УДК 330.4:519.8:658.5
JEL Classification: C60, D24, O210
DOI: 10.15587/2312-8372.2019.181104

ОПТИМІЗАЦІЯ ПЛАНУ ВИРОБНИЦТВА ПРОДУКЦІЇ ШЛЯХОМ ТРИКРИТЕРІАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Диха М. В., Грипинська Н. В., Цегелик Г. Г., Марко М. Я.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ ПУТЕМ ТРЕХКРИТЕРИАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Дыха М. В., Грипинская Н. В., Цегелик Г. Г., Марко М. Я.

OPTIMIZATION OF THE PRODUCTION PLAN BY THREE-CRITERION MODELING

Dykha M., Hrypynska N., Tsehelyk H., Marko M.

Объектом исследования являются процессы оптимизации плана производства продукции по определенным критериям путем моделирования. Одним из самых проблемных мест является сложность взаимоувязки и учета влияния критериев на оптимальный план производства. С точки зрения математики поиск оптимального результата можно получить при разных заложенных критериях, но с экономической точки зрения важно выбрать те, которые имеют определяющее значение. То есть их весомость важна для потребителя в принятии решения о покупке и для производителя – с точки зрения возможностей производства определенных видов продукции и результатов деятельности (эффективности производства). Данную проблему удалось решить путем решения трехкритериальной задачи планирования производства продукции. Поиск компромиссной альтернативы достигнут посредством пошагового решения предложенной математической модели оптимизации плана производства продукции по самым важным для производителя и для потребителя критериям: прибыль, качество и спрос на продукцию каждого вида с учетом известного количества единиц каждого ресурса.

В ходе исследования использовались метод идеальной точки, симплекс метод и метод множителей Лагранжа. На тестовом примере приводится алгоритм решения поставленной задачи оптимизации. Полученный результат – решена трехкритериальная задача планирования производства продукции, которая дает возможность максимизировать прибыль от производства, качество продукции и спрос на продукцию при известных исходных ресурсных составляющих. Важность/значимость разработанного научно-методического подхода подтверждается/аргументируется тем, что достижение эффективных результатов деятельности предприятия напрямую зависит от оптимального плана производства продукции.

Учитывая результаты проведенного исследования, из множества возможных альтернатив предприятие сможет максимально эффективно осуществлять выпуск необходимой для потребителя продукции по видам и качеству. То есть, достигается при известных ресурсных параметрах максимально возможный положительный результат для производителя и для потребителя.

Предложенный экономико-математический инструментарий можно использовать в решении задач оптимизации производства в разных отраслях экономики.

Ключевые слова: *экономико-математический инструментарий, планирование производства продукции, трехкритериальная задача, деятельность предприятия.*

Об'єктом дослідження є процеси оптимізації плану виробництва продукції за певними критеріями шляхом моделювання. Одним з найбільш проблемних місць є складність взаємоузгодження і врахування впливу критеріїв на оптимальний план виробництва. З точки зору математики пошук оптимального результату можна отримати при різних закладених умовах, але з економічної точки зору важливо вибрати ті, які мають визначальне значення. Тобто їх вагомість важлива для споживача в ухваленні рішення про покупку і для виробника – з точки зору можливостей виробництва певних видів продукції та результатів діяльності (ефективності виробництва). Дану проблему вдалося вирішити шляхом вирішення трикритеріальної задачі планування виробництва продукції. Пошук компромісної альтернативи досягнутий за допомогою покрокового рішення запропонованої математичної моделі оптимізації плану виробництва продукції згідно найважливіших для виробника і для споживача критеріїв: прибуток, якість і попит на продукцію кожного виду з урахуванням відомої кількості одиниць кожного ресурсу.

В ході дослідження використовувалися метод ідеальної точки, симплекс метод та метод множників Лагранжа. На тестовому прикладі наводиться алгоритм вирішення поставленого завдання оптимізації. Отриманий результат – вирішена трикритеріальна задача планування виробництва продукції, яка дає можливість максимізувати прибуток від виробництва, якість продукції та попит на продукцію при відомих вихідних ресурсних складових. Важливість/значимість розробленого науково-методичного підходу підтверджується/аргументується тим, що досягнення ефективних результатів діяльності підприємства безпосередньо залежить від оптимального плану виробництва продукції.

З огляду на результати проведеного дослідження, з безлічі можливих альтернатив підприємство зможе максимально ефективно здійснювати випуск необхідної для споживача продукції за видами і якістю. Тобто, досягається при відомих ресурсних параметрах максимально можливий позитивний результат для виробника і для споживача.

Запропонований економіко-математичний інструментарій можна використовувати у вирішенні задач оптимізації виробництва в різних галузях економіки.

Ключові слова: *економіко-математичний інструментарій, планування виробництва продукції, трикритеріальна задача, діяльність підприємства.*

1. Введение

Основой (центром) функционирования любого предприятия является производственная программа (план производства и реализации продукции). Основным заданием плана производства продукции является максимальное удовлетворение потребностей потребителей в высококачественной продукции, которую выпускает предприятие, – с одной стороны, при оптимальном использовании ресурсов предприятием и получением им максимальной прибыли, – с другой. Важным инструментом планирования и решения многих экономических задач является моделирование.

В 1906 г. В. Парето [1] графически представил производственные функции в виде наклонных кривых и основал последующее исследование теории производства на основе кривых равных возможностей. Последователи идей Парето продолжили исследовать характеристики производственной функции [2, 3]. Математические методы организации и планирования производства, а также идеи оптимальности в экономике описаны в работе [4]. Развитие вопроса оптимизации плана производства с целью максимизации прибыли нашло отражение в [5]. Сегодня в разных направлениях экономических исследований, в том числе, в исследовании производственных процессов применяется моделирование [6–8]. В частности, в работе [9] исследовано процесс моделирования производственных мощностей предприятий машиностроения Украины. Многокритериальная задача принятия управленческих решений в части формирования энергетической безопасности предприятия была предметом исследования [10]. В целом следует отметить, что многовариантность средств анализа экономических проблем, обеспечиваемая с помощью моделей, позволяет добиваться необходимой альтернативности и гибкости. Учитывая конкурентные условия функционирования предприятий в современных реалиях актуальной задачей является выпуск определенных видов продукции, максимизирующих потребительский спрос и прибыль предприятия.

Таким образом, *объектом исследования* является процессы оптимизации плана производства продукции на основании определенных критериев путем моделирования. *Целью же работы* является оптимизация плана производства продукции по критериям: прибыль, качество и спрос на продукцию каждого вида с учетом известного количества единиц каждого ресурса, которое используются для производства единицы продукции каждого вида.

2. Методика проведения исследований

Современное состояние динамической бизнес среды характеризуется жесткими требованиями к процессу управления предприятиями, что обусловлено ориентацией на достижение максимально возможных конечных результатов при использовании минимально возможных затрат ресурсов.

Достижение эффективных результатов деятельности напрямую зависит от оптимального плана производства продукции.

Самым важным в определении оптимального плана производства продукции является выбор критериев моделирования.

С точки зрения математики оптимальный результат можно получить при разных заложенных критериях, но с экономической точки зрения важно выбрать те, которые имеют определяющее значение. То есть их весомость важна для потребителя в принятии решения о покупке и для производителя – с точки зрения возможностей производства определенных видов и результатов (эффективности производства).

Поэтому, рассмотрим трехкритериальную задачу планирования производства продукции, в которой необходимо максимизировать прибыль от производства, качество продукции и спрос на продукцию.

3. Результаты исследований и их обсуждение

Для производства определенных видов продукции используются различные ресурсы (сырье, средства труда, труд и т. д.). Известно, сколько единиц каждого ресурса используются для производства единицы продукции каждого вида, качество продукции каждого вида и спрос на продукцию каждого вида.

Задача состоит в том, чтобы составить план производства продукции при имеющихся ресурсах, который обеспечивает максимальную прибыль, максимальное качество продукции и максимальный спрос на продукцию.

Обозначаем параметры для модели:

n – количество разных видов продукции, которое можно изготовить с имеющихся ресурсов;

m – количество ресурсов, используемых в производстве;

a_{ij} – количество единиц i-го ресурса, что используется для производства единицы продукции j-го вида;

b_i – максимальное количество единиц i-го ресурса, которое можно использовать в производстве;

c_j – прибыль от реализации единицы продукции j-го вида;

r_j – показатели (уровень) качества продукции j-го вида;

p_j – показатель спроса на продукцию j-го вида;

x_j – количество единиц продукции j-го вида, что планируется изготовить.

Тогда математическая модель задачи будет иметь вид:

$$L_1 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \rightarrow max, \tag{1}$$

$$L_2 = \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \rightarrow max, \tag{2}$$

$$L_3 = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j \rightarrow max, \tag{3}$$

при условиях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1,2 \ldots m, \tag{4}$$

$$x_j \ge 0, j = 1,2,\ldots n. \tag{5}$$

Для решения задачи используем метод идеальной точки, который был также применен в решении двухкритериальной задачи планирования производства [11].

В этом случае компромиссной альтернативой x^* будет решение скаляризованной задачи:

$$L = \left(\left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - a_1 \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - a_2 \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^{n} p_j x_j - a_3 \right)^2 \right) \to min,$$

где a_1 – решение задачи (1), (4), (5); a_2 – решение задачи (2), (4), (5) и a_3 – решение задачи (3), (4), (5).

Пример. Найти решение трехкритериальной задачи:

$$L_1 = 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 \to max, \tag{6}$$
$$L_2 = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to max, \tag{7}$$
$$L_3 = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \to max, \tag{8}$$

при условиях:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 120, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \le 100, \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \le 150; \end{cases} \tag{9}$$
$$x_j \ge 0, j = 1,2,3. \tag{10}$$

На рис. 1 представлено допустимое множество альтернатив.

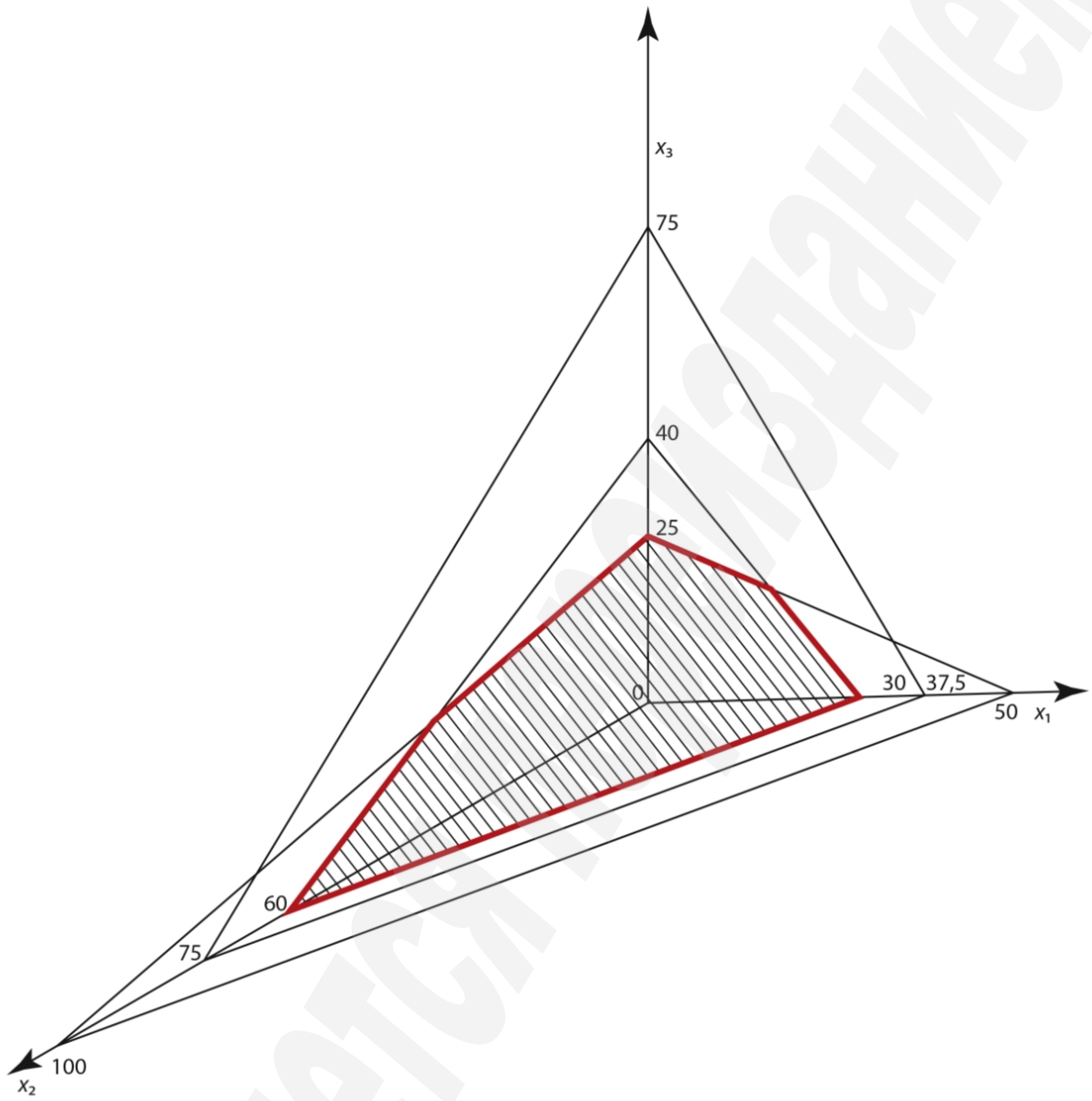

Рис. 1. Допустимое множество альтернатив X_j

Как видим из рис. 1 на допустимое множество альтернатив не влияет неравенство:

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \le 150.$$

Поэтому, допустимое множество альтернатив определяется системой неравенств:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 120, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \le 100. \end{cases}$$

Решив задачу:

$$L_1 = 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 \to max,$$

при условиях:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 120, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \le 100; \end{cases}$$
$$x_j \ge 0, j = 1,2,3,$$

симплексным методом получаем результаты (табл. 1).

Таблица 1

Результаты решения задачи $L_1 = 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 \to max$ симплексным методом

i	*Б*	*C*	P_0	5	2	4	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
1	P_4	0	120	**4**	2	3	1	0
2	P_5	0	100	2	1	4	0	1
3			0	–5	–2	–4	0	0
1	P_1	5	30	1	1/2	3/4		0
2	P_5	0	40	0	0	**5/2**	–	1
3			150	0	1/2	–1/4		0
1	P_1	5	18	1	1/2	0		
2	P_3	4	16	0	0	1	–	–
3			154	0	1/2	0		

Примечание: i=1,2; $Б$=P_4, P_5; C=0,0; P_0=120,100,0, P_1=5, P_2=2, P_3=4, P_4=0, P_5=0

Данные табл. 1 свидетельствуют, что maxL_1=154 при X=(18, 0, 16). Значит, a_1=154.

Решив задачу:

$$L_2 = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to max,$$

при условиях:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 120, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \le 100; \end{cases}$$
$$x_j \ge 0, j = 1,2,3,$$

симплексным методом получаем результаты (табл. 2).

Таблица 2

Результаты решения задачи $L_2 = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to max$ симплексным методом

i	$Б$	C	P_0	4	2	3	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
1	P_4	0	120	**4**	2	3	1	0
2	P_5	0	100	2	1	4	0	1
3			0	–4	–2	–3	0	0
1	P_1	4	30	1	1/2	3/4		0
2	P_5	0	40	0	0	**5/2**	–	1
3			120	0	0	0		0
1	P_1	4	18	1	1/2	0		
2	Р$_3$	3	16	0	0	1	–	–
3			120	0	0	0		

Примечание: i=1,2; $Б$=P_4, P_5; C=0,0; P_0=120,100,0, P_1=4, P_2=2, P_3=3, P_4=0, P_5=0

Данные табл. 2 свидетельствуют, что L_2=120 при X=(18, 0, 16). Значит, a_2=120.

Решив задачу:

$$L_3 = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \to max,$$

при условиях:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 120, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \le 100; \end{cases}$$
$$x_j \ge 0, j = 1,2,3,$$

симплексным методом получаем результаты (табл. 3).

Таблица 3

Результаты решения задачи $L_3 = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \to max$ симплексным методом

i	$Б$	C	P_0	5	3	4	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
1	P_4	0	120	**4**	2	3	1	0
2	P_5	0	100	2	1	4	0	1
3			0	–5	–3	–4	0	0
1	P_1	5	30	1	1/2	3/4		0
2	P_5	0	40	0	0	**5/2**	–	1
3			150	0	–1/2	–1/4		0
1	P_1	5	18	1	**1/2**	0		
2	P_3	4	16	0	0	1	–	–
3			154	0	–1/2	0		
1	P_1	3	36	2	1	0		
2	P_3	4	16	0	0	1	–	–
3			172	1	0	0		

Примечание: i=1,2; $Б$=P_4, P_5; C=0,0; P_0=120,100,0, P_1=5, P_2=3, P_3=4, P_4=0, P_5=0

Данные табл. 3 свидетельствуют, что L_3=172 при X=(0, 3, 4). Значит, a_3=172.

С целью поиска компромиссной альтернативы необходимо решить скаляризованную задачу:

$$\begin{aligned}&(5x_1+2x_2+4x_3-154)^2+(4x_1+2x_2+3x_3-120)^2+\\&(5x_1+3x_2+4x_3-172)^2\to min,\end{aligned}\qquad(11)$$

при условиях:

$$\begin{cases}4x_1+2x_2+3x_3\le 120,\\ 2x_1+x_2+4x_3\le 100;\end{cases}\qquad(12)$$
$$x_j\ge 0, j=1,2,3.$$

Линиями уровня целевой функции скаляризованной задачи являются концентричные элипсоиды с центром в точке O=(154,120,172), которая является точкой безусловного минимума этой функции и есть решением системы уравнений:

$$\begin{cases}5x_1+2x_2+4x_3=154,\\ 4x_1+2x_2+3x_3=120,\\ 5x_1+3x_2+4x_3=172.\end{cases}\qquad(13)$$

Для решения задачи квадратического программирования (11)–(13) используем метод множителей Лагранжа.

Составляем функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned}&L(x_1,x_2,x_3,\lambda_1,\lambda_2)=(5x_1+2x_2+4x_3-154)^2+\\&(4x_1+2x_2+3x_3-120)^2+(5x_1+3x_2+4x_3-172)^2+\\&+\lambda_1(4x_1+2x_2+3x_3-120)+\lambda_2(2x_1+x_2+4x_3-100).\end{aligned}$$

Тогда, необходимым и достаточным условием седловой точки функции $L(x_1,x_2,x_3,\lambda_1,\lambda_2)$ есть:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial L}{\partial x_1}=10(5x_1+2x_2+4x_3-154)+8(4x_1+2x_2+3x_3-120)+\\&+10(5x_1+3x_2+4x_3-172)+4\lambda_1+2\lambda_1\ge 0,\end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 4\left(5x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 154\right) + 4\left(4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 120\right) +$$
$$+5\left(5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 172\right) + 2\lambda_1 + 4\lambda_1 \geq 0,$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = 8\left(5x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 154\right) + 6\left(4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 120\right) +$$
$$+8\left(5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 172\right) + 3\lambda_1 + 4\lambda_1 \geq 0,$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 120 \leq 0,$$
$$.$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 100 \leq 0.$$

$$x_2 \frac{\partial L}{\partial x_2} = x_2\left(66x_1 + 34x_2 + 52x_3 - 2128 + 2\lambda_1 + 4\lambda_1\right) = 0,$$
$$x_3 \frac{\partial L}{\partial x_3} = x_3\left(104x_1 + 52x_2 + 82x_3 - 3328 + 3\lambda_1 + 4\lambda_1\right) = 0,$$
$$\lambda_1 \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \lambda_1\left(4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 120\right) = 0,$$
$$\lambda_2 \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \lambda_2\left(2x_1 + x_2 + 4x_3 - 100\right) = 0;$$
$$x_j \geq 0, j = 1,2,3; \;\; \lambda_i \geq 0, i = 1,2$$

либо

$$\begin{cases} 132x_1 + 66x_2 + 104x_3 + 4\lambda_1 + 2\lambda_1 \geq 4220, \\ 66x_1 + 34x_2 + 52x_3 + 2\lambda_1 + 4\lambda_1 \geq 2128, \\ 104x_1 + 52x_2 + 82x_3 + 3\lambda_1 + 4\lambda_1 \geq 3328, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 120, \\ 2x_1 + x_2 + 4 \leq 100, \\ x_1\left(132x_1 + 66x_2 + 104x_3 - 4220 + 4\lambda_1 + 2\lambda_1\right) = 0, \\ x_2\left(66x_1 + 34x_2 + 52x_3 - 2128 + 2\lambda_1 + 4\lambda_1\right) = 0, \\ x_3\left(104x_1 + 52x_2 + 82x_3 - 3328 + 3\lambda_1 + 4\lambda_1\right) = 0, \\ \lambda_1\left(4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 120\right) = 0, \\ \lambda_2\left(2x_1 + x_2 + 4x_3 - 100\right) = 0; \end{cases}$$
$$x_j \geq 0, j = 1,2,3; \;\; \lambda_i \geq 0, i = 1,2.$$

Введя дополнительные неотрицательные переменные y_1, y_2, y_3, z_1, z_2, получаем такие соотношения:

$$\begin{cases} 132x_1 + 66x_2 + 104x_3 + 4\lambda_1 + 2\lambda_2 - y_1 = 4220, \\ 66x_1 + 34x_2 + 52x_3 + 2\lambda_1 + 4\lambda_2 - y_2 = 2128, \\ 104x_1 + 52x_2 + 82x_3 + 3\lambda_1 + 4\lambda_2 - y_3 = 3328, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + y_1 = 120, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + y_2 = 100, \end{cases} \tag{14}$$

$$x_j y_j \geq 0, j = 1,2,3;\ \ \lambda_i z_i \geq 0, i = 1,2; \tag{15}$$

$$x_j \geq 0, y_j \geq 0, j = 1,2,3;\ \ \lambda_i \geq 0,\ z_i \geq 0, i = 1,2. \tag{16}$$

Чтобы найти решение задач (6)–(10) необходимо решить систему линейных уравнений (14) при условиях (15), (16). Для этого достаточно найти решение задачи линейного программирования:

$$V = v_1 + v_2 + v_3 \to min,$$

при условиях:

$$\begin{cases} 132x_1 + 66x_2 + 104x_3 + 4\lambda_1 + 2\lambda_1 - y_1 + v_1 = 4220, \\ 66x_1 + 34x_2 + 52x_3 + 2\lambda_1 + 4\lambda_1 - y_2 + v_2 = 2128, \\ 104x_1 + 52x_2 + 82x_3 + 3\lambda_1 + 4\lambda_1 - y_3 + v_3 = 3328, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + y_1 = 120, \\ 2x_1 + x_2 + 4 + y_2 = 100, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, y_j \geq 0, j = 1,2,3;$$

$$\lambda_i \geq 0,\ z_i \geq 0 i = 1,2; v_j \geq 0, j = 1,2,3.$$

Процесс решения этой задачи представлен в табл. 4.

Результаты табл. 4 свидетельствуют, что min$L$=0 при X=(0, 3, 4). Таким образом, x_1=18, x_2=0, x_3=16, λ_1=42, λ_2=6, y_1=0, y_2=0, y_3=6, z_1=0, z_2=0, v_1=0, v_2=0, v_3=0. Поскольку x_3, $y_3 \neq 0$, то условие (15) не выполняется. Поэтому выводим из базиса вектор P_8. Получаем табл. 5.

Таблица 4

Процесс решения задачи линейного программирования

i	$Б$	C	P_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}
1	P_{11}	1	4220	132	66	104	4	2	–1	0	0	0	0	1	0	0
2	P_{12}	1	2128	66	34	52	2	4	0	–1	0	0	0	0	1	0
3	P_{13}	1	3328	104	52	82	3	4	0	0	–1	0	0	0	0	1
4	P_9	0	120	**4**	2	3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	P_{10}	0	100	2	1	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
6			9676	302	152	238	9	10	–1	–1	–1	0	0	0	0	0
1	P_{11}	1	260	0	0	5	4	2	–1	0	0	–	0	1	0	0
2	P_{12}	1	148	0	1	5/2	2	4	0	–1	0	–	0	0	1	0
3	P_{13}	1	208	0	0	4	3	4	0	0	–1	–	0	0	0	1
4	P_1	0	30	1	½	¾	0	0	0	0	0	–	0	0	0	0
5	P_{10}	0	40	0	0	**5/2**	0	0	0	0	0	–	1	0	0	0
6	–	–	616	0	1	23/2	9	10	–1	–1	–1	–	0	0	0	0

Примечание: i=1,2,3,4,5; $Б=P_{11},P_{12},P_{13},P_9,P_{10}$; C=1,1,1,0,0; P_0=4220,2128,3328,120,100; $P_1=0$, $P_2=0$, $P_3=0$, $P_4=0$, $P_5=0$, $P_6=0$, $P_7=0$, $P_8=0$, $P_9=0$, $P_{10}=0$, $P_{11}=1$, $P_{12}=1$, $P_{13}=1$

Таблица 5

Процесс поиска оптимального результата

i	$Б$	C	P_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_1	P_3	P_5
1	P_2	0	7.2	0	1	0	0	0	–2/5	–1	6/5	–
2	P_5	0	3.6	0	0	0	0	1	3/10	1/3	–2/5	–
3	P_4	0	43.2	0	0	0	1	0	–2/5	1/3	–2/5	–
4	P_1	0	14.4	0	0	0	0	0	0	0	0	–
5	P_3	0	16	0	0	1	0	0	0	0	0	–
6	–	–	0	0	0	0	0	0	–2	0	0	–

Примечание: i=1,2,3,4,5; $Б=P_2, P_5, P_4, P_1, P_3$; C=0,0,0,0,0; P_0=7.2,3.6, 43.2, 14.4,16; $P_1=0$, $P_2=0$, $P_3=0$, $P_4=0$, $P_5=0$, $P_6=0$

Результаты табл. 5 свидетельствуют, что $x_1=14.4$, $x_2=7.2$, $x_3=16$, $y_1=y_2=y_3=0$, $\lambda_1=43.2$, $\lambda_2=3.6$, $z_1=z_2=0$. Условие (15) выполняется.

Значит, компромиссной альтернативой является $x^*=(14.4;\ 7.2;\ 16)$. Для этой альтернативы $L_1=150.4$, $L_2=120$, $L_3=157.6$.

4. Выводы

Представлена математическая модель оптимизации плана производства продукции по критериям: прибыль, качество и спрос на продукцию каждого вида с учетом известного количества единиц каждого ресурса. Используя метод идеальной точки, симплекс метод и метод множителей Лагранжа на тестовом примере приводится алгоритм решения поставленной задачи оптимизации.

Предложенный научно-методический подход дает возможность составить оптимальный план производства продукции с учетом максимизации критериев: прибыли, качества и спроса на продукцию при заданных/известных ресурсных параметрах. Предложенную трехкритериальную модель оптимизации плана производства можно использовать в различных отраслях экономики.

References

1. Blaug, M. (2008). Pareto, Vilfredo. *100 velikikh ekonomistov do Keinsa*. Saint Petersburg: Ekonomikus, 233–235.
2. *Frish Ragnar*. *Laureaty Nobelevskoi premii. Nauka i tekhnika*. Available at: http://n-t.ru/nl/ek/frisch.htm
3. Hotelling, H. (1933). Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology, 24 (6),* 417–441. doi: http://doi.org/10.1037/h0071325
4. Kantorovich, L. (1939). *Matematicheskie metody organizacii i planirovaniia proizvodstva*. Leningrad: Izdanie Leningradskogo gosudarstvennogo universiteta, 67.
5. Orlov, O. O. (2002). *Planuvannia diialnosti promyslovoho pidpryiemstva*. Kyiv: Skarby, 336.
6. Blahodyr, L. M. (2016). Metodychni zasady otsiniuvannia efektyvnosti funktsionuvannia pidpryiemstva iz vykorystanniam vyrobnychykh funktsii. *Ekonomika i suspilstvo, 4,* 378–384. Available at: http://www.economyandsociety.in.ua/journal/4_ukr/62.pdf
7. Vitlinskyi, V. V., Skitsko, V. I. (2006). Planuvannia obsiahu realizatsii produktsii ta debitorskoi zaborhovanosti pidpryiemstva v umovakh nevyznachenosti. *Finansy Ukrainy, 5,* 127–133.
8. Hrabovetskyi, B. Ye. (2006). *Vyrobnychi funktsii: teoriia, pobudova, vykorystannia v upravlinni vyrobnytstvom.* Vinnytsia: UNIVERSUM–Vinnytsia, 138.
9. Melikhov, A. A. (2014). Modeliuvannia innovatsiinoi skladovoi konkurentnoho rozvytku promyslovykh pidpryiemstv. *Ekonomichnyi visnyk Donbasu, 3 (37),* 144–153. Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ecvd_2014_3_24
10. Voynarenko, M., V. Dykha, M., Mykoliuk, O., Yemchuk, L., Danilkova, A. (2018). Assessment of an enterprise’s energy security based on multi-criteria tasks modeling. *Problems and Perspectives in Management, 16 (4),* 102–116. doi: http://doi.org/10.21511/ppm.16(4).2018.10
11. Marko, M. Ya., Tsehelyk, H. H., Hrypynska, N. V. (2017). Vykorystannia metodu poslidovnoho vvedennia obmezhen dlia rozviazannia odniiei dvokryterialnoi zadachi planuvannia vyrobnytstva. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Ekonomichni nauky, 1,* 95–99.

The object of research is the processes of optimizing the production plan according to certain criteria by modeling. One of the most problematic places is the complexity of coordination and taking into account the influence of criteria on the optimal production plan. From the point of view of mathematics, the search for the optimal result can be obtained with different criteria laid down, but from an economic point of view it is important to choose those that are of decisive importance. That is, their weight is important for the consumer in deciding on a purchase and for the manufacturer – in terms of the production capabilities of certain types of products and performance (production efficiency). This problem was solved by solving the three-criterion problem of planning production. The search for a *compromise alternative was achieved through a step-by-step solution of the proposed mathematical model for optimizing the production plan according to the most important criteria for the producer and consumer: profit, quality and demand for products of each type, taking into account the known number of units of each resource.*

The ideal point method, the simplex method and the Lagrange multiplier method are used. The test example provides an algorithm for solving the optimization problem. The result obtained – the three-criterion task of production planning has been solved, which makes it possible to maximize profit from production, product quality and demand for products with known initial resource components. The importance/significance of the developed scientific and methodological approach is confirmed/argued by the fact that the achievement of effective results of the enterprise's activity directly depends on the optimal production plan.

Given the results of the conducted research, out of the many possible alternatives, the enterprise will be able to most efficiently produce the products necessary for the consumer by type and quality. That is, with known resource parameters, the maximum possible positive result is achieved for the manufacturer and for the consumer.

The proposed economic and mathematical tools can be used in solving problems of optimizing production in various sectors of the economy.

Keywords: *economic and mathematical tools, production planning, three-criterion task, enterprise activity.*