

## ОЦІНКА МОЖЛИВОСТЕЙ КОМБІНОВАНОЇ СИСТЕМИ СИНХРОНІЗАЦІЇ З РОЗІМКНУТИМ ЗВ'ЯЗКОМ ДО МІНІМІЗАЦІЇ ДИСПЕРСІЇ ФАЗОВОЇ ПОМИЛКИ ПРИ СТЕЖЕННІ ЗА НЕСУЧОЮ ЧАСТОТОЮ В УМОВАХ ВПЛИВУ АДИТИВНОГО ГАУСІВСЬКОГО ШУМУ

Туровський О. Л.

Об'єктом дослідження є процес оцінки можливостей комбінованої системи синхронізації з розімкнутим (компенсуючим) зв'язком щодо мінімізації дисперсії фазової помилки в умовах впливу адитивного гаусівського шуму. Питання підвищення якості функціонування системи фазової синхронізації є постійними важливими науковими завданнями і в ряді досліджень вирішуються методом розробки математичних моделей та створенням на їх основі відповідних оптимальних схем побудови вказаних систем. Кінцевим етапом розробки та впровадження таких математичних моделей в технічні рішення та побудованих на їх основі схем синхронізації є оцінка граничних можливостей вказаних схем щодо мінімізації дисперсії фазової помилки в умовах різних видів шумів.

В роботі проведено оцінку можливостей комбінованої системи синхронізації з розімкнутим (компенсуючим) зв'язком щодо мінімізації дисперсії фазової помилки в умовах впливу адитивного гаусівського шуму шляхом підбору параметрів складових елементів схеми побудови даного зв'язку. Для цього розроблені та уточнені математичні залежності, що дозволяють визначити дисперсію фазової помилки в умовах впливу адитивного гаусівського шуму та подано відповідний алгоритм її визначення.

Подані в роботу результати оцінки показали, що величина дисперсії помилки для комбінованої системи синхронізації значно менша, ніж для замкнутої системи синхронізації при будь-якому виборі параметрів останньої. Ефект зменшення дисперсії фазової помилки за рахунок введення розірваного зв'язку по заданому рівню впливу залежить від рівня сигналу шуму та від індексу модуляції фази вхідного сигналу. При застосуванні в якості простого розірваного зв'язку частотного дискримінатора, включеного в схему комбінованої системи синхронізації паралельно, мінімальна дисперсія фазової помилки при рості рівня шуму до певної критичної межі має обмеження. А даний розірваний зв'язок втрачає свою ефективність.

**Ключові слова:** синхронізація несучої частоти, комбінована система синхронізації, дисперсія фазової помилки, адитивний гаусівський шум.

### 1. Вступ

Якість функціонування сучасних систем зв'язку залежить від різних факторів та умов, в тому числі і від впливу ряду зовнішніх збурень та внутрішніх шумів. Так, наприклад, в лініях космічного зв'язку основними

зовнішніми збуреннями є адитивний гаусівський шум і доплерівські зміщення частоти [1, 2]. Завдання підвищення якості функціонування систем зв'язку полягає в забезпеченні необхідної, як правило, високої точності роботи їх в сталому та перехідному режимах.

В свою чергу, успішне вирішення завдання підвищення ефективності систем зв'язку багато в чому залежить від якості функціонування в умовах впливу вказаних збурень і шумів окремих систем і пристроїв, що входять до їх складу. В якості однієї з головних систем, що входить до складу різних радіотехнічних пристроїв техніки зв'язку, радіолокації та управління, а також в пристрої точного магнітного запису широко впроваджена система фазової синхронізації. Наприклад, в фазокогерентних системах телекомунікації та управління такі системи застосовуються для відновлення несучої та тактової частот і для когерентної демодуляції аналогових і цифрових сигналів з кутовою модуляцією [3].

Вирішення наукового завдання по підвищенню ефективності роботи системи синхронізації можна досягти різними методами. В тому числі провівши відповідні дослідження щодо створення комбінованих систем синхронізації, які включають в свій склад ланку розімкнутого зв'язку.

В свою чергу, оцінка можливостей таких систем щодо мінімізації дисперсії фазової помилки є окремою науковою задачею, вирішення якої обумовлює актуальність досліджень, що проведені в даній роботі.

## **2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит**

*Об'єктом дослідження* є процес оцінки можливостей комбінованої системи синхронізації з розімкнутим (компенсуючим) зв'язком щодо мінімізації дисперсії фазової помилки в умовах впливу адитивного гаусівського шуму.

Робота систем синхронізації характеризується безпосередньо впливом адитивного флуктуаційного шуму, збурення корисної кутової модуляції (в разі фільтрації несучої частоти), стрибків фази та частоти та ін. [1, 3]. У ряді випадків необхідно забезпечити високу точність роботи вказаної системи в сталому та перехідному режимах саме під впливом вказаних шумів. А системи синхронізації, що працюють в таких умовах, повинні характеризуватися малою дисперсією фазової помилки та високою швидкодією.

Питання підвищення якості функціонування системи фазової синхронізації є постійними важливими науковими завданнями і в ряді досліджень вирішуються методом створення відповідних оптимальних схем її побудови в напрямку мінімізації дисперсії фазової помилки та одночасно, забезпечення високої швидкодії. Очевидно, що вказані схеми вирішують питання мінімізації фазової помилки через розробку науково обґрунтованих оптимальних схем побудови, які функціонують на основі розроблених математичних моделей. Вказані математичні моделі, в свою чергу, повинні враховувати параметри всіх функціональних складових ланок і елементів вказаної схеми системи синхронізації.

Кінцевим етапом розробки та впровадження таких математичних моделей в технічні рішення та побудованих на їх основі схем синхронізації є вирішення ряду завдань, а саме:

– оцінка граничних можливостей вказаних схем щодо мінімізації дисперсії фазової помилки;

– підбір та обґрунтування параметрів складових елементів та функціональних ланок схеми побудови систем синхронізації в напрямку мінімізації дисперсії фазової помилки в процесі стеження за несучою частотою.

### **3. Мета та задачі дослідження**

*Мета дослідження* – оцінка можливостей комбінованої системи синхронізації з розімкнутим (компенсуючим) зв'язком щодо впливу параметрів складових елементів схеми побудови такого зв'язку на мінімізацію дисперсії фазової помилки системи синхронізації в умовах впливу адитивного гаусівського шуму.

Для досягнення вказаної мети необхідно:

1. Розробити відповідні математичні залежності, що дозволяють визначити дисперсію фазової помилки комбінованої системи синхронізації в умовах впливу адитивного гаусівського шуму.

2. Здійснити методами математичного моделювання оцінку впливу параметрів ланки розімкнутого зв'язку на мінімізацію дисперсії фазової помилки комбінованої системи синхронізації від рівня сигналу адитивного гаусівського шуму.

### **4. Дослідження існуючих рішень проблеми**

Питанню побудови схем синхронізації та оцінці їх можливостей щодо мінімізації дисперсії фазової помилки присвячено ряд робіт.

В роботі [1] подано результати досліджень щодо аналізу та формалізації опису пристроїв синхронізації таких, які керуються рішенням і таких, які не керуються рішенням. Наведено залежності для дисперсії максимальної правдоподібної оцінки пристрою синхронізації від відношення сигнал/шум, які розроблено для системи без зворотного зв'язку за рішенням. Подані в даній роботі залежності дисперсії максимальної правдоподібної оцінки пристрою синхронізації від відношення сигнал/шум та залежності відхилення помилки синхронізації від відношення сигнал/шум на виході фазового детектору розроблені саме для схеми без зворотного зв'язку. Така схема по суті представляє замкнуту систему синхронізації (ЗСС), а подані в роботі залежності не дозволяють оцінити саме системи з розімкнутим зв'язком, які відносяться до іншого класу систем синхронізації.

В роботах [4, 5] описані дослідження, спрямовані в основному на оптимізацію параметрів фільтра та системи в цілому для класу замкнутих систем синхронізації. Однак ЗСС через властиві їм протиріччя не дозволяють в ряді випадків забезпечити необхідну якість роботи. Це особливо відчутно, коли потрібно поліпшити якість системи по двом і більше суперечливим показникам, що показали результати досліджень, подані в роботах [6, 7].

Великі можливості щодо поліпшення якості систем синхронізації є в класі комбінованих систем синхронізації (КСС). Вказані системи можуть поєднувати принципи регулювання по відхиленню та збуренню з одночасним

забезпеченням мінімізації дисперсії фазової помилки, що визначалось в якості перспективних методів побудови КСС та висвітлено в роботах [3, 6].

У роботі [8] показано особливості реалізації системи відновлення несучої частоти при когерентній демодуляції сигналу з безперервною фазою. Подана в роботі схема побудови такої системи фазового автопідстроювання частоти по суті є комбінованою системою синхронізації з зворотнім зв'язком. В роботі досліджується питання практичної реалізації вказаної системи на сучасній елементній базі. Але дослідження відносно можливостей розроблених методів та поданої схеми побудови системи синхронізації щодо підвищення астатизму, зменшення дисперсії фазової помилки при стеженні за несучою частотою та оцінки запропонованих методів зменшення дисперсії в даній роботі відсутні.

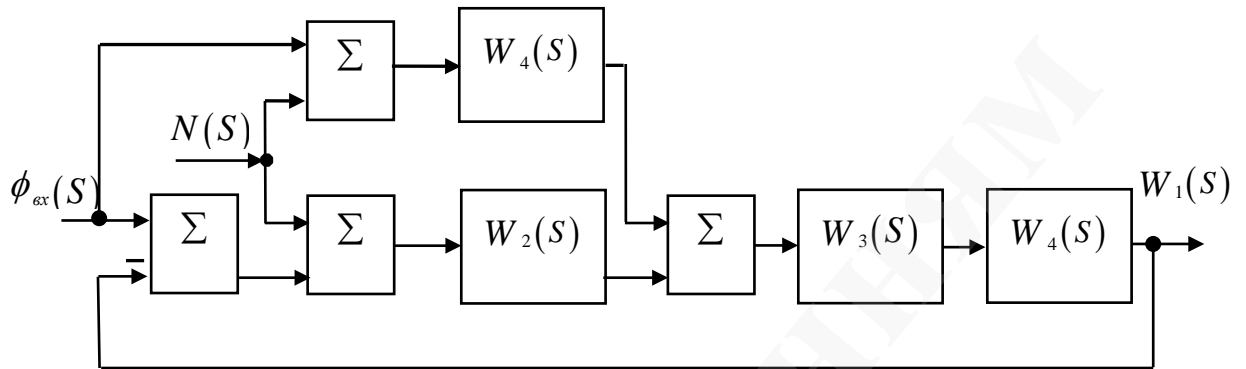
Автори робіт [9, 10] запропонували метод здійснення в КСС певного типу синхронізації послідовності сигналів, що розширюється в умовах значного перевищення рівня шуму над рівнем інформаційного сигналу. Для синхронізації використовується службовий канал, який працює на одній частоті з інформаційним. Розподіл каналів проводиться при формуванні сигналів квадратурних каналів: синфазний канал використовується для формування фазоманіпульованого сигналу з розширенням спектра, квадратурний канал використовується для передачі сигналу тактової частоти. Можливість по мінімізації фазової помилки та забезпечення швидкодії системи при стеженні за несучою частотою в даній роботі не розглянута.

В роботі [11] подана нова схема модуляції прямої послідовності для систем зв'язку по розподіленому спектру, яка визначена як модуляція затримки та адресування (DADS). Запропонована схема проста в реалізації та не потребує вирівнювання коду вхідного сигналу на її вході, що робить її найбільш оптимальною для передачі коротких сигналів. В роботі не розкрито тип схеми, відносно якої обґрунтовувались виводи, а також відсутнє питання підвищення порядку астатизму в визначеній схемі.

Певні дослідження щодо можливостей мінімізації дисперсії фазової помилки в КСС з розімкнутим зв'язком та один з варіантів побудови КСС, що має таке поєднання поряд з високою швидкістю системи подано в роботі [12]. У вказаній роботі розроблено та подано математичну модель КСС з розімкненим зв'язком певного типу та оцінено її можливість щодо мінімізації фазової помилки при порядку астатизму не вище другого. Безпосередньо встановлено, що розімкнутий канал, виконаний у вигляді паралельного (послідовного) включення двох ланок частотного дискримінатора з запропонованою в роботі передавальною функцією, дозволяє підвищити порядок астатизму до третього та вище порядку та не впливає на стійкість системи. У роботі показано, що впливу на дисперсію фазової помилки системи синхронізації, як обґрунтовано в даній роботі, можна досягнути зміною параметрів ланки розімкнутого зв'язку схеми синхронізації системи. Але в вказаній роботі відсутня безпосередня оцінка можливостей мінімізації середньоквадратичної помилки за допомогою розімкнутого (компенсуючого) зв'язку по вхідному сигналу методом зміни його параметрів.

## 5. Методи дослідження

Структурна схема лінійної моделі системи синхронізації КСС, яка розглядається в роботі, зображена на рис. 1.



**Рис. 1.** Структурна схема лінійної моделі комбінованої системи синхронізації з додатковою ланкою

До складу вказаної моделі КСС входить додаткова ланка з передавальною функцією  $W_4(S)$ , за допомогою якої здійснено розімкнений зв'язок та утворено розімкнутий канал управління [3, 13].

## 6. Результати досліджень

### 6. 1. Розробка математичних залежностей

Перейдемо до розробки математичних залежностей, що дозволяють визначити дисперсію фазової помилки комбінованої системи синхронізації в умовах впливу адитивного гаусівського шуму.

У загальному випадку фазова модуляція сигналу містить чотири складові [14]:

$$\phi_{ex}(t) = d(t) + M(t) + \Delta\psi(t) + N(t), \quad (1)$$

де  $d(t)$  – доплерівський зсув на вході;  $M(t)$  – корисна кутова модуляція;  $\Delta\psi(t)$  – загальна сума перешкод.

При когерентному прийомі необхідне точне знання поточної фази несучого коливання. При використанні системи синхронізації як фільтру фази, вхідним сигналом є, у відповідності до виразу (1), сума  $d(t) + \Delta\psi(t)$ , де  $\Delta\psi(t) = \psi_1(t) - \psi_2(t)$ ,  $\psi_2(t)$  – сума різних внутрішніх перешкод. Процеси  $M(t)$  та  $N(t)$  представляють в даному випадку загальну перешкоду.

Дисперсія фазової помилки складається, таким чином, з чотирьох компонентів [15]:

$$\sigma_\phi^2 = \sigma_d^2 + \sigma_{\Delta\phi}^2 + \sigma_M^2 + \sigma_N^2, \quad (2)$$

де  $\sigma_d^2$  – дисперсія помилки по динаміці передачі сигналу;  $\sigma_{\Delta\phi}^2$  – дисперсія фазового зсуву несучої частоти;  $\sigma_M^2$  – дисперсія помилки по модуляції сигналу;  $\sigma_N^2$  – дисперсія помилки від дії внутрішнього шуму системи.

Кожен з них, відповідно до спектральної теорії, визначається наступним чином:

$$\sigma_1^2 = \sigma_d^2 + \sigma_{\Delta\phi}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_\phi(j\omega)|^2 G_S(\omega) d\omega, \quad (3)$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_M^2 + \sigma_N^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_\phi(j\omega)|^2 G_n(\omega) d\omega, \quad (4)$$

де  $W_\phi(j\omega)$  – передавальна функція системи синхронізації в частотній області;  $G_S(\omega)$  – енергетичний спектр сигналів на вході системи.

Для визначення складових фазової помилки (2) застосуємо вирази (3) та (4), підставивши в них передавальні функції для КСС:

$$W_{\phi K}(S) = \frac{D_{\phi K}(S)}{F_3(S)}, \quad W_K(S) = \frac{D_K(S)}{F_3(S)},$$

та енергетичні спектри  $G_S(\omega) = G_M(\omega)$  та  $G_n(\omega) = G_N(\omega)$  [12, 15].

Для зручності інтегрування представимо інтеграли (3), (4) у вигляді інтегралів Персеваля [16]:

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(j\omega)}{N(j\omega) - N(j\omega)} d\omega, \quad (5)$$

де  $N(j\omega) = \sum_{i=0}^n \alpha_i (j\omega)^{n-i}$ ,  $M(j\omega) = \sum_{i=0}^{n-1} \beta_i (j\omega)^{2(n-i-1)}$ .

Тоді значення інтегралів  $I_n$  виражаються за допомогою відрахувань через коефіцієнтів  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  наступним чином [16, 17]:

$$I_n = \frac{[(-1)^{n+1} B_n]}{(2\alpha_0 A_n)}, \quad (6)$$

де

$$A_n = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_0 & \dots & 0 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_n \end{vmatrix},$$

$A_n$  – старший визначник Гурвіца для поліному  $H_n(j\omega)$ ;

$B_n$  – визначник, що виходить з визначника  $A_n$  шляхом заміни першого стовпчика коефіцієнтами  $\beta_i$ .

Вирази (5) та (6) в подальшому будуть зручними при розробці алгоритму та проведення аналізу та синтезу системи синхронізації за допомогою комп'ютерного моделювання.

В подальшому розглянемо моделюючий сигнал  $m(t)$  двох типів: з «максимально плоскою (батовортовською) формою спектра» та асимптотичні гаусовські процеси. Їх енергетичні спектри можна описати відповідно наступними виразами [14]:

$$G_1(\omega, n) = \frac{K_1(n)}{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}\right]}, \quad (7)$$

$$G_2(\omega, n) = \frac{K_2(n)}{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\sqrt{n}\omega_c}\right)^{2n}\right]}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (8)$$

де

$$K_1(n) = \frac{\pi \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{2n}\right)}{\omega_c},$$

$$K_2(n) = \frac{(4\pi)}{\left[\sqrt{n}\omega_c\right]},$$

$$\operatorname{sinc} c = \frac{\sin x}{x},$$

$\omega_c$  – частота, що відповідає половині потужності.

Такі спектри є характерними для широкого класу сигналів, що застосовуються в зв'язку [14]:

$$G_1(\omega, 1) = G_2(\omega, 1) = G(\omega, 1),$$

при  $n = 1$  вони однакові.

Розглянемо можливості зменшення середньо квадратичної помилки (СКП), яка пов'язана з мінімально граничною дисперсією фазової помилки при стеженні за несучою частотою в КСС. Розгляд проведемо для конкретного типу

ланки розімкнутого зв'язку з передавальною функцією  $W_4(S)$  та фіксованим значенням параметру  $n$  в виразах (7) та (8) енергетичного спектра вхідного сигналу. Для цього:

- розробимо аналітичні залежності, що дозволяють оцінити ступінь зменшення СКП в КСС в порівнянні з ЗСС і ефективність введення розімкнутого зв'язку при різних значеннях відношення сигнал/перешкода;
- розробимо алгоритм синтезу розімкненого зв'язку для КСС;
- за допомогою математичного моделювання на основі розробленого алгоритму проведемо дослідження зміни СКП при різних спектрах сигналу та рівнях адитивної перешкоди на вході системи.

Перейдемо до розробки аналітичних залежностей, що дозволяють оцінити ступінь зменшення СКП в КСС в порівнянні з ЗСС і ефективність введення розімкнутої зв'язку при різних значеннях відношення сигнал/перешкода.

Прийmemo, що в якості розімкненого каналу використаний частотний дискримінатор з передавальною функцією виду (9) при  $n=1$ , тобто [18]:

$$W_4(S) = \frac{(K_4 S)}{(T_4 S + 1)}. \quad (9)$$

Параметр  $n$  в виразах (7) та (8) прийmemo рівним одиниці. При цьому:

$$G_1(\omega) = G_2(\omega) = \frac{\left(\frac{2}{\omega_c}\right)}{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right]}.$$

Розглянемо випадок, коли основним заважаючим фактором роботи системи є адитивний гаусівський шум. При цьому спектр фазової модуляції обумовлений тільки сигналом  $m(t)$  та дорівнює [14, 15]:

$$G_M(\omega) = K_m^2 G_i(\omega). \quad (10)$$

Оскільки в даній роботі розглядається система синхронізації високої точності, то будемо вважати, що величина фазової помилки (або її дисперсія) задовольняють умовам малості [15, 17], що дозволяє розглядати її, як лінійну модель. Якщо вхідний шум визначається як «білий» та з односторонньою спектральною щільністю  $\frac{N_0}{2}$ , то як показано в [15, 16], еквівалентний фазовий шум  $N_\phi$ , є також приблизно «білим».

Енергетичний спектр приведенного фазового шуму, перерахованого на вхід системи, при цьому буде:



$$G_N(\omega) = \frac{N_0}{(2A_0^2)}. \quad (11)$$

Визначимо вираз дисперсії фазової помилки. Для цього:

- підставимо в вирази (3) та (4) передавальні функції КСС [12, 15];
- врахуємо енергетичні спектри вхідної фази сигналу виразів (10) та (5) та енергетичні спектри перерахованого на вхід еквівалентного фазового шуму (11);
- використаємо співвідношення (5) та (6).

Кінцевий вираз дисперсії фазової помилки з урахуванням вимог, поданих в роботі [13], буде мати вигляд:

$$\sigma_{\phi K}^2 = \sigma_1 K_4^2 + \sigma_2 K_4 + \sigma_3. \quad (12)$$

Подамо вираз (12) в наступному вигляді:

$$\sigma_{\phi K}^2 = \sigma_1 \left[ \left( K_4 + \frac{\delta_2}{2\delta_1} \right)^2 + \frac{4\delta_1\delta_3 - \delta_2^2}{4\delta_1} \right]. \quad (13)$$

З цього співвідношення слідує, що функція  $\sigma_{\phi K}^2$  має максимум в дійсній області при оптимальному значенні  $K_4$ , який визначається наступним виразом:

$$K_4 = \frac{\delta_2}{(2\delta_1)}, \quad \delta_2 < 0. \quad (14)$$

При цьому, мінімальне значення дисперсії фазової помилки дорівнює [13, 15]:

$$\sigma_{\phi K \min}^2 = \frac{\delta_3 - \delta_2^2}{(4\delta_1)} = \sigma_{\phi 3}^2 - \Delta\sigma_{\phi}^2. \quad (15)$$

Для замкнутої системи синхронізації мінімальне значення дисперсії помилки можна отримати з виразу (12) при  $K_4=0$ :

$$\sigma_{\phi 3 \min}^2 = \delta_3. \quad (16)$$

Оскільки  $\delta_1 > 0$  і  $\delta_2^2 > 0$ , то величина дисперсії помилки в КСС (15) менше, чим в ЗСС (12) на величину  $\Delta\sigma_{\phi}^2 = \frac{\delta_2^2}{4\delta_1}$  при будь-якому виборі параметрів останньої.

Для того, щоб мінімум функції (13) знаходився в області позитивних значень параметра  $K_4$ , необхідно, щоб виконувалась рівність:

$$\delta_2 > 0. \quad (17)$$

Розглянемо, від чого залежить значення параметра  $\delta_2$  та, через нього, область застосування КСС.

В загальному вигляді маємо [15, 16]:

$$\delta_2 = C_2(\omega_c) \left[ \frac{(A_0 K T_1)}{(2a_0 q)} - K_m^2 F_1(\omega_c) \right],$$

$$C_2(\omega_c) = \frac{(2A_0 K_3)}{(a_1 \omega_c)} > 0; \quad \frac{(A_0 K T_1)}{(2a_0 q)} > 0;$$

$$F_1(\omega_c) = a_0 + a_1 \omega_c^{-1} + a_2 \omega_c^{-2} > 0;$$

$$F_1 \left( \frac{P_c}{P_{III}} \right) = \frac{(\omega_c N_0)}{(2A_0^2)} = q^{-1}.$$

Аналіз поданих співвідношень показує, що при  $T_I=0$ , (тобто при замкнутому контурі в якості фільтра використовується аперіодична ланка), умова (17) виконується при любых значеннях параметрів системи та сигналів, тому КСС дає перевагу по порівнянню з ЗСС.

При  $T \neq 0$  необхідно, щоб виконувалась нерівність [16]:

$$\frac{(A_0 K T_1)}{(2a_0 q)} < K_m^2 F_1(\omega_c). \quad (18)$$

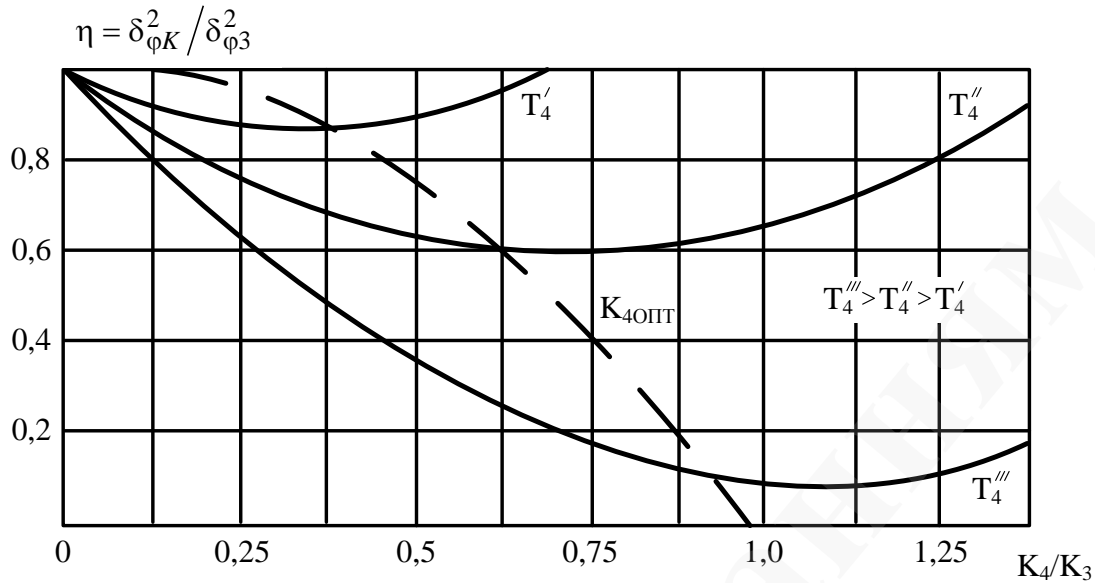
Якщо врахувати, що  $T_1(2T_2) = \frac{m}{2}$ , де  $m \leq 1$  – параметр фільтру [14, 15], то нерівність (18) в розгорнутому виді буде:

$$(A_0 K T_1) < \frac{(2q T_2 \omega_c^2 K_m^2)}{(a_0 \omega_c^2 + a_1 \omega_c + a_2)}. \quad (19)$$

Додаткове зменшення дисперсії фазової помилки в КСС можливе, як показано в [12], за рахунок відповідного вибору параметра знаменника розімкнутого зв'язку.

## **6. 2. Оцінка впливу параметрів ланки розімкнутого зв'язку на мінімізацію дисперсії фазової помилки комбінованої системи синхронізації від рівня сигналу аддитивного гаусівського шуму**

Графіки залежності  $\eta = \frac{\delta_{\phi K}^2}{\delta_{\phi 3}^2} = f(K_4, T_4)$ , отримані методом математичного моделювання з уточненням їх залежностей по даним робіт [6, 19], подані на рис. 2.



**Рис. 2.** Залежність дисперсії фазової помилки комбінованих систем синхронізації від параметрів розімкнутого каналу

Як слідує з вказаних залежностей на рис. 2, збільшення параметра  $T_4$  зменшує величину  $\delta_{\phi K}^2$  та викликає за собою зміну оптимального значення параметра  $K_4$ .

Але збільшення параметра  $T_4$  еквівалентно зменшенню внесеного розімкнутої зв'язком кореня. Тому зміна  $T_4$  обмежена найменшим значенням кореня характеристичного рівняння замкнутої системи.

При збільшенні параметра  $n$  в формулах (7), (8), вирази для дисперсії фазової помилки ускладнюються та їх безпосередній аналіз стає складним.

Кінцевий вираз для дисперсії фазової помилки в цьому випадку можемо записати в наступному вигляді, з врахуванням вимог робіт [13, 15, 16]:

$$\delta_{\phi K}^2 = N_1 F_1[\beta_{22}(K_4)] + N_2 F_2[\beta_{10}(K_4)], \quad (20)$$

де функція від індексу модуляції фази корисним процесом:

$$N_1 = \frac{(eK_m^2)}{\left[2(\alpha_{20}\alpha_{23}^2 + \alpha_{21}^2\alpha_{24} - \alpha_{21}\alpha_{22}\alpha_{23})\right]} = f_1(K_m),$$

$$N_2 = \frac{N_0}{4A_0^2 a_0 a_1 a_2} = f_2(N_0),$$

$$F_1[\beta_{22}(K_4)] = f_3(K_4), \quad F_2[\beta_{10}(K_4)] = f_4(K_4).$$

Оптимальне значення параметру  $K_4$ , що мінімізує функцію (20) буде [16]:

$$K_{4OPT} = \frac{(\alpha_{21}N_1K_3 + a_2N_2K_1^2K_3)}{(\alpha_{21}N_1K_3^2 + a_2N_2K_1^2)}. \quad (21)$$

Підстановка (21) в (20) дає мінімальне значення дисперсії фазової помилки в КСС:

$$\sigma_{\phi K \min}^2 = \sigma_{\phi 3}^2 - \Delta\sigma_{\phi}^2, \quad (22)$$

де  $\sigma_{\phi 3}^2 = N_2(a_0\beta_{11} - a_0\beta_{11}) - N_{12}(\alpha_{21} - \alpha_{23}\beta_{21})$ ,  $\Delta\sigma_{\phi}^2 = \frac{(\alpha_{21}N_1K_3 - a_2N_2K_1^2K_3)}{2} > 0$ .

Тобто, в цьому випадку дисперсія фазової помилки в КСС також менше, ніж в ЗСС на величину  $\Delta\sigma_{\phi}^2$ .

При цьому, ефект зменшення дисперсії фазової помилки за рахунок введення зв'язку по заданому впливу залежить від рівня шумів в каналі (функція  $N_2 = f_2(N_0)$ ) та від індексу модуляції фази вхідного сигналу процесом (8) (функція  $N_1$ ) від потужності сигналу.

Результати аналізу КСС за допомогою математичного моделювання відображені на рис. 3 та рис. 4.

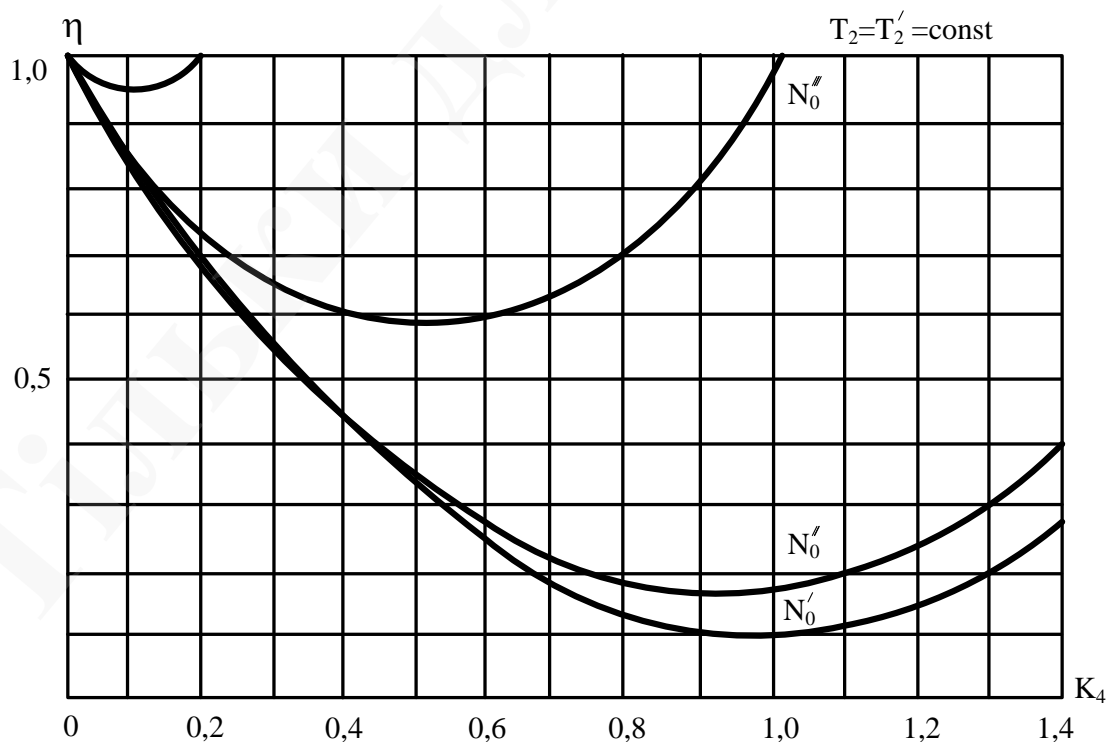


Рис. 3. Залежності  $\eta = f_1(K_4, N_0, T_2 = T_4 = \text{const})$

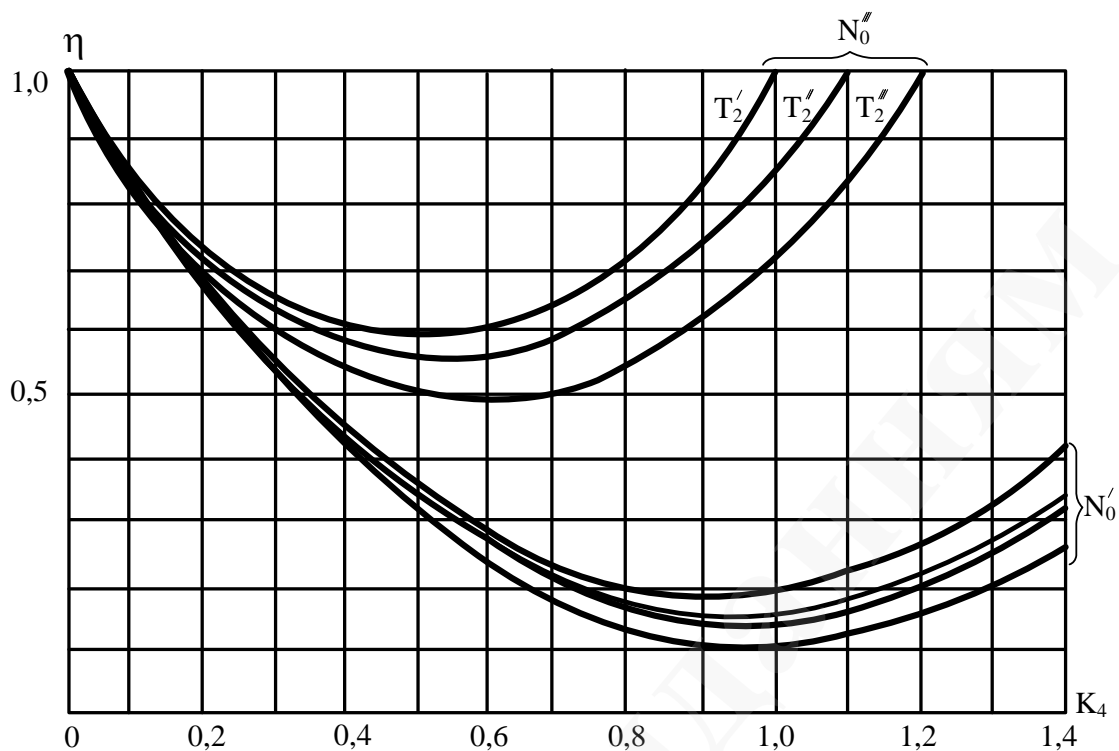


Рис. 4. Залежності  $\eta=f_2(K_4, T_2, N_0=\text{const})$

Аналіз рис. 3 та рис. 4 показує, що при визначеному рівні перешкоди розімкнутий зв'язок стає неефективним.

## 7. SWOT-аналіз результатів досліджень

*Strengths.* У порівнянні з аналогами позитивна дія об'єкта дослідження дозволяє здійснити оцінку можливостей безпосередньо розглянутої в роботі схеми комбінованої системи синхронізації щодо мінімізації дисперсії фазової помилки в певних умовах впливу адитивного гаусівського та інших видів шумів. А запропоновані математичні залежності мають потенціал до удосконалення алгоритму вказаної оцінки для здійснення такої відносно інших схем КСС з розімкнутим зв'язком.

*Weaknesses.* До слабких сторін роботи слід віднести детальний розгляд та оцінку можливостей тільки однієї з простих реалізацій комбінованої системи синхронізації з розімкнутим (компенсуючим) зв'язком. Інші схеми простої реалізації такого зв'язку, а також синтез різних видів простого зв'язку в одній схемі реалізації, в роботі не розглянуті.

*Opportunities.* Подальшим перспективними дослідженням є оцінка можливостей щодо мінімізації дисперсії фазової помилки в умовах впливу шуму при синтезі більш складних схем розімкнутого зв'язку. Для цього потрібно створити відповідні математичні моделі та алгоритм оцінки.

*Threats.* Отримані в роботі наукові результати дослідження можуть бути використані при розробці комбінованих систем фазової синхронізації з простим розімкненим зв'язком, що можуть діяти в умовах зовнішніх шумів не вище певного рівня їх сигналу. Розробка більш завадостійких та завадозахищених систем синхронізації потребує подальших досліджень в напрямку створення

більш складних схем розімкнутого зв'язку та оцінки їх можливостей щодо мінімізації дисперсії фазової помилки в умовах дії зовнішніх шумів з заданим рівнем сигналу.

## 8. Висновки

1. В роботі розроблені та уточнені математичні залежності, що дозволяють визначити дисперсію фазової помилки в умовах впливу адитивного гаусівського шуму. А також подано відповідний алгоритм її визначення. Шляхом підбору параметрів складових елементів схеми побудови комбінованої системи синхронізації з розімкнутим (компенсуючим) зв'язком проведено оцінку можливостей щодо мінімізації дисперсії фазової помилки в умовах впливу адитивного гаусівського шуму

2. Завдяки проведеній оцінці впливу параметрів ланки розімкнутого зв'язку на мінімізацію дисперсії фазової помилки комбінованої системи синхронізації від рівня сигналу адитивного гаусівського шуму було показано, що:

– величина дисперсії помилки для комбінованої системи синхронізації значно менша, ніж для замкнутої системи синхронізації при будь-якому виборі параметрів останньої;

– ефект зменшення дисперсії фазової помилки за рахунок введення розірваного зв'язку по заданому впливу залежить від рівня сигналу шуму та від індексу модуляції фази вхідного сигналу;

– при застосуванні в якості простого розірваного зв'язку частотного дискримінатора, включеного в схему комбінованої системи синхронізації паралельно, мінімальна дисперсія фазової помилки при рості рівня шуму до певної критичної межі має обмеження, а даний розірваний зв'язок втрачає свою ефективність.

## Література

1. Boiko, Yu. M., Nochka, R. Yu. (2015). Otsiniuvannia yakisnykh pokaznykiv prystroiv synkhronizatsii syhnaliv zasobiv telekomunikatsii. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu*, 1, 144–155.

2. Mucchi, L., Marabissi, D., Ranaldi, M., Del Re, E., Fantacci, R. (2004). Impact of synchronization errors and multiple access interference to the performance of UWB impulse radio systems. *Eighth IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications – Programme and Book of Abstracts (IEEE Cat. No.04TH8738)*. Sydney, 477–483. doi: <http://doi.org/10.1109/isssta.2004.1371746>

3. Shakhtarin, B. I. (2016). *Analiz sistem sinkhronizatsii pri nalichii pomekh*. Moscow: Goriachaia liniia – Telekom, 360.

4. Glukhov, A. V. (2013). Optimizatsiia parametrov tsifrovyykh filtrov vysokoskorostnogo moduliatora dlia PLC-modemov. *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 19 (4), 751–756

5. Lyons, R. G. (2010). *Understanding Digital Signal Processing*. Boston: Prentice Hall, 992.

6. Scheers, B., Le Nir, V. A. (2010). Modified Direct-Sequence Spread Spectrum Modulation Scheme for Burst Transmissions. *Military Communications and Information Systems Conference (MCC'2010)*. Wroclaw, 366–373.

7. Turovskiy, O. L. (2019). Minimizatsiia dyspersii fazovoi pomylyky v sistemakh fazovoi synkhronizatsii zamknutoho typu v rezhymi stezhennia za nesuchoiu chastotoiu. *Visnyk inzhenernoi akademii*, 4, 22–27.
8. Kucher, D. B., Makohon, V. P. (2013). Vidnovlennia nesuchoi pry koherentnii demodulatsii syhnalu z bezperervnoiu fazoiu zasobiv zviazku. *Nauka i tekhnika Povitrianykh Syl Zbroinykh Syl Ukrainy*, 2 (11), 148–149.
9. Kay, S. (1989). A fast and accurate single frequency estimator. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37 (12), 1987–1990. doi: <http://doi.org/10.1109/29.45547>
10. Tikhomirov, A. V., Omelianchuk, E. V., Semenova, A. Iu. (2019). Sinkhronizatsiia v sistemakh s priamym rasshireniem spektra. *Inzhenernii vestnik Dona*, 9, 31–35.
11. Le Nir, V., van Waterschoot, T., Moonen, M., Duplity, J. (2009). Blind CP-OFDM and ZP-OFDM Parameter Estimation in Frequency Selective Channels. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2009 (1). doi: <http://doi.org/10.1155/2009/315765>
12. Turovsky, O., Khlaponin, Y., Muhi-Aldin, H. M. et. al. (2020). Combined system of phase synchronization with increased order of astatism in frequency monitoring mode. *CEUR Workshop Proceedings*, 2616 (1), 53–62.
13. Horowitz, P., Hill, W. (2015). *The Art of Electronics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1220.
14. Sklar, B. (2017). *Digital Communications: Fundamentals and Applications Second Edition*. Prentice Hall, 1104.
15. Bondarenko, V. N. (2015). *Pomekhoustoichivost priema spektralno – effektivnykh shumopodobnykh signalov*. Krasnoiar'sk: Sibirskii Federalnii universitet, 160.
16. Leman, E. (1991). *Teoriia tochechnogo otsenivaniia*. Moscow: Nauka, 448.
17. Zalmanzon, L. A. (1989). *Preobrazovaniia Fure, Uolsha, Khaara i ikh primenenie v upravlenii, sviazi i drugikh oblastiakh*. Moscow: Nauka, 496.
18. Misrikhanov, M. Sh. (2003). *Invariantnoe upravlenie mnogomernymi sistemami*. Moscow: Energotomizdat, 236.
19. Marey, M., Steendam, H. (2007). Analysis of the Narrowband Interference Effect on OFDM Timing Synchronization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55 (9), 4558–4566. doi: <http://doi.org/10.1109/tsp.2007.896020>