УДК 519.866
DOI: 10.15587/2312-8372.2019.183868

МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ ФІНАНСОВИХ ДАНИХ: РЕНТАБЕЛЬНІСТЬ АКТИВІВ

Кушнір М. Я., Токарєва К. А.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ФИНАНСОВЫХ ДАННЫХ: РЕНТАБЕЛЬНОСТЬ АКТИВОВ

Кушнир Н. Я., Токарева К. А.

FINANCIAL TIME SERIES MODELLING: RETURN ON ASSETS

Kushnir M., Tokarieva K.

Робота присвячена дослідженню окремих аспектів часових рядів фінансових даних, зокрема моделюванню їх рентабельності. Об'єктом дослідження є система показників аналізу рентабельності фінансових часових рядів. Існує ключова особливість, яка відрізняє аналіз фінансових часових рядів від аналізу інших часових рядів, яка полягає в тому, що фінансова теорія та її емпіричні часові ряди містять елемент невизначеності. В результаті наявності цієї додаткової невизначеності статистична теорія та її методи і моделі відіграють важливу роль у аналізі фінансових часових рядів.

Одним з найбільш проблемних місць є використання цін активів та їх волатильності у аналізі та прогнозуванні фінансових часових рядів, що є хибним, оскільки такі ряди містять елемент невизначеності. Тому в задачах такого типу повинна використовуватись так звана рентабельність фінансових активів та інструментів.

В роботі детально розглянуто типи рентабельності фінансових активів, які можуть бути використанні у математичному моделюванні та прогнозуванні фондових індексів. В ході дослідження використовувалися статистичні методи, що дозволили усунути недоліки використання цін фінансових активів в аналізі та прогнозуванні фінансових часових рядів. Розглянуто емпіричні властивості фінансових часових рядів на прикладі індексів ПФТС (Першої фондової торгової системи) та S&P 500.

Отримано комплексну систему показників аналізу часових рядів фінансових активів. Запропонована система передбачає використання численних методів розрахунку рентабельності (прибутковості) активів з метою визначення значимих статистичних характеристик даних. Завдяки побудованій системі показників забезпечується можливість здійснення емпіричного прогнозування часових рядів фінансових даних. У порівнянні із аналогічними відомими методами використання цін (а не рентабельності) на *активи, це забезпечує ключову перевагу, яка дозволяє враховувати елементи невизначеності фінансово-економічних даних.*

Ключові слова: *фінансові часові ряди, рентабельність активів, математичне моделювання фондових індексів.*

Работа посвящена исследованию отдельных аспектов временных рядов финансовых данных, в частности моделированию их рентабельности. Объектом исследования является система показателей анализа рентабельности финансовых временных рядов. Существует ключевая особенность, которая отличает анализ финансовых временных рядов от анализа других временных рядов, которая заключается в том, что финансовая теория и ее эмпирические временные ряды содержат элемент неопределенности. В результате наличия этой дополнительной неопределенности статистическая теория и ее методы и модели играют важную роль в анализе финансовых временных рядов.

Одним из самых проблемных мест является использование цен активов и их волатильности в анализе и прогнозировании финансовых временных рядов, что является ошибочным, поскольку такие ряды содержат элемент неопределенности. Поэтому в задачах такого типа должна использоваться так называемая рентабельность финансовых активов и инструментов.

В работе подробно рассмотрены типы рентабельности финансовых активов, которые могут быть использованы в математическом моделировании и прогнозировании фондовых индексов. В ходе исследования использовались статические методы, которые позволили устранить недостатки использования цен финансовых активов в анализе и прогнозировании финансовых временных рядов. Рассмотрены эмпирические свойства финансовых временных рядов на примере индексов ПФТС (Первой фондовой торговой системы) и S&P 500.

Получена комплексная система показателей анализа временных рядов финансовых активов. Предложенная система предусматривает использование многочисленных методов расчета рентабельности (прибыльности) активов с целью определения значимых статистических характеристик данных. Благодаря построенной системе показателей обеспечивается возможность осуществления эмпирического прогнозирования временных рядов финансовых данных. По сравнению с аналогичными известными методами использования цен (а не рентабельности) на активы, это обеспечивает ключевое преимущество, которое позволяет учитывать элементы неопределенности финансово-экономических данных.

Ключевые слова: *финансовые временные ряды, рентабельность активов, математическое моделирование фондовых индексов.*

1. Вступ

На сьогодні фінансові ринки виступають визначальним елементом економічних та соціальних систем сучасного суспільства. Крім того, фінансова діяльність відіграє важливу роль у світовій економіці, впливаючи на економічний розвиток більшості країн світу [1]. На фінансових ринках успіх інвестора залежить від якості інформації, яку він використовує для підтримки прийняття рішень, а також від того, як швидко він здатний приймати рішення. Тому, завдяки своєму практичному значенню, аналіз фінансових ринків в останні десятиріччя почав широко вивчатися науковцями з галузі математики, комп’ютерних наук та інженерії [2]. Прогнозування фінансових часових рядів можна вважати однією з основних задач у науковій літературі, метою яких є вивчення часових рядів [3, 4]. Нагадаємо, що часовий ряд – це набір спостережень x_t, визначених в момент часу *t*, тобто це ряд точок даних, проіндексованих в хронологічному порядку.

Аналіз фінансових часових рядів випливає із теорії та практики оцінки фінансових активів у часі. Зазначимо, що існує ключова особливість, яка відрізняє аналіз фінансових часових рядів від аналізу інших часових рядів, яка полягає в тому, що фінансова теорія та її емпіричні часові ряди містять елемент невизначеності. Наприклад, існують різні визначення волатильності активів, а ось для часових рядів рентабельності акцій - волатильність не спостерігається безпосередньо. В результаті наявності цієї додаткової невизначеності статистична теорія та її методи і моделі відіграють важливу роль у аналізі фінансових часових рядів. Тому актуальним є дослідження статистичних характеристик рентабельності фінансових активів та інструментів.

Зауважимо, що в публікації [5] наводяться дві головних причини використання прибутковості. Перша з них полягає в тому, що для більшості інвесторів рентабельність є головною оцінкою інвестиційних можливостей, а друга – в тому, що рентабельність має більш «привабливі» статистичні характеристики, ніж ціни активів. Існує декілька визначень рентабельності фінансових активів. Визначимо їх детально.

Отже, *об'єктом дослідження* є система показників аналізу рентабельності фінансових часових рядів. А *мета роботи* полягає у моделюванні головних статистичних характеристик рентабельності індексів S&P 500 та ПФТС (Першої фондової торгової системи).

2. Методика проведення дослідження

При дослідженні були використані наступні наукові методи:

– метод системного аналізу при виявленні особливостей часових рядів фінансових даних;

– метод класифікації при вивченні типів нарахування відсотків.

3. Результати дослідження та обговорення

Нехай, P_t - ціна активу в момент часу *t*. Тоді можна виділити так типи рентабельності (R_t) фінансових активів.

1. *Одноперіодна проста рентабельність.* При визначенні активу для одного періоду від часу $t-1$ до часу *t* отримаємо просту валову рентабельність:

$$1+R_t=\frac{P_t}{P_{t-1}} \text{ або } P_t=P_{t-1}\left(1+R_t\right). \tag{1}$$

Відповідно, одноперіодна проста чиста рентабельність матиме вигляд:

$$R_t=\frac{P_t}{P_{t-1}}-1=\frac{P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}}. \tag{2}$$

2. *Багатоперіодна проста рентабельність*. При визначенні активу для k періодів між датами $t-k$ та t отримаємо k-періодну просту валову рентабельність:

$$\begin{gathered}1+R_t\left[k\right]=\frac{P_t}{P_{t-k}}=\frac{P_t}{P_{t-1}}\cdot\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\cdot\ldots\cdot\frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}}=\left(1+R_t\right)\times\\ \times\left(1+R_{t-1}\right)\ldots\left(1+R_{t-k-1}\right)=\prod_{j=0}^{k-1}\left(1+R_{t-j}\right).\end{gathered} \tag{3}$$

Відповідна k-періодна проста чиста рентабельність матиме вигляд:

$$R_t\left[k\right]=\frac{\left(P_t-P_{t-k}\right)}{P_{t-k}}.$$

На практиці, фактичний часовий інтервал є важливим для аналізу рентабельності (наприклад, щомісячна або річна рентабельність) з метою прийняття відповідних ефективних управлінських рішень. Якщо часовий інтервал не задано, то неявно припускається, що він відповідає одному року. Якщо актив аналізується за k років, то розрахунок рентабельності на річній основі (середньої) виглядатиме як (його ще називають аннуілізованим):

$$\left\{R_t\left[k\right]\right\}=\left[\prod_{j=0}^{k-1}\left(1+R_{t-j}\right)\right]^{1/k}-1.$$

Очевидно, що це геометрична середня k-одноперіодних простих валових рентабельностей і може бути розрахована як:

$$\left\{R_t\left[k\right]\right\}=exp\left[\frac{1}{k}\sum_{j=o}^{k-1}ln\left(1+R_{t-j}\right)\right]-1,$$

де $exp\left(x\right)$ - експоненціальна функція, а $ln\left(x\right)$ - натуральний логарифм додатних значень x. Оскільки, арифметичне середнє розрахувати легше, аніж геометричне, а також одноперіодна рентабельність є малою, то можна використати ряд Тейлора першого порядку для апроксимації аннуілізованої рентабельності:

$$\left\{R_t\left[k\right]\right\} \approx \frac{1}{k}\sum_{j=0}^{k-1} R_{t-j}. \tag{4}$$

3. *Рентабельність неперервного нарахування складних відсотків* (компаундинг або логарифм рентабельності, лог-рентабельність) виражається як:

$$r_t = ln\left(1+R_t\right) = ln\frac{P_t}{P_{t-1}} = p_t - p_{t-1}, \tag{5}$$

де $p_t = ln\left(P_t\right)$. Рентабельність неперервного нарахування складних відсотків r_t має певні переваги над простою чистою рентабельністю R_t. Так, розглянемо багатоперіодну рентабельність:

$$\begin{aligned} r_t\left|k\right| &= ln\left(1+R_t\left|k\right|\right) = ln\left[\left(1+R_t\right)\left(1+R_{t-1}\right)\ldots\left(1+R_{t-k+1}\right)\right] = \\ &= ln\left(1+R_t\right) + ln\left(1+R_{t-1}\right) + \ldots + ln\left(1+R_{t-k+1}\right) = \\ &= r_t + r_{t-1} + \ldots + r_{t-k+1} = r_t + r_{t-1} + \ldots + r_{t-k+1}. \end{aligned}$$

Таким чином, багатоперіодна рентабельність неперервного нарахування складних відсотків є сумою одноперіодних рентабельностей неперервного нарахування складних відсотків. Слід зауважити, що знаходження статистичних характеристик логарифмів рентабельностей більш прості у розрахунках.

4. *Рентабельність портфеля інвестицій.* Проста чиста рентабельність портфеля інвестицій, що складається з *N* активів, є середньозваженою величиною простої чистої рентабельності активів, в якій вага кожного активу становить відсоткову частку портфеля інвестицій, інвестованих в цей актив. Позначимо через *p* портфель інвестицій, який має вагу w_i в активі *i*. Тоді проста рентабельність портфеля *p* в час *t* матиме вигляд:

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{it}, \tag{6}$$

де R_{it} - проста рентабельність активу *i*.

5. *Виплата дивідендів.* Якщо актив передбачає періодичну виплату дивідендів, їх рентабельність такого активу потрібно модифікувати. Позначимо через D_t виплату дивідендів по активу в період з $t-1$ по *t*, а через P_t - ціну активу в кінці періоду *t*. В такому випадку дивіденди не включаються в P_t. Тоді

проста чиста рентабельність та рентабельність неперервного нарахування складних відсотків в час *t* матиме відповідний вигляд:

$$R_t = \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} - 1,\ r_t = ln\left(P_t + D_t\right) - ln\left(P_{t-1}\right). \tag{7}$$

6. *Надлишкова дохідність (рентабельність)* активу в момент часу *t* виражається різницею між дохідністю даного активу та прибутковістю деякого базового активу. Проста чиста надлишкова рентабельність та надлишкова рентабельність неперервного нарахування складних відсотків в час *t* матиме відповідний вигляд:

$$Z_t = R_t - R_{0t},\ z_t = r_t - r_{0t}. \tag{8}$$

де R_{0t} та r_{0t}, відповідно, проста рентабельність та рентабельність неперервного нарахування складних відсотків базового активу.

Очевидно, що взаємозв’язок між простою рентабельністю R_t та лог-рентабельністю r_t задається через співвідношення:

$$r_t = ln\left(1 + R_t\right),\ R_t = e^{r_t} - 1.$$

Якщо рентабельності R_t та r_t виражені у відсотках, тоді:

$$r_t = 100\, ln\left(1 + \frac{R_t}{100}\right),\ R_t = 100\left(e^{r_t/100} - 1\right).$$

Розподіл часових рядів фінансових активів (в даному випадку рентабельності) теж має свої особливості. Найбільш загальною моделлю логарифмів рентабельностей $\left\{r_{it}; i = 1,...,N; t = 1,...,T\right\}$ виступає функція спільного розподілу:

$$F_r\left(r_{11},...,r_{N1}; r_{12},...,r_{N2};...; r_{1T},...,r_{NT}; \mathbf{Y}; \theta\right), \tag{9}$$

де $\mathbf{Y}$ - вектор змінних, які описують середовище рентабельностей активів, а θ - вектор параметрів функції розподілу $F_r\left(\cdot\right)$.

Розподіл ймовірностей $F_r\left(\cdot\right)$ визначає стохастичну поведінку рентабельності $\left\{r_{it}\right\}$ та $\mathbf{Y}$. У фінансовій літературі [6, 7] вектор $\mathbf{Y}$ трактується як даний, тому емпіричний аналіз рентабельності активів полягає у оцінці невідомого параметру θ та статистичної поведінки $\left\{r_{it}\right\}$ при заданих історичних даних логарифмів рентабельностей.

Деякі наукові джерела з фінансів здійснюють фокус на спільному розподілі N рентабельностей в один момент часу t, тобто розподілу $\{r_{1t},...,r_{Nt}\}$. Також, можна зустріти акцент на динамічній структурі рентабельності індивідуальних активів, тобто розподілу $\{r_{i1},...,r_{iT}\}$ для заданого активу i. Однак, найбільше досліджується спільний розподіл $\{r_{it}\}_{t=1}^{T}$ для активу i. При цьому варто здійснити перетворення спільного розподілу як:

$$\begin{aligned} F(r_{i1},...,r_{iT};\theta) &= F(r_{i1})F(r_{i2}\,|\,r_{i1})...F(r_{iT}\,|\,r_{i,T-1},...,r_{i1}) = \\ &= F(r_{i1})\prod_{t=2}^{T}F(r_{it}\,|\,r_{i,t-1},...,r_{i1}), \end{aligned} \tag{10}$$

де з метою спрощення параметр θ опускається.

Такий поділ підкреслює часову залежність логарифмів рентабельності r_{it}. В такому випадку головною проблемою виступає визначення умовного розподілу $F(r_{it}\,|\,r_{i,t-1},\cdot)$, зокрема, як він змінюється в часі. У фінансах різні характеристики розподілу призводять до різних гіпотез. Наприклад, одна з версій гіпотези випадкової зміни цін активів полягає в тому, що умовний розподіл $F(r_{it}\,|\,r_{i,t-1},...,r_{i1})$ відповідає відособленому розподілу $F(r_{it})$. В такому випадку рентабельності є тимчасово незалежними, а отже, непередбачуваними.

Зауважимо, що рентабельність активів також прийнято розглядати як неперервну випадкову величину (особливо у випадку аналізу фондових індексів з низькою періодичністю, як у випадку, що розглядається) та використовувати при цьому густину розподілу. В такому випадку, з (10) маємо:

$$F(r_{i1},...,r_{iT};\theta) = F(r_{i1};\theta)\prod_{t=2}^{T}F(r_{it}\,|\,r_{i,t-1},...,r_{i1};\theta). \tag{11}$$

Із співвідношення (11) випливає, що умовний розподіл більш доречний, ніж відособлений при вивченні рентабельності фінансових активів. Однак, відособлені розподіли все ще можуть викликати певний інтерес, зокрема, в такому випадку легше оцінити граничні розподіли, ніж умовні розподіли, використовуючи історичні часові ряди. Крім того, у деяких випадках доходність активів має слабку емпіричну автокореляцію, а отже, їх граничні розподіли близькі до їх умовних розподілів.

Загалом у науковій літературі [8] зустрічається декілька статистичних розподілів рентабельності фінансових активів, включаючи нормальний розподіл, лог-нормальний розподіл, стійкий розподіл та скінченна суміш нормальних розподілів. Розглянемо деякі їх особливості стосовно використання у аналізі фінансових активів.

Традиційне припущення у науковій літературі з фінансів [7, 8] полягає в тому, що прості рентабельності $\{R_{it}\,|\,t=1,...,T\}$ незалежно однаково нормально розподілені з фіксованим математичним сподіванням та дисперсією. Таке припущення робить статистичні характеристики рентабельності розв'язними, однак, в свою чергу, призводить до певних складностей. По-перше, нижня межа простої рентабельності дорівнює –1, тоді як нормальний розподіл може приймати будь-яке значення на вісі даних, а отже, немає нижньої межі. По-друге, якщо R_{it} нормально розподілена, то багатоперіодна проста рентабельність $R_{it}\left[k\right]$ не є нормально розподіленою, оскільки вона є добутком одноперіодних простих рентабельностей. По-третє, припущення про нормальний розподіл часто не підходить на практиці, оскільки емпірична рентабельність активів має позитивне значення коефіцієнту ексцесу.

Інше загальноприйняте припущення полягає в тому, що лог-рентабельність r_t активу незалежно та однаково нормально розподілені із математичним сподіванням μ та дисперсією σ^2. Тоді прості рентабельності являють собою незалежні однаково розподілені випадкові величини з математичним сподіванням та дисперсією, заданих як:

$$E\left(R_t\right)=exp\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)-1,$$
$$Var\left(R_t\right)=exp\left(2\mu+\sigma^2\right)\left[exp\left(\sigma^2\right)-1\right].$$

Аналогічно, якщо позначити через m_1 та m_2, відповідно, математичне сподівання та дисперсію простої рентабельності R_t, яка лог-нормально розподілена, тоді для відповідної лог-рентабельності матимемо:

$$E\left(r_t\right)=ln\left[\frac{m_1+1}{\sqrt{1+m_2/\left(1+m_1\right)^2}}\right],$$
$$Var\left(r_t\right)=ln\left[1+\frac{m_2}{\left(1+m_1\right)^2}\right].$$

Однак, лог-нормальний розподіл теж не задовольняє всі властивості історичних часових рядів фондових індексів, зокрема їх рентабельність має додатне значення коефіцієнту ексцесу.

Стійкий розподіл виступає природним узагальненням нормального, оскільки він стійкий при додаванні, що відповідає рентабельності неперервного нарахування складних відсотків r_t. Однак стійкі розподіли не мають скінченної дисперсії, що суперечить більшості теорій фінансів. Крім того, статистичне моделювання стійких розподілів є складною задачею. Прикладом стійкого розподілу є розподіл Коші, який є симетричним щодо його медіани, але має нескінченну дисперсію.

В деяких дослідженнях [5, 6] використовується скінченна суміш нормальних розподілів. Прикладом такого розподілу може бути:

$$r_t \sim (1-X)N\left(\mu,\sigma_1^2\right) + XN\left(\mu,\sigma_2^2\right),$$

де X - випадкова величина Бернуллі ($P\left(X=1\right)=\alpha$ та $P\left(X=0\right)=1-\alpha$ з $0<\alpha<1$).

Відмітимо, що економічна глобалізація та розвиток веб-сервісів суттєво прискорили інтеграцію світових фінансових ринків в останні роки. Рух цін на одному ринку може легко і миттєво поширюватися на інший ринок, фінансові ринки стали більш залежні один від одного, а тому їх необхідно розглядати спільно з метою кращого зрозуміння динамічної структури глобальних фінансів. Отже, знання того, як ринки взаємопов'язані між собою має велике значення у фінансах. Аналогічно, для інвестора або фінансової установи, що володіє кількома активами, динамічні взаємозв'язки між прибутковістю активів відіграють важливу роль у прийнятті рішень. Аналіз такої ситуації здійснюється за допомогою моделей і методів багатовимірного аналізу часових рядів. Відповідно, у фінансовій літературі [9, 10] існує поняття багатовимірної рентабельності.

Позначимо через $\mathbf{r}_t = \left(r_{1t},\dots,r_{Nt}\right)'$ лог-рентабельність N активів в момент часу t, а через $\left\{r_t\right\}_{t=1}^{T}$ відповідний спільний розподіл, який може бути заданий аналогічно до (10). Аналіз рентабельності в такому випадку зосереджений на специфікації функції умовного розподілу $F\left(\mathbf{r}_t \mid \mathbf{r}_{t-1},\dots,\mathbf{r}_1,\theta\right)$. Вектор математичного сподівання та коваріаційна матриця випадкового вектора $\mathbf{X} = \left(X_{1,\dots,}X_p\right)$ визначається як:

$$E\left(\mathbf{X}\right) = \boldsymbol{\mu}_x = \left[E\left(X_1\right),\dots,E\left(X_p\right)\right]',$$

$$Cov\left(\mathbf{X}\right) = \Sigma_x = E\left[\left(\mathbf{X}-\boldsymbol{\mu}\right)\left(\mathbf{X}-\boldsymbol{\mu}_x\right)'\right].$$

Зазначимо також, що співвідношення (10) може бути використано для отримання функції правдоподібності лог-рентабельностей $\left\{r_1,\dots,r_T\right\}$ відповідних активів. Якщо умовний розподіл $f\left(r_t \mid r_{t-1},\dots,r_1,\theta\right)$ є нормальним з математичним сподіванням μ_t та дисперсією σ_t^2, тоді θ складається з параметрів μ_t та σ_t^2, а функція правдоподібності має вигляд:

$$f\left(r_1,\dots,r_T;\theta\right) = f\left(r_1;\theta\right)\prod_{t=2}^{T}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t}exp\left[\frac{-\left(r_t-\mu_t\right)^2}{2\sigma_t^2}\right], \qquad (12)$$

де $f\left(r_1;\theta\right)$ - густина розподілу першого спостереження r_1. Значення θ, що максимізує цю функцію правдоподібності, є оцінкою максимальної правдоподібності θ. Оскільки лог-функція є монотонною, то оцінка максимальної правдоподібності може бути отримана шляхом максимізації логарифмічної функції правдоподібності, яке легше оцінювати на практиці:

$$ln\,f\left(r_1,...,r_T;\theta\right)=ln\,f\left(r_1;\theta\right)-$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{T}\left[ln\left(2\pi\right)+ln\left(\sigma_t^2\right)+\frac{\left(r_t-\mu_t\right)^2}{\sigma_t^2}\right].$$

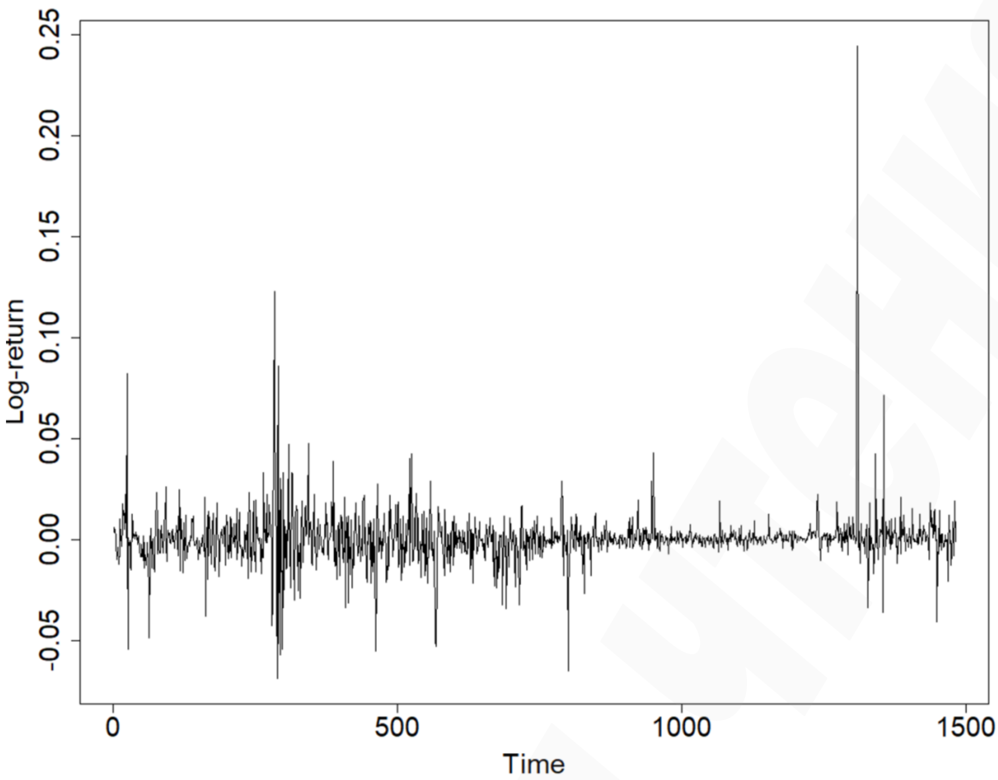
Логарифмічна функція правдоподібності може бути отримана аналогічним шляхом, якщо умовний розподіл $f\left(r_t\,|\,r_{t-1},...,r_1;\theta\right)$ не є нормальним.

Для наведення головних статистичних характеристик були сформовані часові ряди таких фондових індексів:

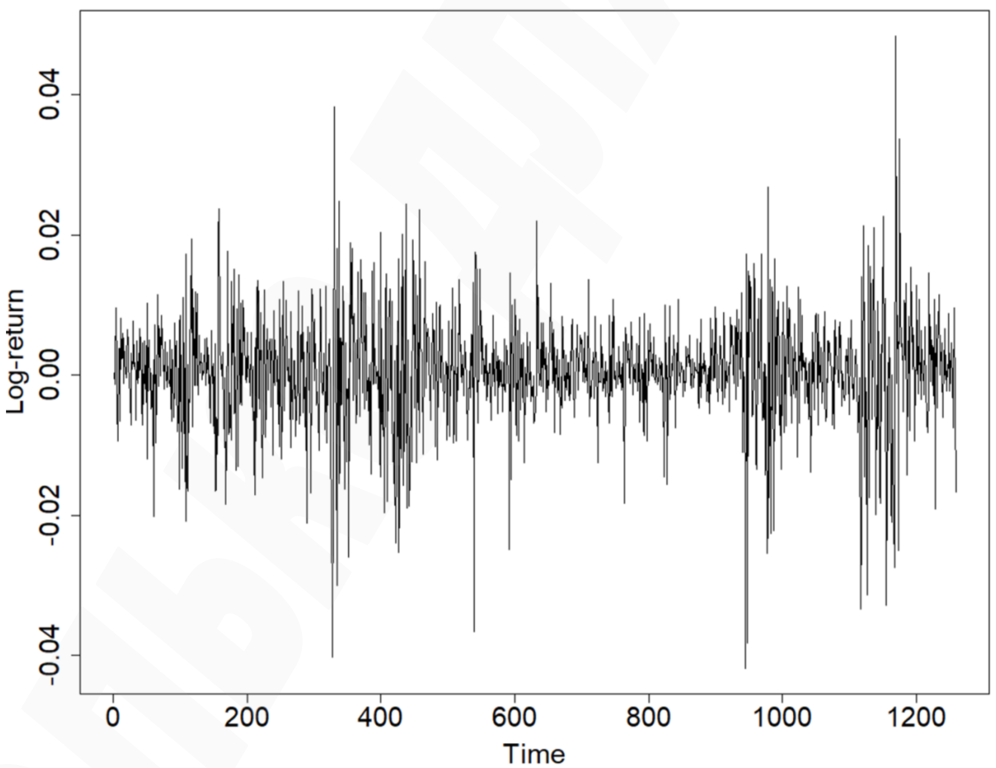
1. Індекс ПФТС для періоду з 03.01.2013 по 09.01.2019. Біржа ПФТС є одним з найбільших організаторів торгівлі на ринку цінних паперів України; підтримує міжрегіональну систему електронних торгів цінними паперами в режимі реального часу. Торговельна система «Фондова біржа ПФТС» функціонує з 1997 року та технологічно складається з «Ринку котировок», «Ринку заявок», РЕПО (від англ. repurchase agreement). Також в ПФТС проводяться аукціони Національного банку України, аукціони з продажу цінних паперів Фондом державного майна України, компаніями, що проводять первинне розміщення (IPO) власних цінних паперів, або навпаки, розпродають власні активи в цінних паперах.

2. Індекс S&P 500 для періоду з 07.05.2014 по 07.05.2019 - фондовий індекс, у кошик якого включено 500 акціонерних компаній США, що мають найбільшу капіталізацію. Список належить компанії Standard&Poor’s і нею ж складається. Вперше був розрахований 4 березня 1957 року.

Відповідні графіки вказаних часових рядів наведені на рис. 1.



а



б

Рис. 1. Графіки часових рядів рентабельності та логарифмів рентабельності фондових індексів ПФТС та S&P 500: *а* – лог-рентабельність ПФТС; *б* – проста рентабельність S&P 500

Відповідні статистичні характеристики індексів наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Описова статистика простої та лог-рнетабельності індексів ПФТС та S&P 500, %

Індекс	Кількість спостережень	Середнє	Стандартне відхилення	Мінімум	Максимум	Коефіцієнт асиметрії	Коефіцієнт ексцесу
Проста рентабельність, %							
ПФТС	1481	0,0451	1,3690	–6,6319	27,6746	6,3164	121,373
S&P 500	1259	0,00375	0,83525	–4,09792	4,95938	-38,0616	387,1468
Лог-рентабельність, %							
ПФТС	1481	0,0362	1,3202	–6.8620	24,4314	4,8664	88,2870
S&P 500	1259	0,0034	0,836444	-4,18426	4,84032	-45,219	389,3258

Дані табл. 1 дозволяють здійснити відповідний аналіз фондових індексів:

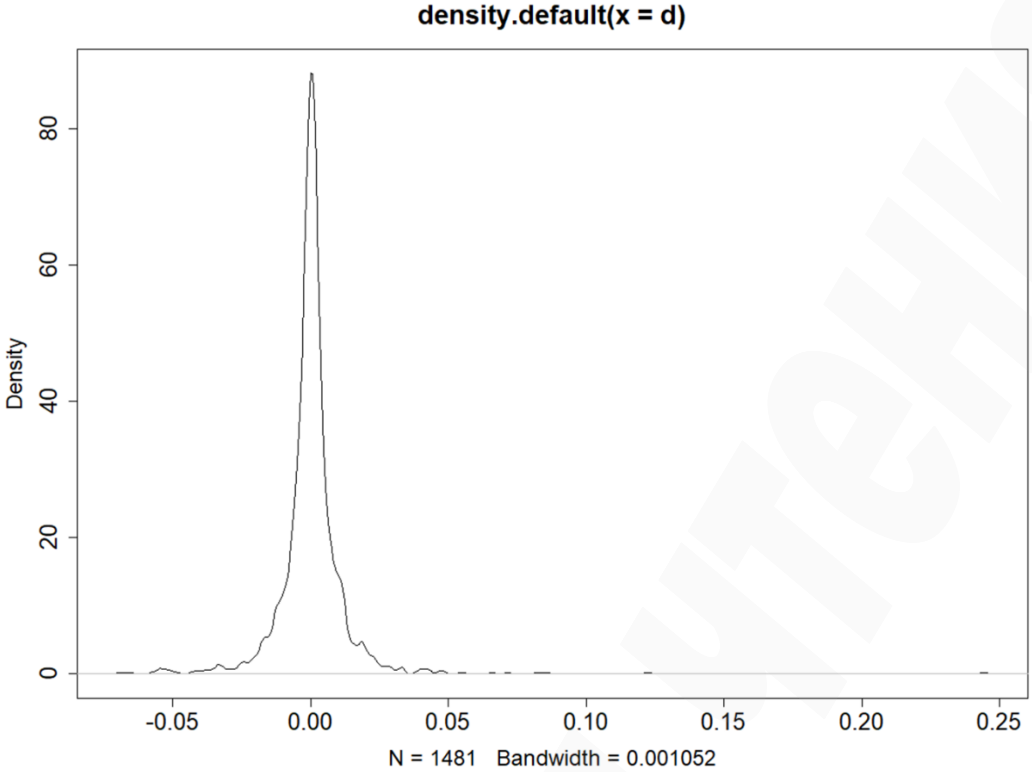
1) для індексів постерігаються високі значення коефіцієнтів ексцесу, тобто вони володіють властивістю мінімального ризику. При зменшенні коефіцієнту ексцесу розподіл випадкової величини згладжується, тобто розсіяння окремих значень економічного показника навколо середнього значення збільшується. А отже, зростає невизначеність одержання результату та, відповідно, зростає ризик;

2) стандартне відхилення індексу S&P 500 вище, ніж у ПФТС;

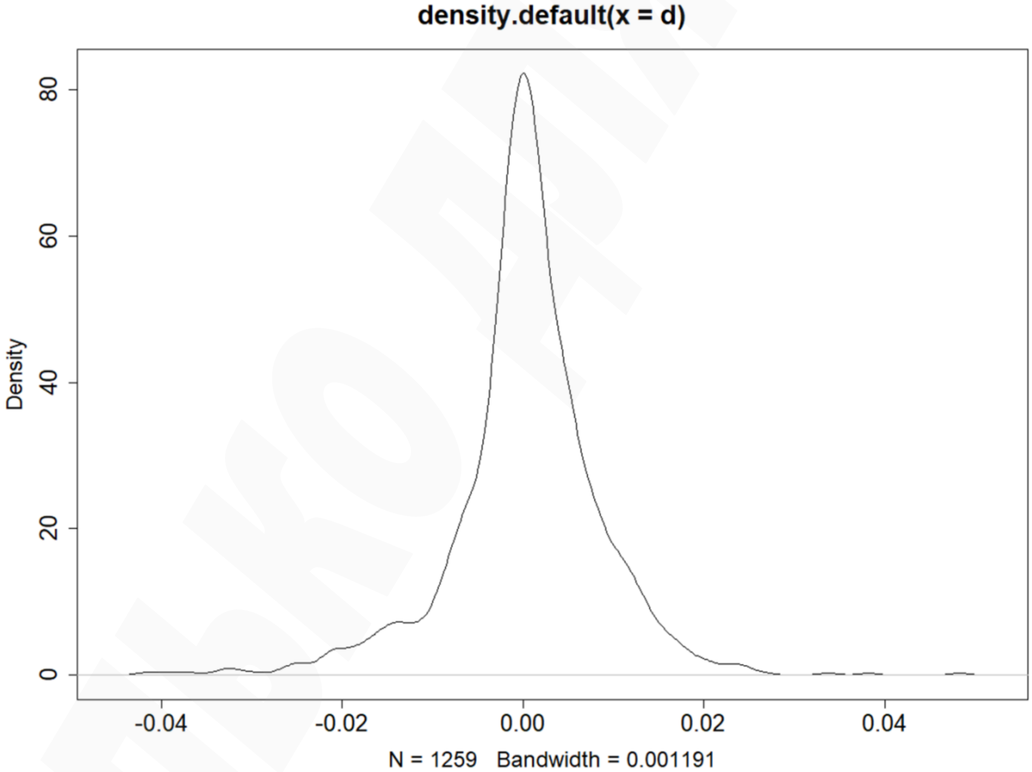
3) в цілому описова статистика показує, що різниця між простою рентабельністю і лог-рентабельність несуттєва.

На рис. 2 зображено відповідні густини досліджуваних індексів.

На рис. 2 для порівняння наведено емпіричну густину та нормальну густину (вони співпадають). Вигляд зазначених функцій підтверджують припущення про нормальний розподіл фондових індексів, як зазначається у фінансовій літературі [7, 8], про що говорилось вище. Емпірична густина має, аналогічно, вищий пік та менш пологі хвости, тобто вона вища і «вужча», що говорить про деякі невраховані фактори і може бути предметом подальших наукових досліджень.



а



б

Рис. 2. Густина досліджуваних індексів: *а* – лог-рентабельність ПФТС; б – лог-рентабельність S&P 500

4. Висновки

Таким чином, аналіз фінансових часових рядів передбачає використання численних методів розрахунку рентабельності (прибутковості) активів з метою визначення значимих статистичних характеристик даних. Отримано комплексну систему показників аналізу часових рядів фінансових активів. Запропонована система передбачає використання численних методів розрахунку рентабельності (прибутковості) активів з метою визначення значимих статистичних характеристик даних. Завдяки побудованій системі показників забезпечується можливість здійснення емпіричного прогнозування часових рядів фінансових даних. У порівнянні із аналогічними відомими методами використання цін (а не рентабельності) на активи, це забезпечує ключову перевагу, яка дозволяє враховувати елементи невизначеності фінансово-економічних даних.

Література

1. Lin, C.-S., Chiu, S.-H., Lin, T.-Y. (2012). Empirical mode decomposition–based least squares support vector regression for foreign exchange rate forecasting. *Economic Modelling, 29 (6),* 2583–2590. doi: http://doi.org/10.1016/j.econmod.2012.07.018
2. Yoo, P. D., Kim, M. H., Jan, T. (2005). Machine learning techniques and use of event information for stock market prediction: A survey and evaluation. *Computational intelligence for modelling, control and automation and international conference on intelligent agents, web technologies and internet commerce*, 835–841. doi: http://doi.org/10.1109/cimca.2005.1631572
3. Tay, F. E., Cao, L. (2001). Application of support vector machines in financial time series forecasting. *Omega, 29 (4),* 309–317. doi: http://doi.org/10.1016/s0305-0483(01)00026-3
4. Giacomini, R., Gottschling, A., Haefke, C., White, H. (2008). Mixtures of t-distributions for finance and forecasting. *Journal of Econometrics, 144 (1),* 175–192. doi: http://doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.01.004
5. Campbell, J. Y., Lo, A. W., MacKinlay, A. C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton: Princeton University Press. doi: http://doi.org/10.1515/9781400830213
6. Kamaruzzaman, Z. A., Zaidi, I., Mohd Tahir, I. (2012). Mixtures of Normal Distributions: Application to Bursa Malaysia Stock Market Indices. *World Applied Sciences Journal, 16,* 781–790.
7. Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. Wiley. doi: http://doi.org/10.1002/9780470644560
8. Murphy, J. J. (1999). *Technical analysis of the financial markets*. New York: New York Institute of Finance, 542.
9. Lam, M. (2004). Neural network techniques for financial performance prediction: integrating fundamental and technical analysis. *Decision Support Systems, 37 (4),* 567–581. doi: http://doi.org/10.1016/s0167-9236(03)00088-5
10. Vanstone, B., Finnie, G. (2010). Enhancing stockmarket trading performance with ANNs. *Expert Systems with Applications, 37 (9),* 6602–6610. doi: http://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.02.124

The paper discovers certain aspects of financial time series, in particular, modeling of return on assets. The object of research is a system of indicators for analyzing the returns of financial time series. There is a key feature that distinguishes the analysis of financial time series from the analysis of other time series, as financial theory and its empirical time series contain an element of uncertainty. As a result of this additional uncertainty, statistical theory and its methods and models play an important role in the analysis of financial time series.

One of the most problematic places is the use of asset prices and their volatility in the analysis and forecasting of financial time series, which is false because such series contain an element of uncertainty. Therefore, the so-called return on financial assets and instruments should be used in tasks of this type.

The paper deals with the types of return on financial assets that can be used in mathematical modeling and forecasting of stock indices. Static methods are used to eliminate the disadvantages of using financial asset prices in the analysis and forecasting of financial time series. The empirical properties of financial time series are examined using the PFTS (First Stock Trading System) and S&P 500 indices.

A comprehensive system of indicators of time series analysis of financial assets is obtained. The proposed system involves the use of numerous methods of calculating the profitability (return) of assets in order to determine significant statistical characteristics of the data. Compared to similarly known methods of using prices (rather than profitability) of assets, this provides a key advantage that allows elements of uncertainty in financial and economic data.

Keywords: *financial time series, profitability of assets, mathematical modeling of stock indices.*