

- «3» →  $V(0,0,1) = 30570$ ;  
 «12» →  $V(1,1,0) = 30570$ ; «13» →  $V(1,0,1) = 30570$ ;  
 «23» →  $V(0,1,1) = 30570$ .

Після обробки другого об'єкту таблиці фактів результати обчислення будуть наступними:

- $V(1,1,2) = 11351$ ;  $V(0,0,0) = 30570 + 11351 = 41951$ ;  
 «1» →  $V(1,0,0) = 30570 + 11351 = 41951$ ;  
 «2» →  $V(0,1,0) = 30570 + 11351 = 41951$ ;  
 «3» →  $V(0,0,2) = 11351$ ;  
 «12» →  $V(1,1,0) = 30570 + 11351 = 41951$ ;  
 «13» →  $V(1,0,2) = 11351$ ;  
 «23» →  $V(0,1,2) = 11351$ .

Відповідні кроки алгоритму застосовуються для кожного об'єкту таблиці фактів доти, доки не буде досягнутий її кінець.

#### 4. Висновки

Представлено підхід до створення OLAP-кубу у вигляді  $V^*$ -дерева, який має переваги в тому, що дана структура дозволяє зберігати як щільні, так і розріжені куби, а також здатна швидко виконувати запити користувачів.

Запропоновано алгоритм, в основі якого лежить комбінаторний підхід щодо обчислення агрегатних значень кубу.

В подальшому планується дослідження методів пошуку асоціативних правил в OLAP-кубі, побудованим за допомогою вищеприписаного алгоритму.

#### Література

- Барсегян, А. А. Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining [Текст] / А. А. Барсегян, М. С. Куприянов, В. В. Степаненко, И. И. Холод. — СПб: БХВ-Петербург, 2004. — 336 с.
- Паклин, Н. Б. Бизнес-аналитика: от данных к знаниям [Текст]: учеб. пособ. / Н. Б. Паклин, В. И. Орешков. — 2-е изд. — СПб: Питер, 2010. — 704 с.
- Харинатх С., Куинн С. SQL Server 2005 Analysis Services и MDX для профессионалов [Текст]: пер. с англ. — М.: ООО «И. Д. Вильямс», 2008. — 848 с.
- Архипенков, С. ORACLE Express OLAP [Текст] / С. Архипенков. — М.: Диалог МИФИ, 2000. — 320 с.
- Кудрявцев, Ю. А. OLAP технологии: обзор решаемых задач и исследований [Текст] / Ю. А. Кудрявцев // Бизнес-информатика. — 2008. — № 1. — С. 66–70.
- Sismanis, Ya. Dwarf: Shrinking the petacube [Text] / Yannis Sismanis, Antonios Deligiannakis, Nick Roussopoulos, Yannis Kotidis. — In VLDB, 2002.
- Zhao, Y. An array-based algorithm for simultaneous multidimensional aggregates [Text] / Yihong Zhao, Prasad M. Deshpande, Jeffrey F. Naughton // In SIGMOD. — 1997. — pp. 159–170.
- Иванчева, Н. А. Постреляционная СУБД Cache [Текст] / Н. А. Иванчева, Т. А. Иванчева. — Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2004. — 120 с.
- Кормен, Т. Алгоритмы: построение и анализ [Текст]: пер. с англ / Т. Кормен и др. — 2-е изд. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 1296 с.
- Липский, В. Комбинаторика для программистов [Текст] / В. Липский. — М.: Мир, 1988. — 200 с.

#### ПРИМЕНЕНИЕ $V^*$ -ДЕРЕВЬЕВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ И ВЫЧИСЛЕНИЯ OLAP-КУБОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМБИНАТОРНОГО АЛГОРИТМА

В статье представлен подход к созданию многомерного куба OLAP в виде структуры  $V^*$ -дерева. Рассмотрены комбинаторные зависимости между итоговыми (агрегатными) значениями куба и на их основе предложен алгоритм его построения. Представленный пример вычисления данных в кубе с использованием предложенного алгоритма.

**Ключевые слова:** OLAP, многомерный куб, таблица фактов, таблица измерений,  $V^*$ -дерево, уровень детализации, комбинация, агрегирование.

*Горбань Глеб Валентинович, аспирант, кафедра интеллектуальных информационных систем, Черноморский державний університет імені Петра Могили, Україна, e-mail: bobsley2006@ukr.net.*

*Горбань Глеб Валентинович, аспирант, кафедра интеллектуальных информационных систем, Черноморский государственный университет имени Петра Могили, Украина.*

*Gorban Glib, Petro Mohyla Black Sea State University, Ukraine, e-mail: bobsley2006@ukr.net*

УДК 519.63

Михайлова І. Ю.

## МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ З УРАХУВАННЯМ ЗАЛЕЖНОСТІ ФІЗИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВІД ТЕМПЕРАТУРИ

У статті розглянуто результати комп'ютерного моделювання температурного поля пластини під впливом лазерного променя з урахуванням залежності густини, теплоємності та теплопровідності матеріалу від температури. В основу моделі покладено тривимірне нестационарне нелінійне рівняння теплопровідності, що розв'язується за допомогою методу покоординатного розщеплення з використанням адаптивної сітки.

**Ключові слова:** тривимірне нестационарне нелінійне рівняння теплопровідності, метод покоординатного розщеплення.

## 1. Вступ

Сучасний рівень розвитку комп'ютерних технологій дозволяє підвищити точність розрахунків при моделюванні температурних полів за рахунок врахування залежності густини, теплоємності та теплопровідності від температури. Зважаючи на те, що дослідження зазвичай проводяться без урахування цієї залежності [1–8] актуальною є проблема побудови адекватної моделі, яка б враховувала дані характеристики. У роботі розглядається математична модель поширення тепла всередині металевої пластини з урахуванням залежності фізичних параметрів від температури деталі.

## 2. Постановка задачі

Досліджуваний об'єкт — тонка металева пластинка з геометричними розмірами  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$ . Її поверхня знаходиться у процесі теплообміну з навколишнім середовищем, температура якого  $U_c$ . На одну з граней діє промінь лазера, що рухається зі швидкістю  $V(t)$  паралельно осі  $Oy$  впродовж часу  $T_k$  та має густину потужності  $q(x, y, t)$ , що визначається по функції Гауса.

Необхідно визначити розподіл температури у металевій пластині, на яку діє рухомий лазерний промінь.

## 3. Математична модель

Процес нестационарного розподілу температури в металевій пластині будемо описувати за допомогою рівняння теплопровідності [9], в якому теплоємність, густина та теплопровідність матеріалу залежать від температури, а випаровування та плавлення не відбувається:

$$c(U)\rho(U)\frac{\partial U}{\partial t} = \lambda(U)\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right), \quad (1)$$

де  $c(U)$  — теплоємність матеріалу;  $\rho(U)$  — густина матеріалу;  $\lambda(U)$  — теплопровідність матеріалу;  $U(x, y, z, t)$  — температура матеріалу в точці з координатами  $(x, y, z)$  в момент часу  $t$ ;  $x \in [0; L_x]$ ;  $y \in [0; L_y]$ ;  $z \in [0; L_z]$ ;  $t \in [0; T_k]$ .

Початкова умова задачі:

$$U(x, y, z, 0) = U_c. \quad (2)$$

Крайові умови на усіх гранях поза зоною дії лазерного випромінювання моделюють теплообмін з навколишнім середовищем за законом Ньютона [9]:

$$\lambda(U)\frac{\partial U}{\partial \bar{n}} + \alpha(U)[U_c - U] = 0, \quad (3)$$

де  $\bar{n}$  — нормаль до поверхні;  $\alpha(U)$  — коефіцієнт тепловіддачі.

Крайова умова у зоні дії лазерного випромінювання:

$$\lambda(U)\frac{\partial U(x, y, 0, t)}{\partial z} + q(x, y, t) = 0. \quad (4)$$

## 4. Метод покоординатного розщеплення

Застосуємо до задачі (1–4) схему покоординатного розщеплення [10]. Нехай наближений розв'язок вже знайдений на  $(k-1)$ -му шарі на нерівномірній сітці у точках  $(x_i, y_j, z_m)$ , де  $i = 0, \dots, n_1$ ,  $j = 0, \dots, n_2$ ,  $m = 0, \dots, n_3$ , де  $n_1$  — кількість вузлів по осі  $Ox$ ,  $n_2$  — кількість

вузлів по осі  $Oy$ ,  $n_3$  — кількість вузлів по осі  $Oz$ . Позначимо величину кроків сітки в напрямку  $Ox$  через  $h_{1,i} = x_i - x_{i-1}$ ,  $i = 1, \dots, n_1$ ; в напрямку  $Oy$  — через  $h_{2,j} = y_j - y_{j-1}$ ,  $j = 1, \dots, n_2$ ; в напрямку  $Oz$  — через  $h_{3,m} = z_m - z_{m-1}$ ,  $m = 1, \dots, n_3$ . Позначимо через  $h_{1,c}$ ,  $h_{2,c}$ ,  $h_{3,c}$  середнє арифметичне двох сусідніх кроків для вузла  $(x_i, y_j, z_m)$ :

$$h_{1,c} = \frac{h_{1,i} + h_{1,i+1}}{2} = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2}, \quad h_{2,c} = \frac{h_{2,j} + h_{2,j+1}}{2} = \frac{y_{j+1} - y_{j-1}}{2},$$

$$h_{3,c} = \frac{h_{3,m} + h_{3,m+1}}{2} = \frac{z_{m+1} - z_{m-1}}{2}.$$

Величину кроку по часу позначимо через  $\tau = \tau_k = t_k - t_{k-1} = t_{k+1} - t_k$ . При нерівномірній сітці апроксимацію других похідних деякої функції  $y = y(x)$  будемо проводити за формулою:

$$y''(x_i) \approx \frac{1}{h_c} \left( \frac{y_{i+1} - y_i}{h_{i+1}} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} \right) = \frac{h_{i+1}y_{i-1} - 2h_i y_i + h_i y_{i+1}}{h_c h_i h_{i+1}},$$

де  $h_c = \frac{h_i + h_{i+1}}{2}$ .

Позначимо через  $u_{ijm}^k$  значення наближеного розв'язку у точці  $(x_i, y_j, z_m, t_k)$ . Кожен крок за часом методу покоординатного розщеплення реалізує перехід з  $(k-1)$ -го часового шару на  $(k+1)$ -й і полягає у виконанні шести етапів:

$$\frac{c\left(u^{k-\frac{2}{3}}\right)\rho\left(u^{k-\frac{2}{3}}\right)u^{k-\frac{2}{3}} - c\left(u^{k-1}\right)\rho\left(u^{k-1}\right)u^{k-1}}{\tau} =$$

$$\frac{\lambda\left(u^{k-\frac{2}{3}}\right)u^{k-\frac{2}{3}} + \lambda\left(u^{k-1}\right)u^{k-1}}{2};$$

$$\frac{c\left(u^{k-\frac{1}{3}}\right)\rho\left(u^{k-\frac{1}{3}}\right)u^{k-\frac{1}{3}} - c\left(u^{k-\frac{2}{3}}\right)\rho\left(u^{k-\frac{2}{3}}\right)u^{k-\frac{2}{3}}}{\tau} =$$

$$\frac{\lambda\left(u^{k-\frac{1}{3}}\right)u^{k-\frac{1}{3}} + \lambda\left(u^{k-\frac{2}{3}}\right)u^{k-\frac{2}{3}}}{2};$$

$$\frac{c\left(u^k\right)\rho\left(u^k\right)u^k - c\left(u^{k-\frac{1}{3}}\right)\rho\left(u^{k-\frac{1}{3}}\right)u^{k-\frac{1}{3}}}{\tau} =$$

$$\frac{\lambda\left(u^k\right)u^k + \lambda\left(u^{k-\frac{1}{3}}\right)u^{k-\frac{1}{3}}}{2};$$

$$\frac{c\left(u^{k+\frac{1}{3}}\right)\rho\left(u^{k+\frac{1}{3}}\right)u^{k+\frac{1}{3}} - c\left(u^k\right)\rho\left(u^k\right)u^k}{\tau} =$$

$$\frac{\lambda\left(u^{k+\frac{1}{3}}\right)u^{k+\frac{1}{3}} + \lambda\left(u^k\right)u^k}{2};$$

$$\frac{c\left(u^{k+\frac{2}{3}}\right)\rho\left(u^{k+\frac{2}{3}}\right)u^{k+\frac{2}{3}} - c\left(u^{k+\frac{1}{3}}\right)\rho\left(u^{k+\frac{1}{3}}\right)u^{k+\frac{1}{3}}}{\tau} =$$

$$\frac{\lambda\left(u^{k+\frac{2}{3}}\right)u^{k+\frac{2}{3}} + \lambda\left(u^{k+\frac{1}{3}}\right)u^{k+\frac{1}{3}}}{2};$$



## 6. Висновки

У результаті проведених досліджень було запропоновано модель температурного поля металевої пластини з урахування залежності густини, теплоємності та теплопровідності матеріалу від температури зразка, у якій використано тривимірне нестационарне нелінійне рівняння теплопровідності. Для розв'язування даного рівняння було запропоновано метод покоординатного розщеплення з адаптивною сіткою.

### Література

1. Лазерні технології та комп'ютерне моделювання [Текст] : монографія / за ред. Л. Ф. Головка, С. О. Лук'яненка. — К. : Вістка, 2009. — 296 с.
2. Головка, Л. Ф. Моделирование процесса бесконтактной лазерной деформации адаптивным методом [Текст] / Л. Ф. Головка, С. О. Лук'яненко, И. Ю. Михайлова, В. А. Третьяк // Электронное моделирование. — 2011. — Вып. 3, Том 33. — С. 71–84.
3. Михайлова, І. Ю. Моделювання двопроревої лазерної деформації [Текст] / І. Ю. Михайлова // Східно-Європейський журнал передових технологій. — 2013 — № 1/7(61). — С. 33–38.
4. Shi, Y. Temperature gradient mechanism in laser forming of thin plates [Text] / Y. Shi, H. Shen, Z. Yao, J. Hu // Optics & Laser Technology. — 2007. — Vol. 39(4). — P. 858–863.
5. Jin, Y. Research on the Mechanisms of Laser Forming for the Micro-Structural Element [Text] / Y. Jin, J. H. Wu, Y. J. Shi, H. Shen, Z. Q. Yao // Materials Science Forum. — 2008. — Vol. 575–578. — P. 1145–1150.
6. Hu, Z. Experimental and numerical modeling of buckling instability of laser sheet forming [Text] / Z. Hu // International Journal of Machine Tools and Manufacture. — 2002. — Vol. 42(13). — P. 1427–1439.
7. Shi, Y. Research on the mechanisms of laser forming for the metal plate [Text] / Y. Shi, Z. Yao, H. Shen, J. Hua // International Journal of Machine Tools and Manufacture. — 2006. — Iss. 12–13. — P. 1689–1697.
8. Liu, F. R. Finite element modeling of laser forming of aluminum matrix composites [Text] / F. R. Liu, K. C. Chan, C. Y. Tang // Journal of Laser Applications. — 2006. — Iss. 18(1). — P. 56.
9. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики [Текст] / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — 5-е изд. — М.: Наука, 1977. — 735 с.
10. Лук'яненко, С. О. Адаптивні обчислювальні методи моделювання об'єктів з розподіленими параметрами [Текст] / С. О. Лук'яненко. — К.: ІВЦ «Політехніка», 2004. — 236 с.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

В статье рассмотрен результат компьютерного моделирования температурного поля пластины под воздействием лазерного луча с учетом зависимости плотности, теплоемкости и теплопроводности материала от температуры. В основу модели положено трехмерное нестационарное нелинейное уравнение теплопроводности, решаемое с помощью метода покоординатного расщепления с использованием адаптивной сетки.

**Ключевые слова:** трехмерное нестационарное нелинейное уравнение теплопроводности; метод покоординатного расщепления.

*Михайлова Ірина Юрївна, аспірант, кафедра автоматизації проектування енергетичних процесів і систем, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна, e-mail: imikh@aprosdos.kpi.ua.*

*Михайлова Ірина Юрївна, аспірант, кафедра автоматизації проектування енергетичних процесів і систем, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна.*

*Mykhailova Iryna, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine, e-mail: imikh@aprosdos.kpi.ua*

УДК 004.942.001.57

Молодецька К. В.

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЕКСТРАКЦІЇ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ АЛГЕБРИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СПЕКТРІВ

Представлено моделювання процесу одновимірної дифузії методом на основі алгебричних властивостей диференціальних спектрів для нестационарних фізичних процесів. Виконано порівняння отриманих результатів із відомими методами і встановлено, що застосування даного методу дозволило зменшити обчислювальну складність та підвищити точність до заданого рівня, що може бути корисним на етапі проектування екстракційних апаратів.

**Ключові слова:** екстракція, дифузія, диференціальні перетворення, алгебричні властивості, крайова задача, точність.

### 1. Вступ

У сучасних виробництвах для добування одного або декількох компонентів з розчинів або твердих тіл за допомогою вибіркового розчинників використовують екстракцію [1]. У зв'язку із задачами інтенсифікації,

оптимізації й автоматизації виробничих процесів виникає гостра необхідність у розробці методів розрахунку екстракційних процесів, встановлення фізичної сутності й основних закономірностей їх протікання. Отже, на перший план висуваються питання точності математичного опису екстракційного процесу. Відомо,