

РОЗРОБКА ФІЗИЧНОЇ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ВИПІКАННЯ ТІСТОВИХ ЗАГОТОВОК В ХЛІБОПЕКАРСЬКИХ ПЕЧАХ

Ковальов О. В.

1. Вступ

Випікання хліба найважливіший процес у виробництві хлібобулочних виробів. Смак, аромат, пористість, глянець та інші показники якості готових виробів є наслідком ряду фізико-хімічних змін всередині продукту під час випікання, які залежать в першу чергу від теплового режиму випікання і парозволоження [1–3]. Піч є основним обладнанням хлібозаводу, вона визначає тип та потужність підприємства, асортимент і якість продукції. Піч – не лише тепловий, але в першу чергу технологічний агрегат, основним призначенням якого є вироблення високоякісної продукції при забезпеченні високих техніко-економічних показників – виходу продукції при мінімальних витратах енергоресурсів. Для забезпечення якісних показників роботи печі необхідно використовувати моделі реальної системи та проводити експерименти на основі математичної моделі для аналізу, проектування або перепроектування, контролю та прогнозування певного реального процесу. Це є актуальним, тому багато дослідників аналізували процес випікання з метою отримати точну математичну модель для моделювання хлібопечення. Так, автори роботи [4] розробили модель процесу випікання дріжджового тіста й оцінки впливу технологічних параметрів. А у роботі [5] авторами зроблено аналіз тепломасоперенесення та зміни якості продукції при безперервному випіканні печива на основі моделювання індуктивних печей. Авторами ж роботи [6] розроблено модель випікання хліба за допомогою використання прямого 3D-числового методу в мікромасштабі на основі аналізу поля теплових потоків при випіканні. А ось автори роботи [7] отримали математичну залежність процесу випікання тістового бісквіту. Авторами ж роботи [8] описали залежність прогріву тістової заготовки циліндричної форми. Таким чином, *об'єктом даного дослідження* обрано фізичну та математичну моделі, призначені для опису тепломасоперенесення всередині пористого матеріалу під час випікання. *А метою роботи* є розробка математичної моделі процесу випікання хліба в газових каналах пекарної камери з врахуванням радіаційно-конвективного теплообміну, масообміну з врахуванням введення водяної пари для зволоження тістових заготовок та турбулентності багатофазного потоку.

2. Методика проведення досліджень

Розроблена автором конструкція хлібопекарської печі К-ПХМ-25 (рис. 1) включає такі компоненти:

– суцільнометалеву конструкцію, зібрану з окремих модулів, і теплоізолювану зовні мінеральною ватою;

- газові канали, в яких відбувається випічка хліба;
- рухомий колісковий конвеєр для переміщення тістових заготовок (ТЗ) у газових каналах;
- вхідних і вихідних вузлів печі, що включають газохід для підводу грійних газів;
- систему парозволоження;
- завантажувально-розвантажувальний пристрій.

Тобто в розглянутій фізичній моделі хлібопекарської печі топково-запальниковий блок не розглядається та відповідно до цього процесу горіння палива також.

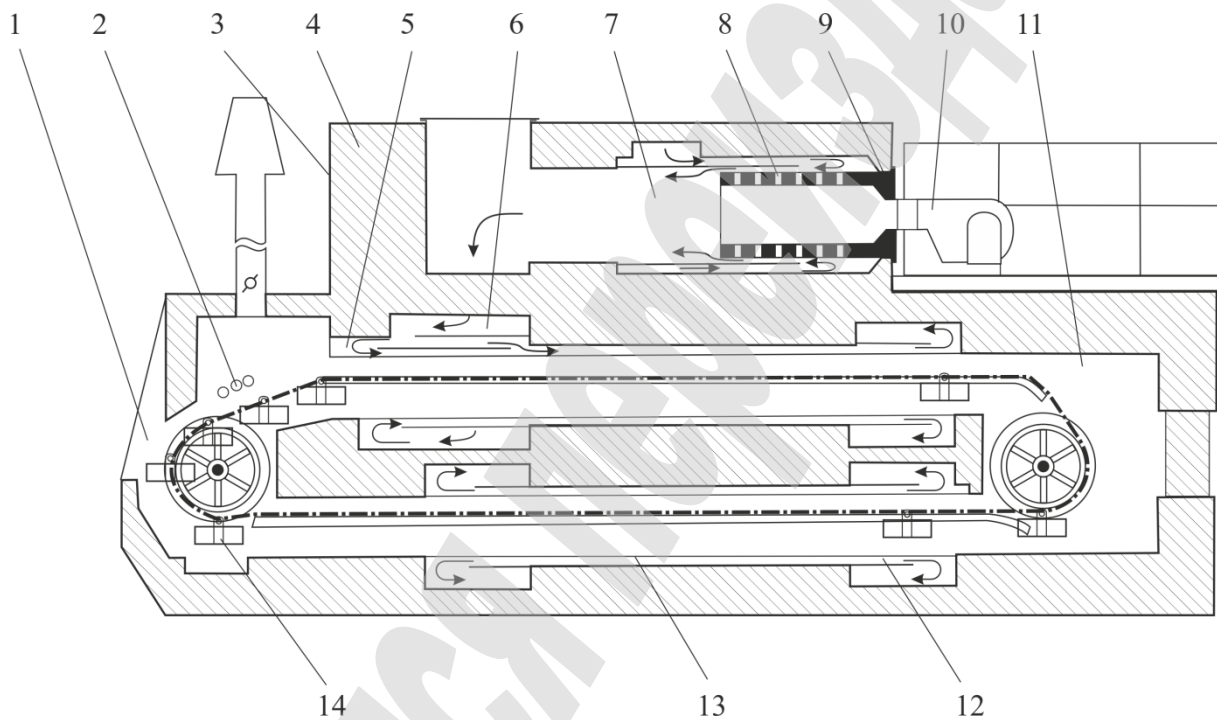


Рис. 1. Хлібопекарська піч К-ПХМ-25:

- 1 – завантажувально-розвантажувальний пристрій; 2 – система парозволоження; 3 – суцільнометалева конструкція; 4 – теплоізоляція;
- 5, 13 – верхні і нижні нагрівальні канали; 6, 12 – верхні і нижні газоходи;
- 7 – топка; 8 – камера змішування; 9 – муфель; 10 – палик;
- 11 – пекарна камера, 14 – колісковий конвеєр

Середовище газових каналів хлібопекарської печі вважається двофазним, селективним випромінювальним та поглинальним і оточений дифузними границями і складається з грійних газів та водяної пари, що використовується для зволоження тістових заготовок.

Тістові заготовки та хліб вважається вологим капілярно-поруватим середовищем з ефективними фізичними властивостями.

Тістові заготовки переміщуються разом з колісковим конвеєром.

3. Результати досліджень та обговорення

У роботі математичну модель процесу випічки хліба в газових каналах пекарної камери печі з врахуванням радіаційно-конвективного теплообміну, масообміну за рахунок введення водяної пари (з краплями води) для зволоження тістових заготовок, що випікаються, турбулентності багатофазного потоку можна сформулювати за допомогою осереднених за Рейнольдсом системи рівнянь Ейлера [9, 10]. Рівнянь, які записані для кожної з фаз: нерозривності, збереження кількості руху, кінетичної турбулентної енергії та її дисипації і збереження енергії:

$$\frac{1}{\rho_{ri}} \left\{ \left[\frac{\partial(\alpha_i \rho_i)}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i \bar{\mathbf{V}}_i) \right] = \sum_{j=1}^n (\dot{m}_{ji} - \dot{m}_{ij}) \right\}, \quad (1)$$

де ρ_{ri} – середня густина i -ї фази, кг/м³;

α_i – об'ємна частка i -ї фази в потоці $\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \right)$;

ρ_i – густина i -ї фази, кг/м³;

τ – час, с;

$\bar{\mathbf{V}}_i$ – вектор осередненої за Рейнольдсом або за Фавром швидкості i -ї фази, м/с;

∇ – оператор Гамільтона, м⁻¹;

\dot{m}_{ji} і \dot{m}_{ij} – швидкість передачі маси від фази j до фази i і навпаки, відповідно (причому $\dot{m}_{ii} = 0$), кг/(с·м³);

n – кількість фаз в потоці.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_i \rho_i \bar{\mathbf{V}}_i)}{\partial \tau} + (\alpha_i \rho_i \bar{\mathbf{V}}_i \cdot \nabla) \bar{\mathbf{V}}_i = -\alpha_i \nabla p_i + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_i + \alpha_i \rho_i \mathbf{g} + \\ + \sum_{j=1}^n \left[K_{ji} (\bar{\mathbf{V}}_j - \bar{\mathbf{V}}_i) + \dot{m}_{ji} \bar{\mathbf{V}}_{ji} - \dot{m}_{ij} \bar{\mathbf{V}}_{ij} \right] + \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{\text{lift},i} + \mathbf{F}_{\text{vm},i} \end{aligned}, \quad (2)$$

де p_i – парціальний тиск i -ї фази, Па;

μ_i і λ_i – зсувна і об'ємна в'язкість фази i , відповідно, Па·с;

$\boldsymbol{\tau}_i = \alpha_i \mu_i \left[\nabla \bar{\mathbf{V}}_i + \nabla \bar{\mathbf{V}}_i^T \right] + \alpha_i \left(\lambda_i - \frac{2}{3} \mu_i \right) \nabla \cdot \bar{\mathbf{V}}_i \mathbf{I}$ – тензор напружень 2-го рангу

(або фізичне рівняння стану середовища, що зв'язує напруження зі швидкістю деформації), Па;

\mathbf{I} – одиничний тензор 2-го рангу;

\mathbf{g} – вектор прискорення, пов'язаний з гравітацією, м/с²;

$K_{ji} = K_{ij}$ – коефіцієнт обміну кількістю руху між фазами, що залежить від тертя, тиску та інших факторів, кг/(м³·с);

$\bar{\mathbf{V}}_{ji}$ ($\bar{\mathbf{V}}_j$ при $\dot{m}_{ji} > 0$, $\bar{\mathbf{V}}_i$ при $\dot{m}_{ji} < 0$) – швидкість руху міжфазної поверхні, м/с;

F_i – зовнішня масова сила, віднесена до об'єму, Н/м³;

$F_{\text{lift},i} = -0,5\rho_g\alpha_p(\bar{V}_g - \bar{V}_p) \times (\nabla \times \bar{V}_g)$ – підйомна об'ємна сила, Н/м³;

g – індекс грійних газів;

p – індекс водяної пари з включенням крапель води;

$F_{\text{cm},i} = 0,5\alpha_p\rho_s\left(\frac{d\bar{V}_g}{d\tau} - \frac{d\bar{V}_p}{d\tau}\right)$ – приєднана об'ємна сила, Н/м³;

$$\frac{\partial(\alpha_i\rho_i k_i)}{\partial\tau} + \nabla \cdot (\alpha_i\rho_i\bar{V}_i k_i) = \nabla \cdot \left[\alpha_i \left(\mu_i + \frac{\mu_{t,i}}{\sigma_k} \right) \nabla k_i \right] + (\alpha_i G_{k,i} - \alpha_i\rho_i \varepsilon_i) + \sum_{j=1}^n K_{ji} (C_{ji} k_j - C_{ij} k_i) - \sum_{j=1}^n K_{ji} (\bar{V}_j - \bar{V}_i) \left(\frac{\mu_{t,j}}{\alpha_j \sigma_k} \nabla \alpha_j - \frac{\mu_{t,i}}{\alpha_i \sigma_k} \nabla \alpha_i \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\alpha_i\rho_i \varepsilon_i)}{\partial\tau} + \nabla \cdot (\alpha_i\rho_i\bar{V}_i \varepsilon_i) = \nabla \cdot \left(\alpha_i \frac{\mu_{t,i}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon_i \right) + \frac{\varepsilon_i}{k_i} (C_{1\varepsilon} \alpha_i G_{k,i} - C_{2\varepsilon} \alpha_i \rho_i \varepsilon_i) + C_{3\varepsilon} \frac{\varepsilon_i}{k_i} \left[\sum_{j=1}^n K_{ji} (C_{ji} k_j - C_{ij} k_i) - \sum_{j=1}^n K_{ji} (\bar{V}_j - \bar{V}_i) \left(\frac{\mu_{t,j}}{\alpha_j \sigma_\varepsilon} \nabla \alpha_j - \frac{\mu_{t,i}}{\alpha_i \sigma_\varepsilon} \nabla \alpha_i \right) \right], \quad (4)$$

де k_i – масова турбулентна кінетична енергія i -ї фази, Дж/кг;

$\mu_{t,i} = \rho_i C_\mu k_i^2 / \varepsilon_i$ – турбулентна в'язкість i -ї фази, Па·с;

ε_i – швидкість дисипації турбулентної кінетичної енергії i -ї фази, Дж/(кг·с);

$G_{k,i} = \mu_{t,i} \nabla \bar{V}_i (\nabla \bar{V}_i + \bar{V}_i \nabla)$, Па/с; $C_{ji}=2$, $C_{ij}=2\eta_{ij}/(1+\eta_{ij})$ – коефіцієнт, зв'язаний з дисперсією крапель [2];

σ_k – константа;

$\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_\mu, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$ – параметри (константи) k - ε моделі;

$$\frac{\partial(\alpha_i\rho_i h_i)}{\partial\tau} + \nabla \cdot (\alpha_i\rho_i\bar{V}_i h_i) = \alpha_i \frac{\partial p_i}{\partial\tau} + \nabla \bar{V}_i - \nabla \cdot \mathbf{q}_i + \sum_{j=1}^n (Q_{ji} + \dot{m}_{ji} h_{ji} - \dot{m}_{ij} h_{ij}) + \alpha_i E_i(T) + S_i, \quad (5)$$

де (\cdot) – оператор подвійного скалярного добутку;

$h_i = \int_{T_{\text{ref}}}^T c_{p(i)} dT$ – масова ентальпія фази i , Дж/кг;

$c_{p(i)}$ – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К);

T_{ref} – температура відліку, К;

$\mathbf{q}_i = -\alpha_i [\lambda_i c_{p(i)} + \mu_{t,i}] \nabla h_i(T)$ – вектор густини теплового потоку фази i (або фізичне рівняння стану середовища, що зв'язує \mathbf{q} з ∇T), в якому враховується передача теплоти за рахунок турбулентності потоку, Вт/м²;

λ_i – теплопровідність фази i , Вт/(м·К);

$Q_{ji} = -Q_{ij}$ – інтенсивність теплообміну між фазами j і i (причому $Q_{ii}=0$), Вт/м³;

$h_{ji} = \begin{cases} h_i & \text{при } \dot{m}_{ji} > 0 \\ h_i & \text{при } \dot{m}_{ji} < 0 \end{cases}$ – ентальпія на міжфазній поверхні (при випаровуванні

це може бути ентальпія пари при температурі крапель води), Дж/кг;

S_i – об'ємне джерело теплоти від хімічних реакцій, Вт/м³;

$E_i(T) = \int_{\nu=0}^{\infty} K_{\nu i} \left(\int_{\Omega=4\pi} I_{\nu i} d\Omega - 4\pi n_{\nu i}^2 I_{0\nu i}(T_i) \right) d\nu$ – об'ємна густина радіаційного

теплового потоку селективного випромінювального та поглинального середовища i -ї фази, Вт/м³;

ν – частота випромінювання, Гц;

$K_{\nu i}$ і $n_{\nu i}$ – селективний коефіцієнт поглинання (м⁻¹) і показник заломлення i -ї фази, відповідно;

Ω – тілесний кут, ср;

$I_{0\nu i}$ – функція Планка, Вт·с/(м²·ср).

Спектральну інтенсивність випромінювання i -ї фази (Вт·с/(м²·ср)) $I_{\nu i}$ для напрямку s у тілесному куті $d\Omega$ можна представити у вигляді залежності:

$$I_{\nu i}(s) = I_{\nu i}(s_0) \exp\left(-\int_{s_0}^s K_{\nu i} ds\right) + \int_{s_0}^s n_{\nu i}^2 I_{0\nu i} K_{\nu i} \exp\left(-\int_{s'}^s K_{\nu i} ds''\right) ds', \quad (6)$$

де s_0 – відповідає границі середовища.

Для твердих конструкційних елементів печі та тістових заготовок, що переміщуються разом з колісковим конвеєром, система рівнянь (1)–(5) спрощується до рівняння теплопровідності виду:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial \tau} = \nabla \cdot [\lambda(T) \nabla T(X)] + \quad (7)$$

$$+ q_v, X_{mov}(x, y, z, \tau) \cup X_{imov}(x, y, z) \in X(x, y, z) \in \Omega,$$

де q_v – об'ємне джерело теплоти, пов'язане із завантаженням ТЗ та розвантаженням випеченого хліба (ВХ) з печі, Вт/м³, питома потужність якого визначається з системи рівнянь:

$$q_v = \begin{cases} \dot{m}_{T3} \frac{\int_0^{T_{T3}} c_{p(T3)}(T) dT}{V_{T3}}, \\ -\dot{m}_{BX} \frac{\int_0^{T_{BX}} c_{p(BX)}(T) dT}{V_{BX}}, \end{cases} \quad (8)$$

де \dot{m}_{T3} , \dot{m}_{BX} – масова витрата ТЗ/ВХ у завантажувально-розвантажувальному вузлу, відповідно, кг/с;

$c_{p(T3)}$, $c_{p(BX)}$ – масова теплоємність ТЗ/ВХ, відповідно, Дж/(кг·К);

V_{T3} , V_{BX} – об'єм ТЗ/ВХ, відповідно, м³;

$X(x, y, z)$ – декартова система координат твердих елементів печі, що включає нерухому – $X_{im\ mov}(x, y, z)$ та рухому частини, яка відноситься до коліскового конвеєру та тістовим заготовкам, – $X_{im\ mov}(x, y, z, \tau)$;

\mathbf{V}_{conv} – вектор швидкості переміщення конвеєра разом з хлібом, що випікається, м/с;

Ω – розрахункова область пекарської печі.

Коефіцієнт обміну кількістю руху між фазами у рівняннях (2)–(5) залежить від обраної моделі гідравлічного опору, числа Рейнольдса, в'язкості тощо і визначається в залежності від фізичного стану фаз, що взаємодіють: рідина–рідина або рідина–газ, або газ–газ. Так, наприклад, коефіцієнт обміну кількістю руху між краплями води p і газом g можна визначити як [4]:

$$K_{pg} = \frac{\alpha_g \alpha_p \rho_p f}{\tau_p}, \quad (9)$$

де $\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_{eff}}$ – час релаксації крапель води, с;

d_p – діаметр крапель води, м;

$\mu_{eff} = \mu_g / (1 - \alpha_p)^{2.5}$ – ефективна динамічна в'язкість газ–краплі рідини, Па·с;

$f = C_D Re / 24$ – функція гідравлічного опору;

C_D – коефіцієнт гідравлічного опору.

Число Рейнольдса двофазного середовища визначається співвідношенням:

$$Re = \frac{\rho_p |\bar{\mathbf{V}}_p - \bar{\mathbf{V}}_g| d_p}{\mu_{eff}}. \quad (10)$$

Коефіцієнт гідравлічного опору визначається в залежності від числа Рейнольдса:

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} \text{ при } Re < 1; \\ \frac{24}{Re} \left(1 + 0,1 Re^{\frac{3}{4}} \right) \text{ при } 1 \leq Re \leq 1000; \\ \frac{2}{3} \frac{d_p}{\lambda_{RT}} \left[\frac{1 + 17,67 (f^*)^{\frac{6}{7}}}{18,67 f^*} \right]^2 \text{ при } Re > 1000, \end{cases} \quad (11)$$

де $f^* = (1 - \alpha_p)^3$; $\lambda_{RT} = (\sigma / (g \Delta \rho_{pg}))^{0,5}$ – довжина хвилі нестабільності Ролі-Тейлора, м;

σ – коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м;

g – прискорення вільного падіння, м/с²;

$\Delta \rho_{pg}$ – різниця густини між фазами p і g , кг/м³.

Початкові умови для системи рівнянь (1)–(6) при $\tau = 0$:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{V}}_i = 0; \quad p_i = 0; \quad T_i = T_i^0; \\ k_i = k_i^0; \quad \varepsilon_i = \varepsilon_i^0; \\ L_p = L^0; \quad \alpha_p = \alpha^0, \end{cases} \quad (12)$$

де $i = \overline{1, n}$ – індекс фази в потоці;

T_i^0 , k_i^0 , ε_i^0 – початкова температура (К), масова турбулентна кінетична енергія (Дж/кг) і швидкість її дисипації (Дж/(кг·с));

L^0 – початкова довжина зони водяної пари в газових каналах хлібопекарської печі, м;

α^0 – об'ємна частка водяної пари разом з краплями довжиною L^0 .

Граничні умови для системи рівнянь (1)–(8) при $\tau > 0$:

– у вхідних перетинах печі задаються параметри для грійних газів ($i=g$) і водяної пари ($i=p$), масової витрати і температури ТЗ:

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{V}}_i = V_i^{in}; \quad T_i = T_i^{in}; \quad \dot{m}_{TЗ} = \dot{m}_{TЗ}^{in}; \quad T_{TЗ} = T_{TЗ}^{in}; \\ k_i = k_i^{in}; \quad \varepsilon_i = \varepsilon_i^{in}; \quad \alpha_i = \alpha_i^{in}, \end{cases} \quad (13)$$

де \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхонь вхідних січень печі;

V_i^{in} – нормальна швидкість, м/с;

T_i^{in} – температура газових фаз, К;

$\dot{m}_{TЗ}^{in}$ – масова витрата ТЗ, кг/с;

$T_{TЗ}^{in}$ – температура ТЗ, К;

k_i^{in} – масова турбулентна кінетична енергія, Дж/кг;

ε_i^{in} – швидкість її дисипації, Дж/(кг·с);

α_i^{in} – об'ємна частка i -ї фази на вході у піч;

– у відхідних перетинах печі задаються параметри для суміші (14), газових фаз і масової витрати, а також температури випеченого хліба (15):

$$p_{mix} = 0, \quad (14)$$

$$\begin{cases} T_i = T_i^{out}; & \alpha_i = \alpha_i^{out}; & \dot{m}_{BX} = \dot{m}_{BX}^{out}; & T_{BX} = T_{BX}^{out}; \\ k_i = k_i^{out}; & \varepsilon_i = \varepsilon_i^{out}, \end{cases} \quad (15)$$

де p_{mix} – надлишковий тиск суміші газів, Па; T_i^{out} , α_i^{out} , \dot{m}_{BX}^{out} , T_{BX}^{out} , k_i^{out} , ε_i^{out} – температура (К), об'ємна частка i -ї фази, масова витрата ВХ (кг/с), температура ВХ (К), масова турбулентна кінетична енергія (Дж/кг) і швидкість її дисипації (Дж/(кг·с));

– на границі контакту між твердими тілами задаються умові абсолютного контакту:

$$\begin{cases} \{T\} = 0; \\ \{\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}\} = 0, \end{cases} \quad (16)$$

де $\{T\} = T^+ - T^-$; $\{\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}\} = \mathbf{n}^+ \cdot \mathbf{q}^+ - \mathbf{n}^- \cdot \mathbf{q}^-$; «+» і «-» означає ліворуч і праворуч від границі контакту; $\mathbf{q} = -\lambda(T)\nabla \cdot T$ – вектор густини теплового потоку; \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні тіла;

– на границі контакту між багатофазним середовищем печі, ТЗ і огороженням газових каналів задаються умови прилипання для кожної із газових фаз та умови спряження по температурі та густині теплового потоку:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{V}}_i = 0; \\ \{T\} = 0; \\ \sum_{i=1}^n [\mathbf{n} \cdot (-\alpha_i \lambda_i(T_i) \nabla T_i) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_{ri}] - q_{lh} = \mathbf{n} \cdot (-\lambda_{eff}(T) \nabla T), \end{cases} \quad (17)$$

де n – кількість фаз в потоці;

$$\mathbf{q}_{ri} = \alpha_i \int_{\nu=0}^{\infty} \left[n_{\nu i}^2 \varepsilon_{\nu} I_{0\nu i} - \varepsilon_{\nu} \int_{\mathbf{s} \cdot \mathbf{n} > 0} I_{in, \nu i}(\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}) d\Omega \right] d\nu \quad - \text{результуючий радіаційний}$$

потік i -ї фази, Вт/м²;

ε_{ν} – спектральна ступінь чорноти поверхні газових каналів печі;

$$q_{lh} = \frac{h_{lh} (\dot{m}_{cond}(\bar{T}_F) - \dot{m}_{evap}(\bar{T}_F))}{F_{TЗ(ВХ)}} - \text{поверхнева густина теплового потоку,}$$

пов'язана з масообміном на поверхні ТЗ (вологообміном завдяки конденсації/випаровування вологи), Вт/м²;

h_{lh} – теплота фазового переходу 1-го роду для води (конденсація/випаровування), Дж/кг;

\dot{m}_{cond} , \dot{m}_{evap} – масова витрата вологи при конденсації і випаровуванні, відповідно, кг/с;

\bar{T}_F – середня інтегральна температура поверхні ТЗ/ВХ, К;

$F_{TЗ(ВХ)}$ – площа поверхні ТЗ/ВХ, м²; λ_{eff} – ефективна теплопровідність ТЗ/ВХ, Вт/(м·К);

– на границі контакту огорожень печі з оточуючим повітрям задаються граничні умови конвективного типу:

$$\mathbf{n} \cdot [-\lambda(T) \nabla T] = \alpha(T)(T - T_p), \quad (18)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі; T_p – температура оточуючого середовища.

4. Висновки

Розроблена математична модель процесу випікання хліба в газових каналах пекарної камери з врахуванням радіаційно-конвективного теплообміну, масообміну з врахуванням введення водяної пари для зволоження тістових заготовок та турбулентності багатофазного потоку. Теоретично обґрунтовано, що дана модель дозволить з достатньою точністю і детальністю враховувати всі режимні та конструктивні особливості сучасних конвеєрних хлібопекарських печей. А також дозволить проводити широкі параметричні дослідження сполученого теплообміну в них з виходом на кінцевий показник – якість готових виробів. Але дане теоретичне обґрунтування потребує емпіричного підтвердження.

Література

1. Vanin, F. M., Lucas, T., Trystram, G. (2009). Crust formation and its role during bread baking. *Trends in Food Science & Technology*, 20 (8), 333–343. doi: <http://doi.org/10.1016/j.tifs.2009.04.001>
2. Purlis, E., Salvadori, V. O. (2009). Modelling the browning of bread during baking. *Food Research International*, 42 (7), 865–870. doi: <http://doi.org/10.1016/j.foodres.2009.03.007>
3. Purlis, E. (2010). Browning development in bakery products – A review. *Journal of Food Engineering*, 99 (3), 239–249. doi: <http://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2010.03.008>
4. Lostie, M., Peczalski, R., Andrieu, J., Laurent, M. (2002). Study of sponge cake batter baking process. II. Modeling and parameter estimation. *Journal of Food Engineering*, 55 (4), 349–357. doi: [http://doi.org/10.1016/s0260-8774\(02\)00132-2](http://doi.org/10.1016/s0260-8774(02)00132-2)

5. Bikard, J., Coupez, T., Della Valle, G., Vergnes, B. (2008). Simulation of bread making process using a direct 3D numerical method at microscale: Analysis of foaming phase during proofing. *Journal of Food Engineering*, 85 (2), 259–267. doi: <http://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.07.027>
6. Broyart, B., Trystram, G. (2003). Modelling of Heat and Mass Transfer Phenomena and Quality Changes During Continuous Biscuit Baking Using Both Deductive and Inductive (Neural Network) Modelling Principles. *Food and Bioproducts Processing*, 81 (4), 316–326. doi: <http://doi.org/10.1205/096030803322756402>
7. Bikard, J., Coupez, T., Della Valle, G., Vergnes, B. (2010). Simulation of bread making process using a direct 3D numerical method at microscale: analysis of baking step. *International Journal of Material Forming*, 5 (1), 11–24. doi: <http://doi.org/10.1007/s12289-010-1018-3>
8. Baldino, N., Gabriele, D., Lupi, F. R., de Cindio, B., Cicerelli, L. (2014). Modeling of baking behavior of semi-sweet short dough biscuits. *Innovative Food Science & Emerging Technologies*, 25, 40–52. doi: <http://doi.org/10.1016/j.ifset.2013.12.022>
9. Desyk, M. G., Telychkun, Yu. S., Lytovchenko, I. M., Telychkun, V. I. (2016). Mathematical modelling of heating the dough pieces of cylindrical shape. *Scientific Works of NUFT*, 22 (4), 134–140.
10. Cornejo, P., Farías, O. (2011). Mathematical Modeling of Coal Gasification in a Fluidized Bed Reactor Using a Eulerian Granular Description. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 9 (1), 1515–1542. doi: <http://doi.org/10.1515/1542-6580.2288>