

**УДК 05.13.06**

**DOI: 10.15587/2312-8372.2019.180504**

## **СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ 4WS МОДЕЛИ АВТОМОБИЛЯ-РОБОТА ДЛЯ ДВИЖЕНИЯ ПО ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ**

**Татиевский Д. Н.**

### **1. Введение**

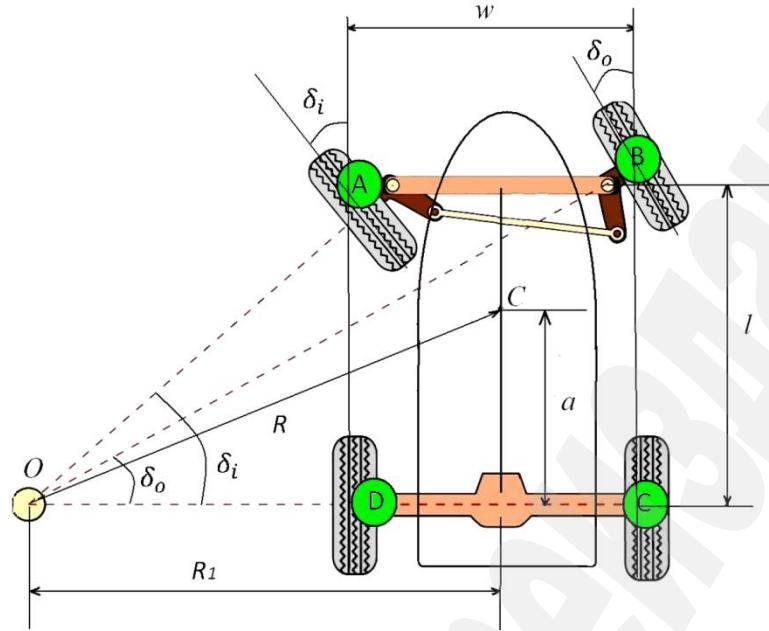
Автономные мобильные колесные роботы становятся всё более совершенными мехатронными системами, в которых применяются электронные системы управления и алгоритмы, направленные на улучшение их манёвренности. Одним из направлений работ в этой области является применение в качестве управляемых, наряду с передними, ещё и задних колёс [1, 2]. Такое развитие напрямую связано с вопросами обеспечения безопасности [3, 4], так как рост скоростей движения и, особенно, выполнения манёвров является очевидной тенденцией развития современного роботостроения. В связи с этим перед конструкторами и разработчиками встают всё новые задачи по поиску путей модернизации таких систем, направленных на улучшение управляемости и устойчивости [5].

Данное исследование является дальнейшим развитием работ, связанных с возможностью движения роботизированных колесных систем по программным траекториям [6–8]. А также, включая сочлененные экипажи [9]. Однако, в этих работах рассматривались 2WS (Two-Wheel Steering) модели, но в связи с некоторыми практическими задачами возникла необходимость конструирования колесного автономного робота повышенной маневренности, используя для этого преимущества, которыми обладает модель 4WS (Four-Wheel Steering).

Использование такой модели является актуальным с точки зрения возможности повышенной ее маневренности и безопасности движения, что позволяет решить задачи, недоступные 2WS моделям: движение в стесненных обстоятельствах, в узком коридоре, обход препятствий.

### **2. Объект исследования и его технологический аудит**

*Объектом исследования является автономный колесный мобильный робот модели 4WS. Рассматривается плоская велосипедная модель движения его движения по кинематической схеме, представленной на рис. 1.*



**Рис. 1.** Кинематическая схема четырехколесного транспортного средства

На рис. 1 показано:  $\delta_o$  и  $\delta_i$  – углы поворота внешнего и внутреннего колеса, определяемые с учетом положения мгновенного центра скоростей  $O$ ,  $C$  – положение центра масс,  $l$  – колесная база,  $w$  – ширина колеи.

Особенностью данного объекта исследования является возможность применения в качестве управляемых, наряду с передними, ещё и задних колёс. Соответственно, возникает необходимость синтеза качественного управления для такой системы с целью максимального использования ее преимуществ в маневренности и устойчивости движения по сравнению с моделями, у которых управляемыми являются только передние колеса.

*Предмет исследования* – математические модели кинематики управляемого движения автономных мобильных колесных роботов со всеколесным управлением с возможностью синтеза для них закона управления для движения по программным траекториям.

### 3. Цель и задачи исследования

*Цель исследования* – синтезировать управление для реализации движения автономного мобильного робота 4WS по программной (задаваемой аналитически) траектории на основе разработанного закона для модели 2WS, рассматривая ее как частный случай исследуемой модели.

Для достижения поставленной цели необходимо выполнить такие задачи:

1. Разработать математическую модель для 4WS модели, расширив 2WS модель дополнительным управлением для задних колес.

2. Выполнить качественный анализ этой модели для получения эмпирического закона управления для этой модели на основе модели с двумя рулевыми колесами.

3. Проверить корректность модели средствами численного моделирования и выполнить программную визуализацию движений данной модели во всех возможных режимах.

#### **4. Исследование существующих решений проблемы**

Поскольку автомобили со всеколесным управлением демонстрируют превосходство над своими базовыми аналогами как в маневрах на низких скоростях, так в поведении при движении с высокими скоростями, для них решаются проблемы синтеза управления с применением различных подходов и методов. Среди таких методов следует выделить робастный метод управления [10, 11]. Приведенные результаты численного моделирования показывают, что разработанный надежный контроллер  $\mu$ -синтеза может улучшить лишь некоторые рабочие характеристики автомобиля 4WS с замкнутым контуром. Метод адаптивного управления [12, 13] показывает незначительное улучшение управляемости и устойчивости транспортного средства этой модели, благодаря управлению развязкой входного-выходного сигнала. В работах [14, 15] предложены методы нечеткого управления (fuzzy logic), однако разработанный контроллер решает лишь некоторые аспекты устойчивости бокового движения транспортного средства. Метод оптимального управления [16, 17] демонстрирует меньшее отклонение от переходной характеристики предлагаемого контроллера рулевого управления, а время устойчивости короче, что улучшает управление рулем транспортного средства. Однако задача движения по программной траектории в этих решениях не рассматривается.

Используются и традиционные подходы: метод функций Ляпунова и основанный на них метод бэкстеппинга, а также пропорциональная система управления [18]. Результаты моделирования, приведенные в этой работе и данные дорожных испытаний показывают, что исследуемая здесь система с независимым управлением задними колесами обладает лучшими характеристиками кинематической гармонии и отзывчивости управления, чем у обычного автомобиля 4WS. Исследования такой модели могут быть предметом последующих работ.

Некоторые законы управления синтезированы по результатам многочисленных вычислительных экспериментов: в [19] был сформулирован закон изменения положения полюса рулевого управления от величины задающего угла для автомобиля. В этой работе управление синтезировано для многоосных автомобилей, и применимость его к 4WS модели требует специальных исследований. Сам же подход в виде вычислительных экспериментов использовался и в настоящем исследовании. Интересным представляется подход с использованием генетического алгоритма на основе линейного квадратичного

регулятора с переменными параметрами для независимого рулевого управления с четырьмя колесами [20]. Однако, о практической реализации этого алгоритма и об экспериментальной проверке не упоминается.

Анализ этих подходов привел к выводу, что они сложны в реализации и требуют довольно громоздких вычислений. При этом они предназначены для улучшения отдельных характеристик всеколесного управления, не решая задачи следования по программной траектории.

## **5. Методы исследования**

В данном исследовании к решению поставленной задачи используется исключительно аналитический подход с использованием кинематического условия Аккермана и методы динамики твердых тел, математический аппарат теории устойчивости и управления. А также использованы символьные преобразования, численные методы и эвристические поисковые алгоритмы.

## **6. Результаты исследований**

### **6.1. Синтез управления для 2WS-модели**

Решим сначала задачу о кинематическом управлении движением четырехколесного транспортного средства, выполненного по 2WS модели.

Для этой модели условие Аккермана, позволяющее вращаться колесам без проскальзывания, имеет вид:

$$\cot(\delta_o) - \cot(\delta_i) = \frac{w}{l}, \quad (1)$$

где  $\delta_o$  и  $\delta_i$  – углы поворота внешнего и внутреннего колеса, определяемые с учетом положения мгновенного центра скоростей;  $l$  – колесная база;  $w$  – ширина колеи.

Центр масс управляемого робота движется при этом по окружности радиуса  $R$  (с кривизной  $\rho=1/R$ ). Заметим, что в общем случае программная траектория может быть задана явной/неявной функцией, параметрически, радиусом кривизны, кусочно-непрерывной функцией и пр. Кривизна траектории определяется известными формулами дифференциальной геометрии, радиус кривизны, исходя из рис. 1, находится по формуле:

$$R = (a^2 + l^2 \cdot \cot^2(\delta))^{(1/2)}, \quad (2)$$

где угол  $\delta$  определяется средним значением котангентов углов поворота управляемых колес и является эквивалентом угла поворота соответствующей велосипедной модели;  $a$  – расстояние от центра масс до задней оси. Этот угол выбирается в качестве параметра управления и может быть вычислен в виде:

$$\delta = \cot^{-1} \left( \frac{(R^2 - a^2)^{1/2}}{l} \right). \quad (3)$$

Система дифференциальных уравнений, описывающая движение рассматриваемой модели (изменения декартовых координат центра масс и курсового угла) имеет вид:

$$\begin{cases} x = v \cdot \cos \psi, \\ y = v \cdot \sin \psi, \\ \dot{\psi} = v \cdot \tan \frac{\delta}{l}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $x$  – продольная составляющая скорости центра масс;  $y$  – поперечная составляющая;  $\psi$  – курсовой угол;  $v$  – линейная скорость центра масс.

Численное интегрирование, выполненное в системе Maple, подтверждает совпадение программной (синим) и реальной (красным, полученной по результатам интегрирования) траекторий (рис. 2).

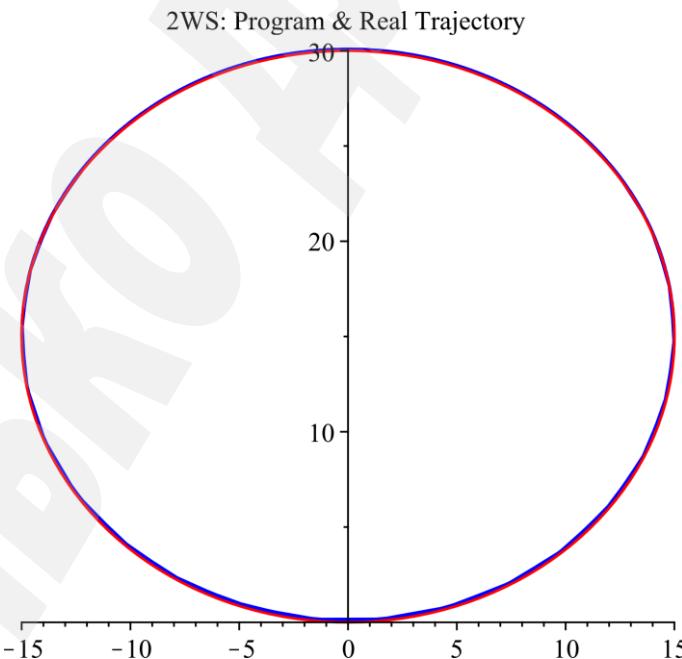


Рис. 2. Движение по программной траектории  $R=15$  м

Программная траектория задана параметрически в виде:

$$\begin{aligned}x(t) &= R \cdot \cos\left(v \cdot \frac{t}{R}\right), \\y(t) &= R \cdot \sin\left(v \cdot \frac{t}{R}\right).\end{aligned}\tag{5}$$

где  $t$  – временной параметр.

Некоторые смещения траекторий выполнены для обеспечения наглядности.

## 6.2. 4WS модель, сравнение моделей

4WS имеет то отличие от модели 2WS (рис. 1), что обладает возможностью дополнительного управления за счет поворота колес задней оси (Double-Ackerman steering mode).

Таким образом, система дифференциальных уравнений (4) запишется в виде:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cdot \cos \psi, \\ \dot{y} = v \cdot \sin \psi, \\ \dot{\psi} = v \cdot \frac{\tan \delta_f + \tan \delta_r}{l}, \end{cases}\tag{6}$$

где  $\delta_f$  – угол поворота передних колес;  $\delta_r$  – задних.

Любая система управления задними колесами, которая добавляется к рулевому управлению передних колес, должна быть тщательно настроена. В качестве примера такой настройки рассмотрим алгоритм разомкнутого контура, разработанный в [21] для поддержания угла бокового скольжения равным нулю на медленных скоростях и нулевого рыскания на высоких скоростях. Этот контроллер использовался компанией Honda (Япония), и в 1987 году был первой системой 4WS, интегрированной в массовые серийные автомобили. На низких скоростях задние колеса сдвинуты по фазе к передним колесам, что уменьшает длину колесной базы и улучшает маневренность. На высоких скоростях задние колеса поворачиваются по фазе передних колес, что увеличивает эффективную колесную базу и улучшает устойчивость. Подходит ли этот алгоритм для проектируемого автономного робота с малой колесной базой, требует дальнейшего изучения и возможно, кривая настройки будет изменена на основе эмпирических данных.

По этому алгоритму угол поворота задних колес функционально зависит от угла поворота передних:

$$\delta_r = K \cdot \delta_f, \quad (7)$$

где для  $K$  предложено выражение:

$$K = \frac{-b + v^2 \cdot \frac{M \cdot a}{C_f \cdot l}}{a + v^2 \cdot \frac{M \cdot b}{C_f \cdot l}}, \quad (8)$$

в котором  $a, b$  – расстояние от передних/задних колес до центра масс, м;  $M$  – масса робота, кг;  $l$  – длина колесной базы, м;  $v$  – скорость движения, м/с;  $C_f, C_r$  – передняя/задняя «поворотные жесткости» (cornering stiffness), Н/рад.

Для предполагаемой модели робота с заданными необходимыми параметрами зависимость коэффициента  $K$  от скорости  $v$  имеет вид рис. 3.

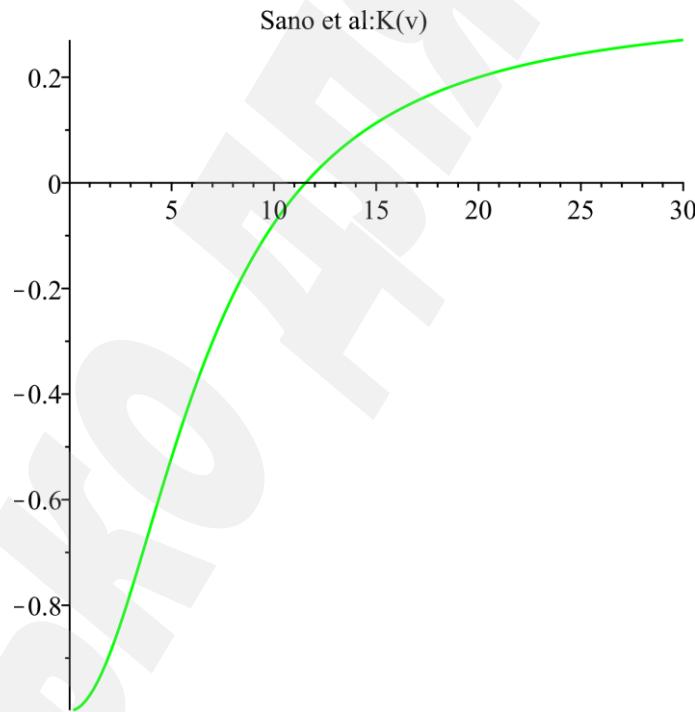
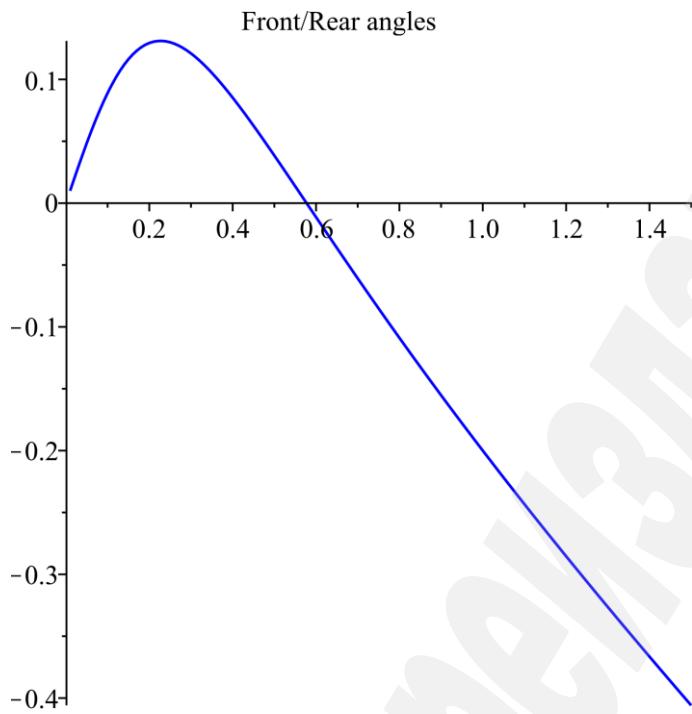


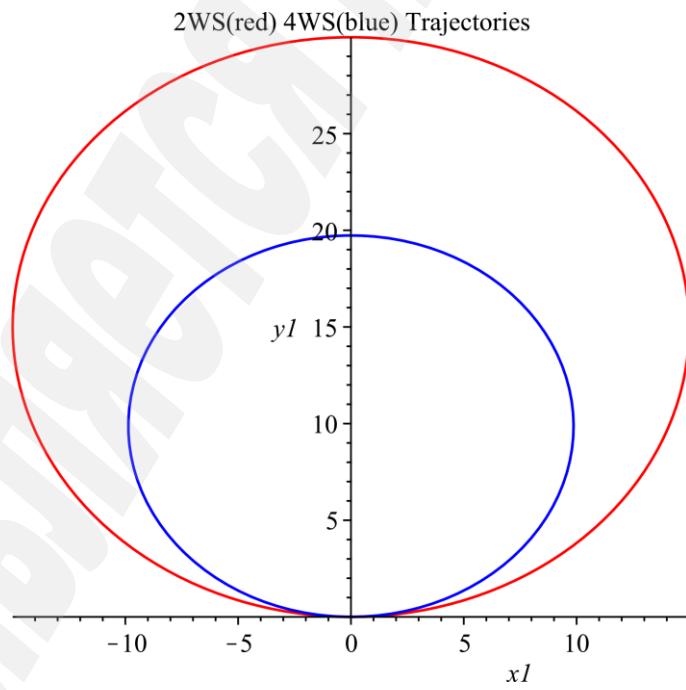
Рис. 3. Зависимость коэффициента  $K$  от скорости по алгоритму разомкнутого контура

При этом зависимость угла поворота задних колёс (синяя кривая) от угла поворота передних (прямая – абсцисса) представлена на рис. 4. Задние колеса поворачиваются при малых углах поворота рулевого колеса сначала в одну, а затем, по мере увеличения угла поворота руля, в другую сторону.

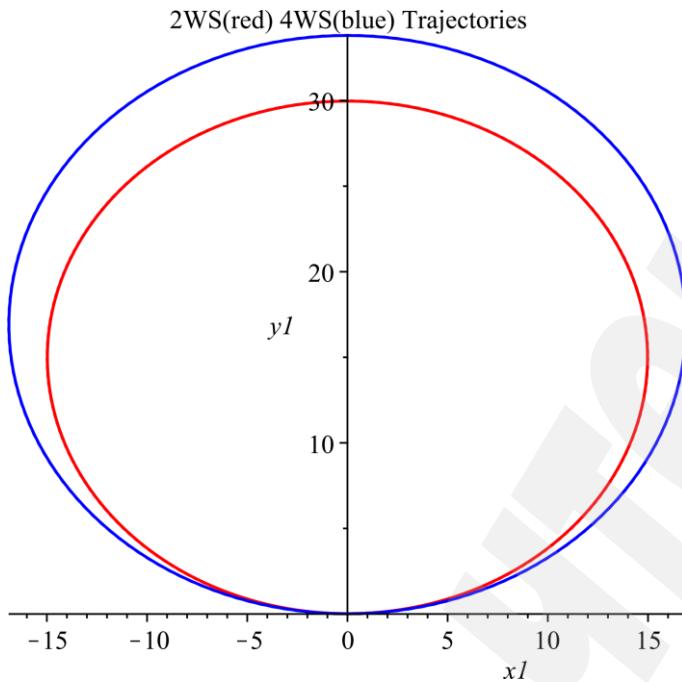


**Рис. 4.** Зависимость угла поворота задних колёс от угла поворота передних

При одинаковом повороте передних колес радиус поворота 4WS модели по сравнению с 2WS уменьшается или увеличивается в зависимости от скорости ее движения, что изображено на рис. 5 и рис. 6.



**Рис. 5.** Сравнение радиусов поворота 4WS и 2WS моделей при скорости 5 м/с



**Рис. 6.** Сравнение радиусов поворота 4WS и 2WS моделей при скорости 15 м/с

При этом при скорости движения  $\sim 11,5$  м/с, что соответствует  $K=0$  траектории движения этих моделей идентичны. Значению  $K=-1$  соответствует минимальный радиус поворота  $R'=R/2$ , значение  $K=1$  соответствует крабовидному движению.

Применение систем управления всеми четырьмя колесами преследует цели улучшения маневренности колесного робота при парковке или развороте в стесненных условиях, то есть уменьшение радиуса поворота и повышение его курсовой устойчивости при резких маневрах на высокой скорости.

Работает система 4WS в двух режимах. На малой скорости задние колеса поворачиваются в сторону, противоположную передним, и при маневре той же кривизны передние колеса нужно будет вращать на меньший угол. То есть чувствительность рулевого управления будет выше, а вдобавок робот станет более маневренным. А при движении на большой скорости – в быстром выраже или маневре переставка – задние колеса с помощью системы 4WS, наоборот, будут поворачиваться на небольшой угол в ту же сторону, что и передние. Робот будет двигаться по дуге меньшей кривизны и большего радиуса. Момент, поворачивающий машину вокруг вертикальной оси, будет меньше – стало быть, уменьшится и риск потери курсовой устойчивости и развития заноса задней оси.

Одно из очевидных преимуществ – повышенная маневренность в стесненных условиях и при парковке. Второй момент – повышенная устойчивость при резких маневрах на высокой скорости.

### **6.3. Синтез управления для 4WS модели**

Управление синтезируется таким образом, чтобы обеспечить движение 4WS модели по траектории движения модели 2WS, соответствующей требуемому программному движению.

На основе качественного анализа уравнений (3) и (7) и результатов численного моделирования предложено синтезировать управление для движения по траектории радиуса  $R'=R(1-K)$ . Таким образом, управление для передних колес синтезируется для этого радиуса по формуле (3), для задних – по формуле (7).

На рис. 7–9 показано, что предложенный закон дает вполне приемлемые результаты для движения по желаемой программной траектории при различных скоростях движения.

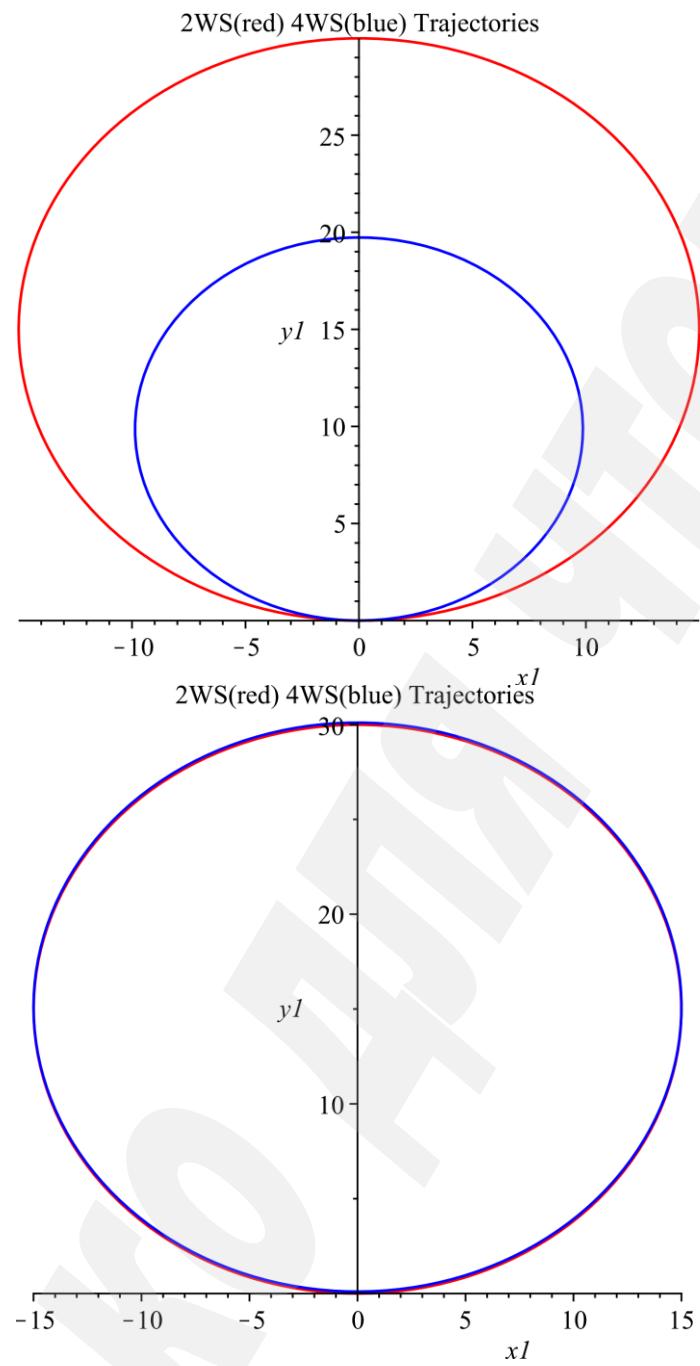
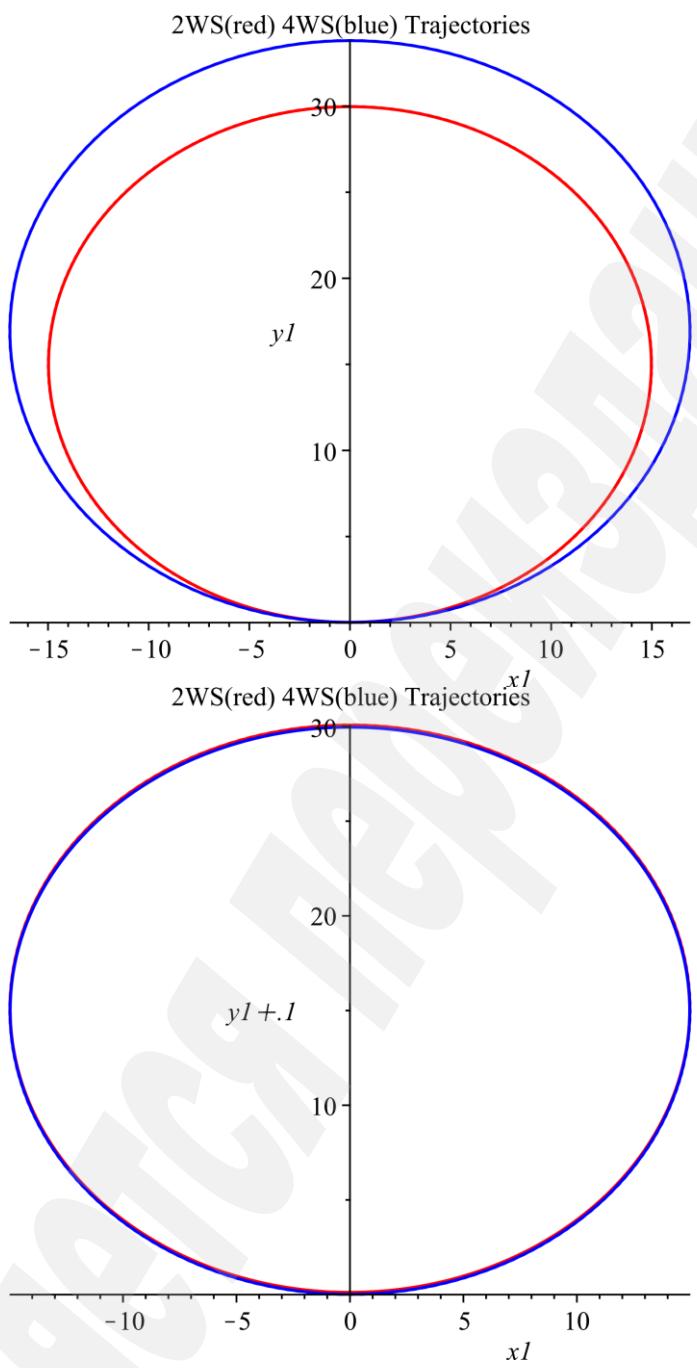
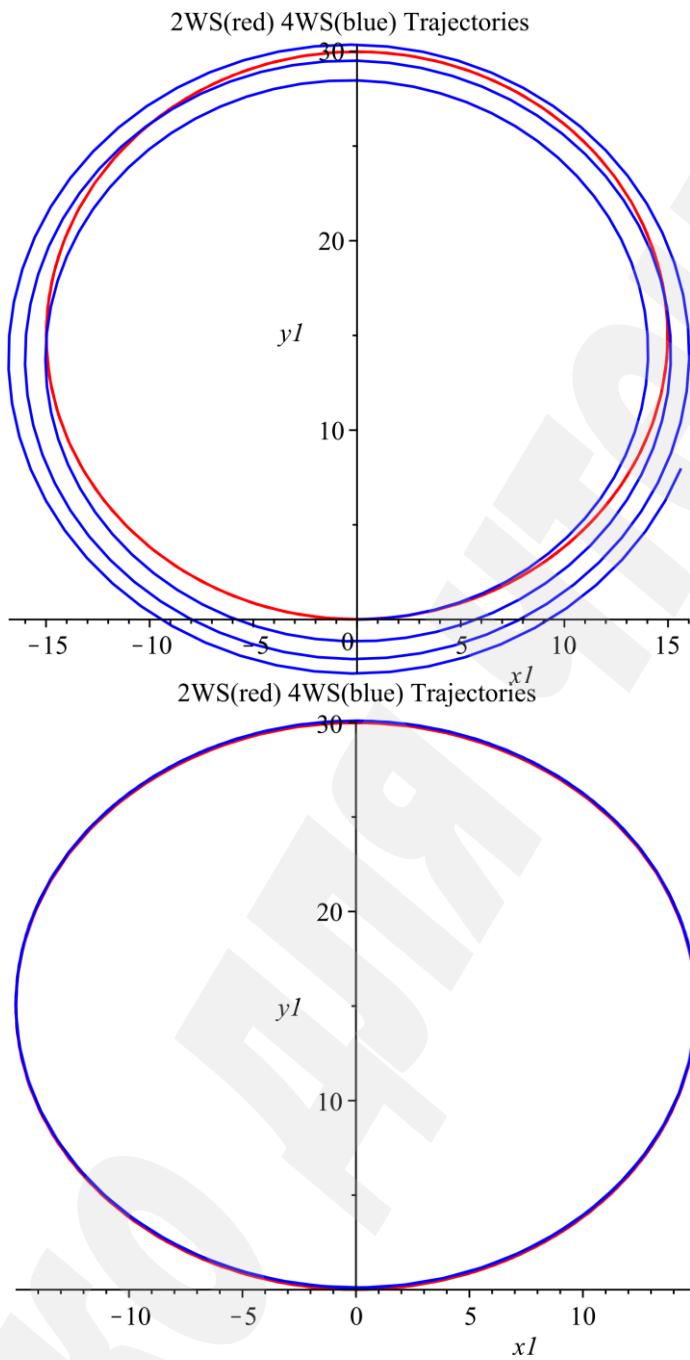


Рис. 7. Движение по программной траектории со скоростью  $v=5$  м/с



**Рис. 8.** Движение по программной траектории со скоростью  $v=15$  м/с



**Рис. 9.** Движение по программной траектории со скоростью  $v=10+0,2 \cdot t$  м/с

Во всех случаях обеспечивается движение по желаемой траектории  $R=15$  м.

#### 6.4. Приложение для численного моделирования и визуализации результатов

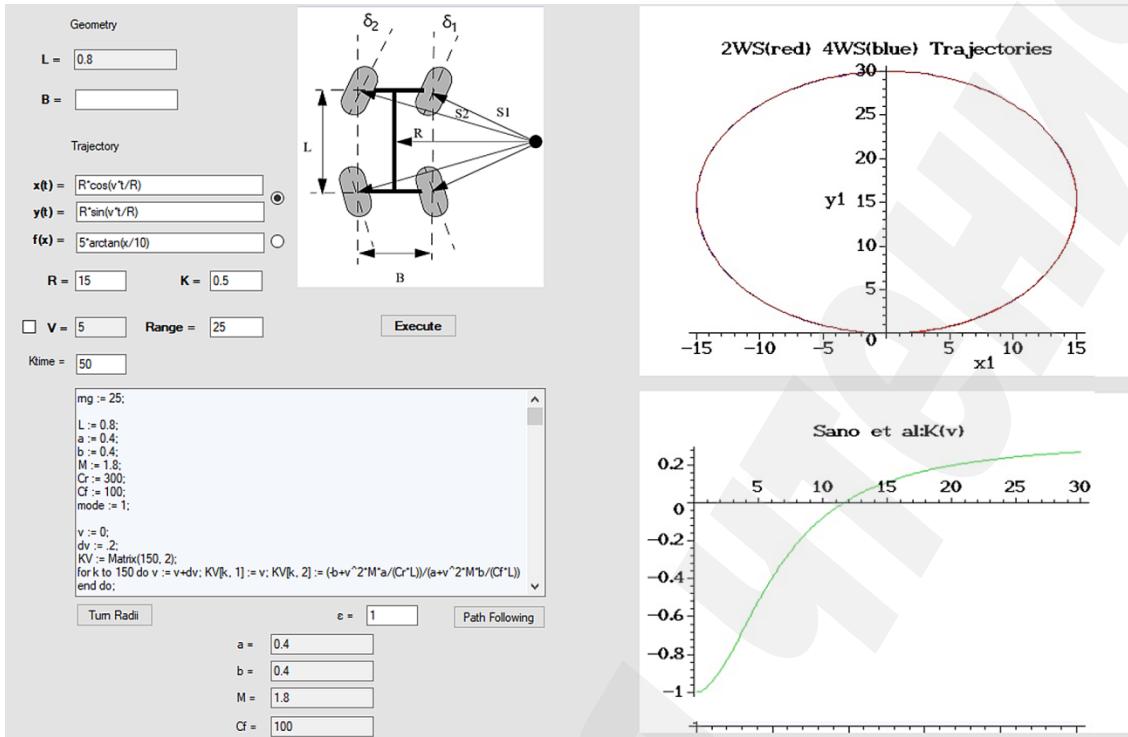
Для численного моделирования результатов синтезированного управления использовался математический пакет Maple – система компьютерной математики, рассчитанная на широкий круг пользователей. Она способна выполнять быстро и эффективно не только символьные, но и численные расчеты. При этом обладает превосходными средствами графической визуализации и подготовки электронных

документов и с равным успехом может использоваться как для простых, так и для самых сложных вычислений и выкладок. Maple – типичная интегрированная система, которая объединяет в себе:

- мощный язык программирования (он же язык для интерактивного общения с системой);
- редактор для подготовки и редактирования документов и программ;
- современный многооконный пользовательский интерфейс с возможностью работы в диалоговом режиме;
- мощную справочную систему со многими тысячами примеров;
- ядро алгоритмов и правил преобразования математических выражений;
- численный и символьный процессоры;
- систему диагностики;
- библиотеки встроенных и дополнительных функций;
- пакеты функций сторонних производителей и поддержку некоторых других языков программирования и программ.

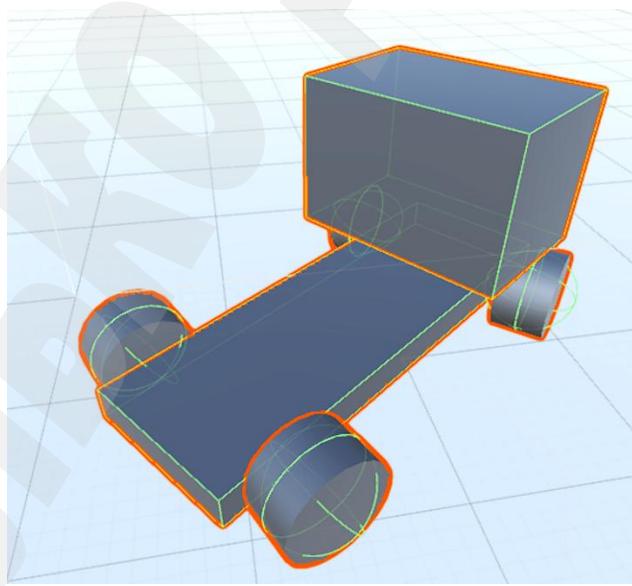
Для данной работы самым важным является еще одно средство – OpenMaple, обеспечивающее доступ к библиотекам Maple из Windows-приложений. Используя Open Maple API, имеется возможность вызывать маплеты (сценарии на внутреннем языке системы Maple) изнутри программ, написанных на Java, C, Visual Basic. Такое приложение реализовано на языке C# для работы со сценариями Maple, синтезирующих в символьном виде управление для различных типов роботизированных колесных систем, выполняющих численное интегрирование соответствующих систем дифференциальных уравнений и визуализирующих необходимые фазовые портреты.

Для этого выполняемый в среде Maple мапплет преобразован в шаблон, использующий метасимволы для динамически изменяемых параметров в интерактивном режиме, например:  $m:=\{m\}$ ;  $R:=\{R\}$  и т. д. Такие параметры вводятся в соответствующие поля разработанного приложения на языке C# и в используемый шаблон сценария Maple; мапплет запускается на выполнение по кнопке [Execute]. Фрагмент разработанного приложения приведен на рис. 10.



**Рис. 10.** Фрагмент приложения для автоматизации сценария Maple

Необходимая управляющая информация для визуализации в среде Unity 3D формируется из текстового представления фазовых портретов, записанных в файлы в формате json и содержащих дискретизированную информацию о времени движения, траектории и углах поворота передних и задних колес. Скрипт для системы Unity реализован также на языке C#, отдельные фрагменты различных видов движения 4WS модели представлены на рис. 11, 12.



**Рис. 11.** Поворот передних и задних колес в противофазе

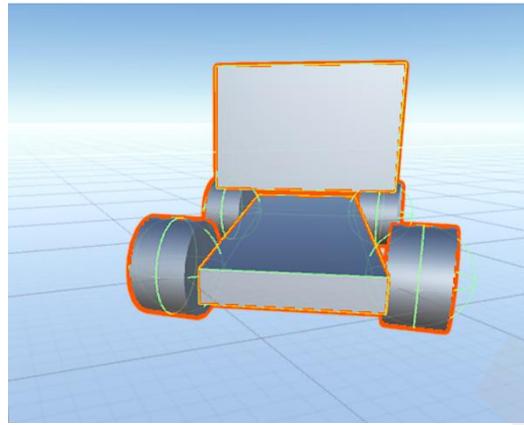


Рис. 12. Синфазный поворот колес

Реализованное таким образом моделирование позволяет детально анализировать различные режимы движения роботизированной колесной системы. Очевидно, программные средства разработки компьютерных игр среды Unity 3D вполне подходят для моделирования различных сценариев движения роботизированных колесных систем, обеспечивая высокую степень наглядности и удобства анализа этих процессов.

## 7. SWOT-анализ результатов исследований

*Strengths.* К сильным сторонам предложенного метода следует отнести тот факт, что в основе математической модели управляемого движения автономного мобильного робота 4WS модели лежат классические положения механики твердого тела (с учетом наличия неголономных связей). Задача синтеза программного управляемого движения решалась на основе строго обоснованных подходов теории автоматического управления и контроля динамических систем. Корректность полученных результатов проверялась на основе независимого численного моделирования системы для всех режимов его движения.

Реализация управления исключительно аналитическим методом на основе синтезированного управления для 2WS модели с учетом динамических свойств исследуемой модели позволяет значительно ускорить процесс синтеза такого управления и дает возможность применения этого подхода в режиме реального времени.

*Weaknesses.* К слабым сторонам следует отнести отсутствие на сегодняшний день экспериментального робототехнического устройства для экспериментальной проверки результатов численного моделирования и невозможности, в связи с этим выработать корректирующее управление с использованием обратной связи.

*Opportunities.* Предлагаемый подход обеспечивает легкий синтез управления, избавляет от громоздких вычислений, поскольку основан на установлении связи изучаемой 4WS модели с моделью 2WS. Для этой модели изначально достаточно легко синтезируется управление и корректируется затем установленной эмпирической зависимостью. Еще одним преимуществом такого подхода является учет не только кинематических, но и динамических свойств системы. Это

позволяет синтезировать управление с учетом индивидуальных характеристик автономного мобильного робота. Перспективами дальнейших исследований как раз и является создание такой модели автономного мобильного робота со всеколесным управлением.

*Threats.* При внедрении результатов данного исследования необходима разработка технического устройства с функциями, помогающими повысить безопасность и эффективность управления транспортным средством путем эффективной настройки системы управления задними колесами. Это будет достигнуто путем выбора оптимальной функциональной зависимости коэффициента поворота задних колес в зависимости от скорости автономного мобильного робота и угла поворота передних рулевых колес.

## **8. Выводы**

1. Разработана математическая модель для 4WS модели автономного мобильного робота путем расширения 2WS модели дополнительным управлением для задних колес. Эти расширения привели к модификации системы дифференциальных уравнений для 2WS модели. При этом угол поворота задних колес является функцией поворота передних с учетом динамических характеристик конкретной модели автономного мобильного робота. Учет таких характеристик позволяет сделать управление более точным и гибким.

2. Выполнен качественный анализ 4WS модели для получения эмпирического закона управления для этой модели на основе модели с двумя рулевыми колесами. Данный анализ был применен как к системе дифференциальных уравнений 4WS модели, так и к соответствующему закону управления задними колесами. Это позволило синтезировать управление передними колесами для движения по траектории эмпирически вычисленной кривизны, на основе кривизны траектории движения модели с передними рулевыми колесами.

3. Проверена корректность модели средствами численного моделирования и визуализация движений данной модели во всех возможных режимах движения при различных скоростях. Это позволило подтвердить высокое качество управления не только при движении с различными скоростями, но и при равноускоренном движении. Очевидно, скорость движения может задана аналитически любой временной зависимостью.

## **Литература**

1. Tseng, P.-K., Hung, M.-H., Yu, P.-K., Chang, S.-W., Wang, T.-W. (2014). *Implementation of an Autonomous Parking System in a Parking Lot*. Available at: [https://www.artc.org.tw/upfiles/ADUpload/knowledge/tw\\_knowledge\\_492799245.pdf](https://www.artc.org.tw/upfiles/ADUpload/knowledge/tw_knowledge_492799245.pdf)
2. Schein, V. L. (2016). *Optimal Vehicle Control of Four-Wheel Steering*. Available at: [http://www.science.smith.edu/~jcardell/StudentProjects/VSchein\\_capstone\\_final.pdf](http://www.science.smith.edu/~jcardell/StudentProjects/VSchein_capstone_final.pdf)
3. Fijalkowski, B. T. (2011). *Automotive Mechatronics: Operational and Practical Issues*. Dordrecht: Springer, 523. doi: <https://doi.org/10.1007/978-94-007-1183-9>

4. Arvind, V. (2013). Optimizing the turning radius of a vehicle using symmetric four wheel steering system. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 4 (12), 2177–2184.
5. Micaelli, A., Samson, C. (1993). *Trajectory tracking for unicycle-type and two-steering-wheels mobile robots*. Available at: <https://hal.inria.fr/inria-00074575/document>
6. Вербицкий, В. Г., Банников, В. А., Червякова, Е. В., Белевцова, Н. Л. (2012). К вопросу реализации управляемого движения вдоль программной кривой. *Вісник донецької Академії автомобільного транспорту*, 3, 67–73.
7. Berestova, S. A., Misura, N. E., Mityushov, E. A. (2015). Kinematic control of vehicle motion. *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 25 (2), 254–266. doi: <https://doi.org/10.20537/vm150210>
8. Письменная, Е. В. (2013). Алгоритмы управления движением мобильного робота по заданным траекториям. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 3, 16–24.
9. Вербицкий, В. Г., Полякова, Н. П., Татиевский, Д. Н. (2018). Исследование возможности реализации управляемого движения автопоезда вдоль программной кривой. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки*, 29 (6 (68)), 2–4.
10. Yin, G.-D., Chen, N., Wang, J.-X., Chen, J.-S. (2010). Robust control for 4WS vehicles considering a varying tire-road friction coefficient. *International Journal of Automotive Technology*, 11 (1), 33–40. doi: <https://doi.org/10.1007/s12239-010-0005-5>
11. Yin, G.-D., Chen, N., Wang, J.-X., Wu, L.-Y. (2010). A Study on  $\mu$ -Synthesis Control for Four-Wheel Steering System to Enhance Vehicle Lateral Stability. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 133 (1). doi: <https://doi.org/10.1115/1.4002707>
12. Chen, C., Jia, Y. (2012). Nonlinear decoupling control of four-wheel-steering vehicles with an observer. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 10 (4), 697–702. doi: <https://doi.org/10.1007/s12555-012-0404-7>
13. Marino, R., Cinili, F. (2009). Input–Output Decoupling Control by Measurement Feedback in Four-Wheel-Steering Vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17 (5), 1163–1172. doi: <https://doi.org/10.1109/tcst.2008.2004441>
14. El Hajjaji, A., Ciocan, A., Hamad, D. (2005). Four wheel steering control by fuzzy approach. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 41 (2–3), 141–156. doi: <https://doi.org/10.1007/s10846-005-3805-z>
15. Jie Zhang, Yunqing Zhang, Liping Chen, Jingzhou Yang. (2007). A fuzzy control strategy and optimization for four wheel steering system. *2007 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety*. Beijing, China, 1–6. doi: <https://doi.org/10.1109/icves.2007.4456359>
16. Song, J. (2012). Integrated control of brake pressure and rear-wheel steering to improve lateral stability with fuzzy logic. *International Journal of Automotive Technology*, 13 (4), 563–570. doi: <https://doi.org/10.1007/s12239-012-0054-z>

17. Chen, Y., Chen, W., Wei, X., Zhao, F. (2012). Linear Quadratic Gaussian Optimal Control Strategy for Four-Wheel Steering Vehicle. *Proceedings of the FISITA 2012 World Automotive Congress*, 641–650. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-642-33835-9\\_59](https://doi.org/10.1007/978-3-642-33835-9_59)
18. Chen, S.-Z., Shu, J., Yang, L. (2006). Research on vehicle control technology using four-wheel independent steering system. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 15 (1), 22–26.
19. Горелов, В. А., Котиев, Г. О., Тропин, С. Л. (2012). «Веерный» закон для всеколесного рулевого управления многоосных колесных транспортных средств. *Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2, 102–116.
20. Gao, L., Jin, L., Wang, F., Zheng, Y., Li, K. (2015). Genetic algorithm-based varying parameter linear quadratic regulator control for four-wheel independent steering vehicle. *Advances in Mechanical Engineering*, 7 (11), 168781401561863. doi: <https://doi.org/10.1177/1687814015618632>
21. Sano, S., Furukawa, Y., Shiraishi, S. (1986). Four Wheel Steering System with Rear Wheel Steer Angle Controlled as a Function of Steering Wheel Angle. *SAE Transactions*, 95, 880–893.