільного згладжування координат.

По суті завдання спільного згладжування виміряних параметрів звелося до МНК апроксимації із кратними й (або) трикратними вузлами [18]. Продемонструвати це можливо при формуванні матриць методу найменших квадратів на прикладі трикратних вузлів у такий спосіб. У загальному випадку алгоритм МНК із трикратними вузлами можна представити в матричній формі [4]:

$$\begin{gathered} B = Q^{1/2}\Phi,\ \hat{R} = B^T R B, \\ \hat{\hat{K}} = \hat{R}^{n-1} B^T \left(Q^{1/2}\Omega\bar{K}\right), \hat{\hat{X}} = F\hat{\hat{K}}. \end{gathered} \tag{9}$$

Матриці алгоритму МНК у формі (9) мають нижченаведені назви й розмірності для експериментальних вибірок з n вимірів і поліномів m-й степені з урахуванням перетворень вихідних параметрів (1) або у формі (2) до виду (7):

$\hat{\hat{K}}\left[m\times 1\right]$ – вектор коефіцієнтів полінома, що згладжує, виду (7);

$F\left[n\times m\right]$ – матриця значень базисних функцій для координати;

$\hat{\hat{X}}\left[n\times 1\right]$ – вектор згладжених (оцінок) параметрів траєкторії ДО в ГАСК;

$\bar{K}\left[3n\times 1\right]$ – вектор вимірів координати і її похідних у ГАСК;

$\Phi\left[3n\times m\right]$ – матриця значень базисних функцій для координати і її похідних;

$Q\left[3n\times 3n\right]$ – вагова матриця для координати і її похідних;

$R\left[m\times m\right]$ – кореляційна матриця похибок (КМП) визначення координат ДО в ГАСК, пов’язаних з вимірюваними параметрами в РЛСК у вигляді (8);

$\hat{R}\left[m\times m\right]$ – кореляційна матриця похибок оцінювання координат ПС в ГАСК;

$\Omega\left[3n\times 3n\right]$ – коригувальна матриця;

$B\left[3n\times m\right]$ – матриця зважених значень базисних функцій координати і її похідних.

Зазначені матриці в загальному виді з урахуванням перетворень вихідних даних (1), (2) до виду (7) формуються в такий спосіб:

$$\bar{K} = \begin{pmatrix} K_{0X_1}\ K_{1X_1}\ K_{2X_1}\ K_{0X_2}\ K_{1X_2}\ K_{2X_2}\ldots \\ \ldots K_{0X_i}\ K_{1X_i}\ K_{2X_i}\ldots K_{0X_n}\ K_{1X_n}\ K_{2X_n} \end{pmatrix}^T,$$

$$\hat{\bar{K}} = \left(\hat{K}_0\ \hat{K}_1\ \hat{K}_2\ \ldots \hat{K}_m\right)^T,\ \hat{\bar{X}} = \left(\hat{X}_1\ \hat{X}_2\ \ldots \hat{X}_n\right)^T,$$

$$R = \begin{pmatrix} \sigma^2_{K_0} & \rho_{K_0K_1} & \ldots & \rho_{K_0K_m} \\ \rho_{K_1K_0} & \sigma^2_{K_1} & \ldots & \rho_{K_1K_m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \rho_{K_mK_0} & \rho_{K_mK_1} & \ldots & \sigma^2_{K_m} \end{pmatrix},$$

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \sigma^2_{\hat{K}_0} & \rho_{\hat{K}_0\hat{K}_1} & \ldots & \rho_{\hat{K}_0\hat{K}_m} \\ \rho_{\hat{K}_1\hat{K}_0} & \sigma^2_{\hat{K}_1} & \ldots & \rho_{\hat{K}_1\hat{K}_m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \rho_{\hat{K}_m\hat{K}_0} & \rho_{\hat{K}_m\hat{K}_1} & \ldots & \sigma^2_{\hat{K}_m} \end{pmatrix}, \tag{10}$$

$$F = \begin{pmatrix} \phi_0(x_1) & \phi_1(x_1) & \ldots & \phi_m(x_1) \\ \phi_0(x_2) & \phi_1(x_2) & \ldots & \phi_m(x_2) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \phi_0(x_n) & \phi_1(x_n) & \ldots & \phi_m(x_n) \end{pmatrix},$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1(x_1) & \phi_2(x_1) & \ldots & \phi_m(x_1) \\ \phi_1'(x_1) & \phi_2'(x_1) & \ldots & \phi_m'(x_1) \\ \phi_1''(x_1) & \phi_2''(x_1) & \ldots & \phi_m''(x_1) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & & \\ \phi_1(x_1) & \phi_2(x_1) & \ldots & \phi_m(x_1) \\ \phi_1'(x_1) & \phi_2'(x_1) & \ldots & \phi_m'(x_1) \\ \phi_1''(x_1) & \phi_2''(x_1) & \ldots & \phi_m''(x_1) \end{pmatrix}, \tag{11}$$

$$Q=\begin{pmatrix} q_1 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_1' & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_1'' & ... & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{7}{l}{......................................} \\ 0 & 0 & 0 & ... & q_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & q_n' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & q_n'' \end{pmatrix},$$

$$\Omega=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_1 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_1^2 & ... & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{7}{l}{......................................} \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & \Omega_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & \Omega_n^2 \end{pmatrix}. \qquad (12)$$

В (10) позначення $q_i=\dfrac{1}{\sigma^2_{K_{0X_i}}}$, $q_i=\dfrac{1}{\sigma^2_{K_{0X_i}}}$, $q_i=\dfrac{1}{\sigma^2_{K_{0X_i}}}$ характеризують величини, обернено пропорційні дисперсіям виміру відповідних координат і її похідних, а параметр Ω_i дорівнює часовому інтервалу одержання вимірів швидкості й прискорення по координаті T_0. Параметр x_i являє собою оцифрування елементів експериментальної вибірки рівнодискретної послідовності – сіткою вимірів для масштабування й часової прив’язки по аргументу апроксимуючих поліномів виду (7). При необхідності одержання крім оцінок координати її похідних слід замінити матрицю базисних функцій F її розширеним аналогом Φ.

Визначення базисних функцій для координати $\phi_m(x_i)$ і її похідних $\phi_m'(x_i)$, $\varphi_m''(x_i)$ реалізується з умови їх взаємної (у межах однойменного параметра) ортогональності у поліноміальній формі на базі степеневого ряду.

Розрахунки КМП визначення координат ПС в ГАСК реалізується по вихідній КМП виміру координат ПС в РЛСК – $R_{РЛСК}$. Вихідна матриця формується діагонального виду за відомою інформацією про потенційну точність вимірника координат ПС. Далі використовуються властивості афінного відображення координат ПС із РЛСК у ГАСК (перерахування схеми рис. 1) для одержання R в ГАСК згідно виразу [16]:

$$R=J^T_{ГАСК}\left[J^T_{ГВСК}\left[J^T_{МСК}R_{РЛСК}J_{МСК}\right]J_{ГВСК}\right]J_{ГАСК}, \qquad (13)$$

де $J_{МСК} = \left(\dfrac{\partial \bar{B}_{МСК}}{\partial \bar{A}_{РЛСК}} \right)$, $J_{ГВСК} = \left(\dfrac{\partial \bar{B}_{ГВСК}}{\partial \bar{B}_{МСК}} \right)$, $J_{ГАСК} = \left(\dfrac{\partial \bar{B}_{ГАСК}}{\partial \bar{B}_{ГВСК}} \right)$ – матриці Якобі, складені з якобіанів перетворення вихідного вектора із РЛСК у ГАСК із проміжними перетвореннями згідно схеми рис. 1 у вектори координат ДО в МСК – $\bar{B}_{МСК}$ і ГВСК – $\bar{B}_{ГВСК}$;

$R_{РЛСК} = diag\left(\sigma_r^2 \; \sigma_\varepsilon^2 \; \sigma_\beta^2 \; \sigma_{\dot{r}}^2 \; \sigma_{\dot{\varepsilon}}^2 \; \sigma_{\dot{\beta}}^2 \right)$ – діагональна матриця дисперсій похибок виміру відповідних координат і швидкостей їх зміни.

Формування вектора вимірів координати і її похідних у ГАСК $\bar{K}$ реалізується шляхом перерахування отриманих експериментальних вибірок координат ДО (1) у ГВСК згідно схеми рис. 1.

Сформовані з використанням (11)–(13) матриці (10) алгоритму МНК (9) дозволяють отримати поліноміальні моделі виду (7), оцінку координати ПС й швидкостей їх зміни в ГАСК із урахуванням вимірів координат і швидкостей об’єкта спостереження в РЛСК. Іншими словами, врахувати одночасно параметричну й тимчасову надмірність вихідних даних в оцінці окремої координати і її похідних. Механізм обліку часової і параметричної надмірностей полягає в суті сформованих виразів (8) для моделей (7), де у формі функцій з розділеними змінними отримані однозначні функціональні залежності оцінюваних координат від вимірюваних параметрів.

7. SWOT-аналіз результатів досліджень

Strengths. Багатовимірне згладжування забезпечує підвищення точкової точності оцінювання положення літака у просторі за рахунок спільної статистичної обробки параметричної й часової надмірності вимірюваних навігаційних параметрів ПС. А також забезпечує підвищення просторової точності оцінювання положення повітряного судна за рахунок підвищення інтервальної точності оцінювання навігаційних параметрів.

Weaknesses. Використаний у роботі МНК реалізує спільне (багатомірне) згладжування вибірок навігаційних параметрів ПС, функціональні залежності яких мають складний нелінійний характер з великою кількістю вкладених трансцендентних операцій.

Opportunities. Запропонований підхід до багатомірного згладжування може бути розповсюджений на широке коло прикладних галузей, пов’язаних з вимірюванням, оцінюванням і прогнозуванням змінних у часі взаємозалежних процесів.

Threats. Процес багатовимірного згладжування вибірок навігаційних параметрів ПС запропонованим методом є незалежним від інших процесів обробки навігаційної інформації, тому загроза негативної дії на об’єкт дослідження зовнішніх чинників відсутня.

Впровадження запропонованого підходу не потребує додаткових витрат для компанії.

8. Висновки

1. Сформульована математична постановка задачі багатовимірного згладжування навігаційних параметрів ПС. Ці параметри характеризують

траєкторію руху ПС з урахуванням параметричної й часової надмірностей для підвищення точності визначення навігаційних параметрів літака з використанням методу найменших квадратів.

2. Метод найменших квадратів, що застосовувався для реалізації процесу спільного згладжування вимірюваних параметрів руху ПС, отримав подальший розвиток. Для цього був визначений функціональний взаємозв'язок цих параметрів, як величин, що характеризують єдиний об'єкт конкретного ПС. Реалізувати процес одержання функціональних взаємозв'язків координат ПС запропоновано за допомогою використання властивостей афінних відображень у частині, що стосується збереження параметрів і властивостей траєкторії руху динамічного об'єкта незалежно від перетворення координатного простору. Для спрощення їх наступного аналізу й використання були застосовані диференційно-тейлорівські перетворення.

Література

1. Автономні системи навігації конкретного типу повітряного судна та їх технічне обслуговування: навч. посіб. / Рогожин В. О., Скрипець А. В., Філяшкін М. К., Мухіна М. П. Київ: НАУ, 2015. 308 с.
2. Лавріщева К. М. Програмна інженерія. Київ, 2008. 319 с.
3. Кузьмин С. З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. К.: КВІЦ, 2000. 428 с.
4. Ковбасюк С. В., Писарчук О. О., Ракушев М. Ю. Метод найменших квадратів та його практичне застосування: монографія. Житомир: ЖВІ НАУ, 2008. 228 с.
5. Неуймин А. С., Жук С. Я. Устранение расходимости расширенного калмановского фильтра для сопровождения цели по данным импульсно-доплеровской РЛС // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування. 2012. Вип. 48. С. 66–74.
6. Васильев К. К. Применение статистических методов при проектировании корабельных систем связи и автоматического управления движением // Автоматизация процессов управления. 2011. № 1 (23). С. 72-77.
7. Москаленко В. В., Москаленко А. С., Коробов А. Г. Моделі і методи інтелектуальної інформаційної технології автономної навігації для малогабаритних безпілотних апаратів // Радіоелектроніка, інформатика, управління. 2018. № 3. С. 68-77.
8. Guo P., Ivashkin V. V. Accuracy estimation for determining the motion parameters of a nonlinear dynamical system by the measurement result in the presence of interfering parameters // Keldysh Institute Preprints. 2018. Vol. 213. P. 1–36. doi: http://doi.org/10.20948/prepr-2018-213
9. Kastella K., Biscuso M. Tracking Algorithms for Air Traffic Control Applications // Air Traffic Control Quarterly. 1995. Vol. 3, Issue 1. P. 19–43. doi: http://doi.org/10.2514/atcq.3.1.19

10. Benson K. C., Pritchett A. R., Goldsman D. Embedded Statistical Analysis and Selection Procedures in Air Traffic Simulations // Air Traffic Control Quarterly. 2011. Vol. 19, Issue 4. P. 269–297. doi: http://doi.org/10.2514/atcq.19.4.269

11. Kukush A., Markovsky I., Van Huffel S. Estimation in a linear multivariate measurement error model with a change point in the data // Computational Statistics & Data Analysis. 2007. Vol. 52, Issue 2. P. 1167–1182. doi: http://doi.org/10.1016/j.csda.2007.06.010

12. Обобщенная многомерная интерполяция методом наименьших квадратов / Мустафина Д. А., Буракова А. Е., Мустафин А. И., Александрова А. С. // Вестник ПНИПУ. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2018. Вып. 27. С. 30–48.

13. Тюрин Ю. Н. Многомерный статистический анализ: геометрическая теория // Теория вероятности и ее применение. 2010. Вып. 1, Т. 55. С. 36–58.

14. Жданюк В. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. Москва: Советское радио, 1978. 384 с.

15. Корн Г., Корн. Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). Москва: Наука, 1977. 831 с.

16. Анучин О. Н., Комарова И. Э., Порфирьев Л. Ф. Бортовые системы навигации и ориентации искусственных спутников Земли. Санкт-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2004. 326 с.

17. Семеняка Е. Н., Сухаревский И. В. Метод наименьших квадратов с кратными узлами. Харьков: ВИРТА, 1990. 24 с.

18. Пухов Г. Е. Дифференциальные спектры и модели. Киев: Наукова думка, 1990. 184 с.