

Слесаренко А. П.,
Ена И. В.

РАЗРАБОТКА ПРИБЛИЖЕННОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ S-ФУНКЦИИ

На базе совместного применения структурного метода, метода Бубнова-Галеркина и S-функций предлагается методология математического моделирования нестационарных процессов в конструктивных элементах. Построенные аналитические структуры решения соответствующих задач теплопроводности точно удовлетворяют нестационарным граничным условиям третьего рода при любой заданной зависимости от времени коэффициента теплоотдачи и температуры окружающей среды. Это позволяет моделировать тепловые процессы в реальном масштабе времени.

Ключевые слова: математическое моделирование, S-функции, тепловые процессы, граничные условия.

1. Введение

Научные исследования, представленные в данной статье, относятся к математическому моделированию тепловых процессов в областях неканонической формы при заданных нестационарных граничных условиях третьего рода на поверхности области.

При исследовании теплового режима элементов энергетического, электронного, космического и другого оборудования в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой наиболее существенные теоретические результаты получены для случая постоянного коэффициента теплоотдачи. Однако можно привести примеры ряда физических процессов, когда коэффициент конвективной теплоотдачи испытывает значительные изменения во времени. Эти явления имеют место при формировании теплового пограничного слоя в условиях нестационарного обтекания твердых поверхностей, при нагреве тел пульсирующим потоком, при расчетах температурных полей баллистических тел, движущихся в среде с переменной плотностью и температурой и т. д.

Целью математического моделирования нестационарных теплофизических процессов и реализации вычислительного эксперимента является построение научных прогнозов и принятие решений при управлении теплофизическими процессами. В этих случаях значительных усилий требует анализ полученных результатов. Уровень анализов результатов математического моделирования должен давать возможность рассматривать влияние изменения во времени коэффициента теплоотдачи и температуры окружающей среды в нестационарных граничных воздействиях на формирование целостного физического процесса в области исследования и учитывать все факторы, включая зависимость температурного распределения от времени и координат. При этом всесторонний анализ полученных данных требует таких решений, которые обеспечивают качественную характеристику тепловых полей в динамике.

В этих случаях результатом математического моделирования численными методами являются большие массивы дискретных данных, задача сжатия которых требует значительных усилий. Хотя эти данные можно преобразовать в аналитической информации с помощью методов интерполяции, для нестационарных тепловых процессов построение эмпирических формул являются достаточно сложной задачей, а во многих случаях все еще не решенной проблемой.

При решении задачи теплопроводности методом конечных разностей (разностными схемами второго порядка точности) при больших градиентах температурных полей, наблюдается недопустимо высокие результирующие погрешности вместе с неустойчивостью вычислительного процесса. Это происходит из-за погрешностей при дискретизации нестационарных граничных условий, а также дифференциальные уравнения теплопроводности.

Поэтому актуальным является разработка приближенных аналитических методов решения задач теплопроводности в области сложной формы, которые позволяют точно удовлетворять быстроизменяющимся нестационарным граничным условиям и обеспечивают для каждого момента времени форму решения в аналитическом виде.

2. Постановка проблемы

Цель статьи: разработка нового приближенного аналитического подхода к решению задач теплопроводности при изменяющихся во времени коэффициенте теплоотдачи и температуре окружающей среды в граничных условиях третьего рода. Для решения данной цели необходим подход, который базируется на построении аналитических структур решения задач теплопроводности, точно удовлетворяющих нестационарным граничным условиям третьего рода. Неопределенные коэффициенты структур решения в виде функций от времени определяются из решения систем обыкновенных дифферен-

циальных уравнений, которые получаются при решении задачи теплопроводности методом Бубнова-Галеркина с использованием построенных структур решения.

3. Анализ литературных данных

К нестационарным граничным условиям третьего рода в задачах теплопроводности относятся условия, в которых коэффициент теплоотдачи и температура окружающей среды изменяются во времени.

Если для случая, когда коэффициент теплоотдачи является постоянной величиной, можно было применить теорему Дюамеля [1], то при изменении во времени коэффициента теплоотдачи приходилось решение задачи сводить к решению соответствующего интегрального уравнения [2] или полностью задачу решать методом конечных разностей [3, 4].

В работах [5, 6] для решения данных задач совместно применяются методы конечных разностей (по временной переменной) и вариационные методы (при решении соответствующих задач для каждого момента).

Метод построения непрерывно-дифференцируемых структур решения задач теплопроводности с помощью S -функций [7–9], точно удовлетворяющих заданным граничным условиям, позволяет на более высоком уровне подойти к разработке нового приближенного аналитического метода решения задач теплопроводности с нестационарными граничными условиями третьего рода при любой заданной зависимости от времени коэффициента теплоотдачи и температуры окружающей среды.

4. Основные результаты исследования нестационарной теплопроводности тел сложной формы при изменяющихся во времени коэффициенте теплообмена и температуре окружающей среды

Предлагается новый приближенный аналитический метод решения трехмерной нестационарной задачи теплопроводности для ограниченных тел сложного поперечного сечения при любой заданной зависимости от времени коэффициента теплоотдачи и температуры внешней среды:

$$\frac{\partial T(x, y, z, Fo)}{\partial Fo} = \Delta T(x, y, z, Fo) + W(x, y, z, Fo)\lambda^{-1}, \quad (1)$$

$$\left[\frac{\partial T(x, y, z, Fo)}{\partial z} + Bi_d T(x, y, z, Fo) \right]_{z=d} = Bi_d T_d(Fo) = f_d(Fo), \quad (2)$$

$$\left[-\frac{\partial T(x, y, z, Fo)}{\partial z} + Bi_0 T(x, y, z, Fo) \right]_{z=0} = Bi_0 T_0(Fo) = f_0(Fo),$$

$$\left[\frac{\partial T(x, y, z, Fo)}{\partial v} + Bi_s T(x, y, z, Fo) \right]_S = Bi_s T_c(Fo) = f_s(Fo), \quad (3)$$

$$T(x, y, z, 0) = \Psi(x, y, z). \quad (4)$$

Применим к уравнению (1) и условиям (3), (4) конечное интегральное преобразование [10]. В области изображений получим:

$$\frac{\partial U(x, y, \gamma, Fo)}{\partial Fo} + F_1(Fo) = \Delta U(x, y, \gamma, Fo) - \gamma^2 U(x, y, \gamma, Fo) + \bar{F}(x, y, \gamma, Fo), \quad (5)$$

$$\left[\frac{\partial U(x, y, \gamma, Fo)}{\partial v_s} + Bi_s(Fo)U(x, y, \gamma, Fo) \right]_S = \bar{f}_s(Fo, \gamma), \quad (6)$$

$$U(x, y, \gamma, 0) = \bar{\Psi}(x, y, \gamma), \quad (7)$$

где $F_1(Fo) = -f_0(Fo)K(0, \gamma) - f_d(Fo)K(d, \gamma)$.

Решение задач (5)–(7), точно удовлетворяющее условию (6), представим в виде:

$$U(x, y, \gamma, Fo) = \bar{T}_c(Fo) + [1 + \omega(x, y)Bi_s(Fo)]V(x, y, \gamma, Fo), \quad (8)$$

где функция $\omega(x, y)$ строится с помощью S -функций и удовлетворяет условиям:

$$\omega|_S = 0, \quad \omega > 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad \frac{\partial \omega}{\partial v_s} \Big|_S = -1.$$

Для функции $V(x, y, \gamma, Fo)$ получим следующую задачу:

$$\omega \frac{\partial Bi_s}{\partial Fo} v + [1 + \omega Bi_s] \frac{\partial V}{\partial Fo} - \Delta v - Bi_s [\Delta \omega v + 2(\nabla \omega, \nabla v) + \omega \Delta v] + \gamma^2 [1 + \omega Bi_s] v = \bar{F}_1^* + \bar{F}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial v_s} \Big|_S = 0, \quad (10)$$

$$V|_{Fo=0} = (\bar{\Psi} - \bar{T}_c)(1 + \omega Bi_s)^{-1} \Big|_{Fo=0} = \bar{\Phi}, \quad (11)$$

$$\bar{F}_1^* = -\frac{d\bar{T}_c}{dFo} - \gamma^2 \bar{T}_c = \bar{F}_1, \quad V = \sum_k C_k(\gamma, Fo) \eta_k(x, y),$$

где $\eta_k(x, y)$ – полная система линейно независимых функций, удовлетворяющих условию (10) и достаточное число раз непрерывно дифференцируемых в замкнутой области $\bar{\Omega} = \Omega + S$.

Применяя метод Бубнова-Галеркина, для коэффициентов $C_k(\gamma, Fo)$ получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\sum_{k=0}^n \left\{ a_{kj}^{(1)} \frac{dC_k(\gamma, Fo)}{dFo} + a_{kj}^{(2)} Bi_S(Fo) \frac{dC_k(\gamma, Fo)}{dFo} + a_{kj}^{(3)} \frac{dBi_S(Fo)}{dFo} C_k(\gamma, Fo) + a_{kj}^{(4)} Bi_S(Fo) C_k(\gamma, Fo) + a_{kj}^{(5)} C_k(\gamma, Fo) \right\} = b_j \bar{F}_1^*(Fo) + \bar{F}_j^*, \quad (12)$$

где $j = 0, 1, \dots, n$;

$$a_{kj}^{(1)} = \iint_{\Omega_c} \eta_k \eta_j d\Omega_c;$$

$$a_{kj}^{(2)} = a_{kj}^{(3)} = \iint_{\Omega_c} \omega \eta_k \eta_j d\Omega_c;$$

$$a_{kj}^{(4)} = -\iint_{\Omega_c} [\Delta \omega \eta_k + 2(\nabla \omega, \nabla \eta_k) + \omega \Delta \eta_k - \gamma^2 \omega \eta_k] \eta_j d\Omega_c;$$

$$a_{kj}^{(5)} = -\iint_{\Omega_c} (\Delta \eta_k - \gamma^2 \eta_k) \eta_j d\Omega_c;$$

$$b_j = \iint_{\Omega_c} \eta_j d\Omega_c;$$

$$\bar{F}_j^* = -\iint_{\Omega_c} \bar{F} \eta_j d\Omega_c.$$

Представим функцию $\bar{\phi}(x, y, \gamma)$ в виде:

$$\bar{\phi}(x, y, \gamma) = \sum_{k=1}^n d_k(\gamma) \eta_k(x, y),$$

тогда, с учетом (11), получим:

$$C_k(\gamma, 0) = d_k(\gamma), \quad (k = 0, 1, \dots, n). \quad (13)$$

Решив систему дифференциальных уравнений (12) при начальных условиях (13) и подставив $C_k(\gamma, Fo)$ в формулу (8), получим приближенное решение задачи (5)–(7).

Применив формулу конечного интегрального преобразования [10] решение задачи (1)–(4) получим в виде:

$$T(x, y, z, Fo) = \sum_{m=1}^{\infty} U(x, y, \gamma_m, Fo) K(\gamma_m, z) \left[\int_0^d K^2(\gamma_m, z) dz \right]^{-1}.$$

Для случая, если тело представляет собой параллелепипед $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq d$ и $Bi_0 = Bi_d = Bi_S, T_0(Fo) = T_d(Fo) = T_c(Fo)$, решение задачи (1)–(4) представим в виде:

$$T(x, y, z, Fo) = T_c(Fo) + \left[1 + \frac{x(a-x)}{a} Bi_1(Fo) \right],$$

$$\left[1 + \frac{y(b-y)}{b} Bi_2(Fo) \right] \left[1 + \frac{z(d-z)}{d} Bi_3(Fo) \right] V(x, y, z, Fo),$$

где $v(x, y, z, Fo) = \sum_{i,j,k} C_{ijk}(Fo) \cos \frac{i\pi x}{a} \cos \frac{j\pi y}{b} \cos \frac{k\pi z}{d}$.

Коэффициенты $C_{ijk}(Fo)$ определяются из системы дифференциальных уравнений (12).

В качестве примера рассмотрим прямоугольную призму $0 \leq z \leq d, -1 \leq x \leq 1$. В этом случае для задачи (1)–(4) функция $T = T(x, z, Fo)$, а условие (3) выполняется при $x = \pm 1$.

Решение для задачи (5)–(7) представим в виде:

$$U(x, \gamma, Fo) = T_A(Fo) + \left[1 + \frac{(1-x^2)}{2} Bi_S(Fo) \right] V(x, \gamma, Fo),$$

где $V(x, \gamma, Fo) = \sum_{k=1}^n C_k(\gamma, Fo) x^{2(k-1)} [1 + (1-x^2)(k-1)]$.

Для неограниченной пластины при $-\infty < z < +\infty, -\infty < y < +\infty, -1 \leq x \leq 1$ в первом приближении получим:

$$T_1(x, Fo) = T_c(Fo) + C_1(Fo) \left[1 + \frac{1-x^2}{2} Bi_S(Fo) \right]. \quad (14)$$

Точное решение уравнения (14) имеет вид:

$$C_1(Fo) = \Phi(Fo) \left[d_0 - \int_0^{Fo} \frac{3\Phi(\tau)}{(3+Bi(\tau))} \frac{dT_c(\tau)}{d\tau} d\tau \right],$$

где $\Phi(Fo) = [3 + Bi(Fo)]^{-1} \exp(-3Fo) \exp \left[9 \int_0^{Fo} \frac{d\tau}{(3 + Bi(\tau))} \right]$.

Коэффициент d_0 определяется из условия:

$$\int_0^1 T(x, 0) dx = \int_0^1 \Psi(x) dx = \Psi_0.$$

Таким образом, первое приближение для неограниченной пластины получим в виде:

$$T_1(x, Fo) = T_c(Fo) + C_1(Fo) \left[1 + \frac{1-x^2}{2} Bi_S(Fo) \right], \quad (15)$$

Для $Bi_S = 0,500 \exp(Fo), T_c = 1 + 0,075 Fo, \Psi = 0,15$,

$$C_1(Fo) = -1696,5967 [6 + \exp(Fo)]^{-4} - 0,450 \left[\frac{1}{3} \exp(3Fo) + 9 \exp(2Fo) + 108 \exp(Fo) + 216 Fo \right] \times [6 + \exp(Fo)]^{-4}.$$

Пусть требуется решить нестационарную задачу теплопроводности:

$$\frac{\partial T(x, y, Fo)}{\partial Fo} = \Delta T(x, y, Fo) + F(x, y, Fo), \quad (16)$$

$$\left[\frac{\partial T(x, y, Fo)}{\partial v_1} + Bi(Fo)T(x, y, Fo) \right]_{S_1} =$$

$$= Bi(Fo)T_c(Fo) = f(Fo), \tag{17}$$

$$\left. \frac{\partial T(x, y, Fo)}{\partial v_2} \right|_{S_2} = q_2(x, y, Fo);$$

$$T(x, y, Fo)|_{S_3} = \phi(x, y, Fo), \tag{18}$$

$$T(x, y, Fo) = \psi(x, y). \tag{19}$$

Применив простейшую неявную разностную схему [4] по времени с шагом ΔFo , получим последовательность стационарных задач теплопроводности для каждого слоя:

$$\Delta U_i - (\Delta Fo)^{-1} U_i = -(\Delta Fo)^{-1} U_{i-1} - F_i = -F_{i1}, \tag{20}$$

$$\left[\frac{\partial U_i}{\partial v_1} + Bi(Fo_i U_i) \right]_{S_1} = f_i, \tag{21}$$

$$\left. \frac{\partial U_i}{\partial v_2} \right|_{S_2} = q_{2i}(x, y); U_{i-1}|_{S_3} = \phi_i(x, y),$$

где $U_i(x, y) = T(x, y, Fo_i)$, $U_{i-1}(x, y) = T(x, y, Fo_i - \Delta Fo)$.

Построим структуры решения, точно удовлетворяющие неоднородным условиям:

$$U_i(x, y) = \Phi_{0i}(x, y) + \sum_{k, s} C_{ks}^{(i)} \chi_{ks}^{(i)}(x, y) =$$

$$= \Phi_{0i}(x, y) + v_i(x, y). \tag{22}$$

В каждый момент времени $Fo = \Delta Fo, 2\Delta Fo, \dots$, задача для определения функции $T(x, y, Fo_i) = U_i(x, y)$ сводится к задаче о минимуме функционала:

$$I(v_i) = \iint_{\Omega} \left[(\text{grad } v_i)^2 + \frac{1}{\Delta Fo} v_i^2 - 2F_i^* v_i \right] d\Omega +$$

$$+ \int_{S_1} Bi(Fo_i) v_i^2 dS_1,$$

где $F_i^* = F_{i1} + \Delta Fo_i - (\Delta Fo)^{-1} \Phi_{0i}$ при известной с предыдущего слоя функции $U_{i-1}(x, y)$. Таким образом, решение нестационарной задачи сводится к решению последовательности вариационных задач.

Согласно [3, 4], так как применяется неявная схема, то шаг ΔFo может быть взят достаточно большим.

5. Вычислительный эксперимент

На рис. 1, 2 представлены результаты для $T_1(1, Fo)$ и $T_1(1/2, Fo)$, полученные по методу А. П. Ваничева [11] (кружочки), в работе [2] (сплошная линия) и по формуле (15) (пунктирная линия).

Получение последующих приближений связано лишь с решением системы (12).

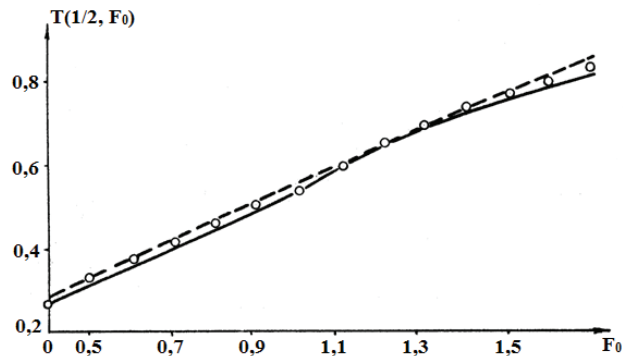


Рис. 1. Изменение температуры центра неограниченной симметричной пластины во времени при $Bi(Fo) = 0,5 \exp(Fo)$

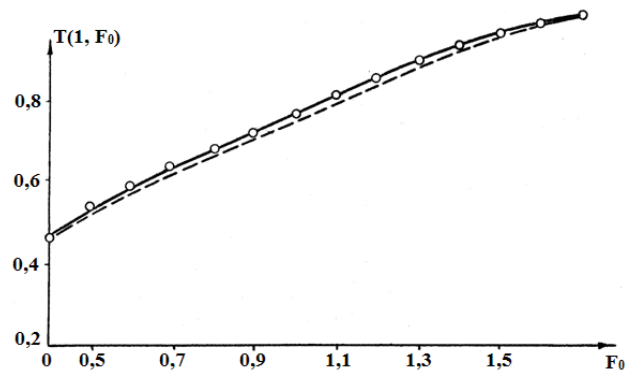


Рис. 2. Изменение температуры поверхности симметричной пластины во времени при $Bi(Fo) = 0,5 \exp(Fo)$

Для каждого момента времени при $F = 0$ в формуле (22):

$$\chi_k^{(i)} = \Phi_k - \omega \frac{d\Phi_k}{dx} \frac{d\omega}{dx} + \omega Bi(Fo_i) \Phi_k;$$

$$\Phi_k = x^{2k-2}; k = 1, \dots, n; \quad \Phi_{0i} = T_c(Fo_i);$$

$$\omega = 0,5(1 - x^2).$$

Для $Bi = 0,5 \exp(Fo)$, $T_c = 1 + 0,075Fo$ расчет по предложенному методу дает $T(1; 0,4) = 0,45918$ (две координатные функции), методом элементарных балансов [10] получаем $T(1; 0,4) = 0,45768$, по данным работам [2] $T(1; 0,4) = 0,48228$.

В качестве тестового примера рассматривался случай, когда точное решение для неограниченной пластины имеет вид:

$$T(x, Fo) = T_c(Fo) + 1 + 0,5(1 - x^2) Bi_s(Fo).$$

В этом случае в задаче (16), (17), (19):

$$F = \frac{dT_c(Fo)}{dFo} + \frac{(1 - x^2)}{2} \frac{dBi_s(Fo)}{dFo} + Bi_s(Fo),$$

$$T(x,0) = T_c(0) + 1 + 0,5(1 - x^2)Bi_s(0).$$

Для $T_s = 1 + 0,075Fo$; $Bi_s = 0,5\exp(Fo)$ в табл. 1 результаты, полученные предложенным методом (две координатные функции).

Таблица 1

Температурное поле неограниченной пластины в процессе нагрева при $Bi(Fo) = 0,5\exp(Fo)$

| Fo | Точное решение | | Приближенное решение | |
|-------|----------------|-------------|----------------------|-------------|
| | центр | поверхность | центр | поверхность |
| 0,001 | 2,250325 | 2,000075 | 2,250325 | 2,000075 |
| 0,005 | 2,251628 | 2,000375 | 2,251629 | 2,000376 |
| 0,008 | 2,252608 | 2,000600 | 2,252609 | 2,000601 |
| 0,020 | 2,256550 | 2,001500 | 2,256560 | 2,001504 |
| 0,040 | 2,263202 | 2,003000 | 2,263222 | 2,003008 |
| 0,060 | 2,269958 | 2,004500 | 2,269988 | 2,004513 |
| 0,080 | 2,276822 | 2,006000 | 2,276760 | 2,006017 |
| 0,100 | 2,283792 | 2,007500 | 2,283840 | 2,007522 |
| 0,140 | 2,298068 | 2,010500 | 2,298135 | 2,010533 |
| 0,180 | 2,312804 | 2,013500 | 2,312889 | 2,013543 |
| 0,200 | 2,320350 | 2,015000 | 2,320445 | 2,015049 |
| 0,300 | 2,359964 | 2,022500 | 2,360105 | 2,022577 |
| 0,400 | 2,402956 | 2,030000 | 2,403145 | 2,030107 |
| 0,500 | 2,449680 | 2,037500 | 2,449920 | 2,037630 |
| 0,600 | 2,500529 | 2,045000 | 2,500824 | 2,045166 |
| 0,700 | 2,555938 | 2,052500 | 2,556289 | 2,052691 |
| 0,800 | 2,616385 | 2,060000 | 2,616796 | 2,060224 |
| 0,900 | 2,682400 | 2,067500 | 2,682875 | 2,067752 |
| 1,000 | 2,754570 | 2,075000 | 2,755111 | 2,075279 |

6. Выводы

Следует отметить, что при переменном во времени коэффициенте теплоотдачи в нестационарных граничных условиях теплопроводности долгое время не удавалось получить приближенные аналитические решения задач теплопроводности даже для одномерных по координате задач. Это объясняется тем, что в данном случае по временной переменной граничное условие третьего рода является нелинейным. Построение непрерывно-дифференцируемых структур решения задач теплопроводности для областей сложной формы при любой заданной зависимости от времени коэффициента теплоотдачи и температуры среды стало возможным благодаря использованию S -функций.

S -функции впервые позволяют аналитически описывать гладкие границы и поверхности областей сложной формы. В силу этих свойств S -функций стало возможным строить консервативные структуры решения задач теплопроводности, которые в соответствующих вариационных задачах позволяют выполнять законы физики об ограниченности энергии и о локальном приграничном влиянии граничных воздействий.

В статье показано, что в соответствующей задаче для неограниченной пластины уже на этапе первого приближения предложенный метод дает возможность получить приближенные аналитические решения нестационарной задачи с нелинейными граничными условиями во времени, которые хорошо согласуются с результатами полученных численными методами. Этот пример показывает, что предложенный подход и при решении более сложных задач впервые позволяет получить приближенные аналитические решения в компактной форме, погрешность решений которых не превосходит погрешности решений полученных численными методами.

Литература

- Subhash, L. Shindé. High thermal conductivity materials [Text] / Subhash L. Shindé, Jitendra S. Goela (eds). — New York: Springer, 2006. — 271 p. doi:10.1007/b106785.
- Marazzi, A. Algorithms, routines, and S functions for robust statistics : the FORTRAN library ROBETH with an interface to S-PLUS [Text] / Alfio Marazzi, Johann Joss, Alex Randriamiharisoa. — Pacific Grove, Calif.: Wadsworth & Brooks/Cole Advanced Books & Software. — 1993. — 440 p.
- Годунов, С. К. Разностные схемы: введение в теорию [Текст] / С. К. Годунов, В. С. Рябенский. — М.: Наука, 1973. — 400 с.
- Самарский, А. А. Вычислительная теплопередача [Текст] / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. — М.: Эдиторнал УРСС, 2003. — 784 с.
- Annaratone, D. Transient Heat Transfer [Text] / D. Annaratone // SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology. — Springer Berlin Heidelberg, 2011. — V. 3. — P. 1–46. doi:10.1007/978-3-642-19777-2_1.
- Слесаренко, А. П. Численно-аналитическое моделирование тепловых процессов при нестационарных граничных условиях процессов [Текст] / А. П. Слесаренко, Ю. О. Кобринович // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2010. — № 4/6(46). — С. 7–10.
- Слесаренко, А. П. S -функции в обратных задачах аналитической геометрии и моделировании тепловых процессов [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2011. — № 3/4(51). — С. 41–46.
- Слесаренко, А. П. S -функции в обратных задачах дифференциальной геометрии и управлении образования форм [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2012. — № 1/4(55). — С. 4–10.
- Слесаренко, А. П. S -функции в построении консервативных структур решения геометрических обратных краевых задач [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2012. — № 2/4(56). — С. 60–66.
- Диткин, В. А. Интегральные преобразования и операционное исчисление [Текст] / В. А. Диткин, А. П. Прудников. — М.: Наука, 1974. — 524 с.
- Ваничев, А. П. Приближенный метод решения задач теплопроводности при переменных константах [Текст] / А. П. Ваничев // Изв. АН СССР. Отделение техн. наук. — 1946. — № 12. — С. 1767–1774.

РОЗРОБКА НАБЛИЖЕНОГО АНАЛІТИЧНОГО МЕТОДА МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ З ВИКОРИСТАННЯМ S-ФУНКЦІЙ

На базі спільного застосування структурного методу, методу Бубнова-Гальоркіна і S -функцій пропонується методологія математичного моделювання нестационарних процесів в конструктивних елементах. Побудовані аналітичні структури розв'язання відповідних задач теплопроводності точно задовольняють нестационарним граничним умовам третього роду за будь-якої заданої залежності від часу коефіцієнта тепловіддачі

і температури навколишнього середовища. Це дозволяє моделювати теплові процеси в реальному масштабі часу.

Ключові слова: математичне моделювання, S-функції, теплові процеси, граничні умови.

Слесаренко Анатолій Павлович, доктор фізико-математических наук, професор, ведучий научний сотрудник, лауреат Государственной премии Украины, отдел моделирования и идентификации тепловых процессов, Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, Украина.

Ена Ирина Владиславовна, кафедра фізики твердого тіла, Харьковський національний університет ім. В. Н. Каразіна, Украина, e-mail: enaiiv@mail.ru.

Слесаренко Анатолій Павлович, доктор фізико-математических наук, професор, провідний науковий співробітник, лауреат Державної премії України, відділ моделювання та ідентифікації теплових процесів, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, Харків, Україна.

Ена Ирина Владиславівна, кафедра фізики твердого тіла, Харьковський національний університет ім. В. Н. Каразіна, Україна.

Slesarenko Anatoliy, A. N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, Ukraine.

Ena Irina, V. N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine, e-mail: enaiiv@mail.ru

УДК 681.12

**Білинський Й. Й.,
Книш Б. П.,
Юкиш М. Й.**

ДОСЛІДЖЕННЯ КІЛЬКІСНОГО ВМІСТУ СКРАПЛЕНОГО ГАЗУ ШЛЯХОМ ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЬНИХ РІДИННИХ СИСТЕМ

Запропоновано методику експериментальних досліджень по вибору модельної рідинної системи, яка являє собою сполуку близьку до скрапленого нафтового газу, та визначенню її температурної залежності, що дає можливість підтвердити адекватність запропонованого термометричного методу визначення кількісного вмісту скрапленого нафтового газу.

Ключові слова: пропан, бутан, скраплений нафтовий газ, кількісний вміст, модельні рідинні системи.

1. Вступ

На сьогодні знаходить широке використання скраплений нафтовий газ як паливо в двигунах автомобільного транспорту, так і в установках муніципальних, промислових і сільськогосподарських об'єктів [1]. Дослідження скрапленого нафтового газу передбачає наявність різноманітних методів вимірювання таких його параметрів як тиск, маса, густина, кількісний вміст тощо. Для кількісного вмісту найбільш відомими методами є хроматографічний, який дає змогу визначити вміст як основних компонентів, так і домішок [2], хімічний, за допомогою якого визначається наявність рідкого залишку, вільної води та луку [3], радіохвильовий та радіочастотний методи, які дозволяють визначити масові частки складових скрапленого нафтового газу [4]. Основними недоліками вищезазначених методів визначення кількісного вмісту скрапленого нафтового газу є висока вартість, складність процесу вимірювання та низька точність, що пов'язана з визначенням співвідношення лише суміші пропан-бутан, тоді як наявність домішок не враховується [2–4]. Таким чином, існує необхідність у створенні методу визначення кількісного вмісту скрапленого нафтового газу, який дає змогу при різних його температурних режимах визначати кількісний вміст не тільки основних компонентів суміші (пропан і бутан), але й вміст домішок.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Скраплений нафтовий газ — це суміш пропану (C_3H_8), бутану (C_4H_{10}) і домішок (приблизно 1 %) — етилен, пропілен, бутилен, амілен, гексилен, гептилен тощо [5].

Скраплений нафтовий газ транспортується в залізничних і автомобільних цистернах, зберігається в резервуарах різного об'єму в стані насичення: у нижній частині цистерни розміщується кипляча рідина, а у верхній знаходяться сухі насичені пари. При цьому відбуваються процеси випаровування та конденсації, які в двофазних середовищах протікають при постійному тиску (4,9–6,8 кПа) і температурі (до 50 °С) [6].

Таким чином, основна перевага скрапленого нафтового газу — можливість існування при температурі навколишнього середовища і помірних тисках, як у рідкому, так і в газоподібному стані. У рідкому стані він легко переробляється, зберігається і транспортується, в газоподібному має кращу характеристику згорання [7].

Важливим контролюючим параметром при зберіганні та транспортуванні скрапленого нафтового газу є його кількісний вміст, який визначається за допомогою запропонованого термометричного методу [8]. Оскільки експериментальні дослідження скрапленого нафтового газу є складними, то їх проводять з використанням модельних рідинних систем.