

8. Evers, N. Stakeholders and Marketing Capabilities in International New Ventures: Evidence from Ireland, Sweden and Denmark [Text] / Natasha Evers, Svante Andersson, Martin Hannibal // Journal of International Marketing. — 2012. — Vol. 20, Iss. 4. — P. 46–71. doi:10.1509/jim.12.0077.
9. Aaker, D. A. Strategic market management [Text] / David A. Aaker. — USA: John Wiley & Sons, Inc., 1995. — 379 p.
10. Багиев Г. Л. Маркетинг взаимодействия. Концепция. Стратегии. Эффективность [Текст]: научная редакция / Г. Л. Багиев, Хериберт Мефферт. — СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2009. — 672 с.
11. Веснин, В. Р. Стратегическое управление [Текст]: учебник / В. Р. Веснин. — М.: ТК Велби, Проспект, 2006. — 328 с.
12. Куденко, Н. В. Стратегічний маркетинг [Текст]: навчальний посібник / Н. В. Куденко. — К.: КНЕУ, 2005. — 152 с.
13. Райко, Д. В. Стратегічне управління розвитком маркетингової діяльності: методологія та організація [Текст]: монографія / Д. В. Райко. — Харків: ВД «Інжек», 2008. — 632 с.
14. Салига, С. Я. Удосконалення системи стратегічного маркетингу на підприємствах [Текст]: монографія / С. Я. Салига, Л. І. Кирилова, І. А. Каланджи та ін. — Запоріжжя: Класичний приватний ун-т, 2009. — 52 с.
15. Длігач, А. О. Стратегічне маркетингове управління [Текст]: монографія / А. О. Длігач. — К.: Алерта, 2012. — 272 с.
16. Длігач, А. О. Системно-рефлексивний маркетинг у сучасному підприємстві [Текст] / А. О. Длігач // Маркетинг в Україні. — 2010. — № 5. — С. 43–47.
17. Длігач, А. О. Системно-рефлексивне стратегічне маркетингове управління [Текст] / А. О. Длігач // Вісник Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. — 2013. — № 11(152). — С. 28–34.
18. Томас, Т. Л. Рефлексивное управление в России: теория и военные приложения [Текст] / Тимати Л. Томас // Рефлексивные процессы и управление. — 2002. — № 1, Т. 2. — С. 71–89.
19. Лефевр, В. А. Элементы логики рефлексивных игр [Текст] / В. А. Лефевр // Проблемы инженерной психологии. — 1966. — Вып. IV. — М.: АН СССР. — 127 с.
20. Зозулев, А. В. Маркетинговые исследования: теория, методология, статистика [Текст]: учеб. пос. / А. В. Зозулев, С. А. Солнцев. — М., К.: Знання, 2008. — 643 с.
21. Лепа, Р. Н. Рефлексивные процессы в экономике: концепции, модели, прикладные аспекты: монографія [Текст] / Р. Н. Лепа, Ю. Г. Лысенко, Т. В. Меркулова, А. И. Пушкар, Е. В. Дымченко, А. А. Длігач и др.; под ред. Р. Н. Лепа; Нац. акад. наук Украины, Ин-т экономики пром-сти, Донец. нац. ун-т. — Донецк: «Ноулидж», Донец. отд-ние, 2011. — 422 с.

#### РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМО-РЕФЛЕКСИВНОГО МАРКЕТИНГА

В статье рассмотрена системно-рефлексивная парадигма стратегического маркетингового управления, учитывающая глобализацию рыночной среды. Предложена математическая модель рыночного успеха, которая отражает степень реализации интересов ключевых стейкхолдеров бизнеса, доминирование на базовом рынке, адекватность базового рынка степени глобализованности рыночной среды, стратегические намерения.

**Ключевые слова:** стратегическое управление, маркетинг, стратегический маркетинг, рефлексивное управление, системно-рефлексивный маркетинг.

*Длігач Андрій Олександрович, кандидат економічних наук, доцент, кафедра міжнародної економіки та маркетингу, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Україна, e-mail: ad@advanter.ua.*

*Длігач Андрей Александрович, кандидат экономических наук, доцент, кафедра международной экономики и маркетинга, Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, Украина.*

*Dligach Andrii, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine, e-mail: ad@advanter.ua*

УДК 656.611.2:339.9

Постан М. Я.,  
Савельева И. В.

## МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ РАВНОВЕСНОГО РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПОРТОВЫХ ОПЕРАТОРОВ В КОНКУРЕНТНОЙ СРЕДЕ ТИПА ОЛИГОПОЛИИ

*Предложен метод определения равновесного решения для портовых операторов в конкурентной среде типа олигополии, основанный на сочетании методов микроэкономики и теории задач оптимизации транспортного типа. Учитывается возможность интеграции отдельных пунктов перевалки груза с транспортными предприятиями. Найдены равновесные по Курно и по Стэжельбергу решения задачи распределения грузопотоков из заданного множества пунктов вывоза в заданное множество пунктов назначения через множество пунктов перевалки.*

**Ключевые слова:** портовые операторы, конкуренция, олигополия, транспортная задача, равновесие по Курно, равновесие по Стэжельбергу.

### 1. Введение

Локальный рынок, на котором действуют операторы портовых терминалов (ОПТ), предполагает определенную конкуренцию между ОПТ по качеству и стоимости оказываемых ими услуг по перегрузке груза. При этом конкуренцию необходимо понимать как расширенное сотрудничество между ОПТ с целью увеличения грузо-

оборота и прибыли. Для того чтобы занять устойчивую позицию на данном секторе рынка, ОПТ должен располагать соответствующей конкурентной стратегией. В настоящее время конкурентная стратегия и основанная на ней концепция отраслевого анализа, анализа конкурентов и стратегического позиционирования являются общепринятой в практике менеджмента. Научные основы разработки такой стратегии заложены в работе [1]. Как

отмечает сам М. Портер, его книга «...определила круг явлений, которые впервые подверглись математическому исследованию экономистов, вооруженных новыми методами теории игр» [1]. Однако в настоящее время исследований по теории конкуренции в сфере транспорта и логистики, которые используют математические методы, явно недостаточно, что обуславливает актуальность данной работы.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Классические методы анализа конкурентной среды, разработанные в математической экономике [2, 3], в последние две декады начали активно развиваться, главным образом, благодаря их приложению к логистике [4–6]. В основном все они сводятся к поиску эффективных равновесных решений (например, в смысле Курно, Стэкельберга и др.) в конкурентной среде типа олигополии. В то же время деятельность транспортных предприятий, включая порты, характеризуется определенной спецификой, которую желательно учитывать при моделировании и экономическом анализе конкурентной борьбы и разработке конкурентных стратегий предприятий, образующих олигополию [7].

Целью данной работы является разработка метода определения равновесного решения для ОПТ в конкурентной среде типа олигополии, основанного на сочетании методов, разработанных в микроэкономике (теория фирмы [2, 3]) и в исследовании операций (оптимизационные задачи транспортного типа [8, 9]). Для достижения указанной цели необходимо построить и исследовать соответствующие математические модели, основанные на нелинейных оптимизационных задачах транспортного типа. Такой подход позволяет получить ОПТ конкретные количественные и качественные рекомендации по привлечению грузооборота в условиях кооперации с конкурентами и транспортными компаниями. Эти рекомендации касаются возможных скидок ОПТ с базовых тарифов на перегрузку груза с одного вида транспорта на другой. Формально эти скидки вводятся в целевые функции (суммарной прибыли ОПТ и транспортных предприятий) с помощью так называемых функций спроса.

## 3. Результаты исследования равновесных решений олигополии

Пусть имеется  $n$  пунктов вывоза (производства) однотипной продукции, а также  $m$  пунктов ее завоза (потребления). Вся вывозимая продукция перевозится через  $r$  промежуточных перевалочных пунктов или портовых терминалов (ПТ). Введем следующие условные обозначения:

$x_{ik}$  — количество продукции, которое планируется к перевозке из  $i$ -го пункта вывоза в  $k$ -й ПТ;

$y_{kj}$  — количество продукции, которое планируется к перевозке из  $k$ -го ПТ в  $j$ -й пункт потребления.

Таким образом, в данной ситуации возникает конкуренция между ОПТ за груз, который проходит через ПТ. В этой конкурентной борьбе принимают активное участие также и транспортные предприятия, обеспечивающие перевозку груза. Будем считать, что имеются две транспортные компании: первая из них выполняет перевозки из пунктов вывоза в ПТ, а вторая — из ПТ в пункты

завоза. Оценим прибыль, получаемую участниками транспортного процесса за перевозку и перевалку груза через  $k$ -й ПТ. Для предприятий перевозчиков она составит:

$$\sum_{i=1}^n p_{ik}^{(1)} x_{ik} + \sum_{j=1}^m p_{kj}^{(2)} y_{kj}, \quad (1)$$

где  $p_{ik}^{(1)}$  ( $p_{kj}^{(2)}$ ) — прибыль, получаемая первым (вторым) транспортным предприятием за перевозку единицы груза через  $k$ -й ПТ. Что касается прибыли, получаемой  $k$ -м ПТ за выгрузку и погрузку продукции, то ее будем определять по следующим формулам соответственно:

$$\sum_{i=1}^n \left[ \left( p^{(1)} - d^{(1)} \sum_{l=1}^r x_{il} \right) x_{ik} - c_k^{(1)} x_{ik} \right], \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m \left[ \left( p^{(2)} - d^{(2)} \sum_{l=1}^r y_{lj} \right) y_{kj} - c_k^{(2)} y_{kj} \right]. \quad (3)$$

В (2) и (3) приняты следующие условные обозначения:  $p^{(1)}$  ( $p^{(2)}$ ) — максимально возможная цена за выгрузку (погрузку) продукции на ПТ (рыночный потенциал на услуги ОПТ по выгрузке (погрузке));  $c_k^{(1)}$  ( $c_k^{(2)}$ ) — расходы на выгрузку (погрузку) единицы продукции в  $k$ -м ПТ;  $d^{(1)}$  ( $d^{(2)}$ ) — положительные параметры, определяющие эластичность спроса на услуги  $k$ -го ОПТ по выгрузке (погрузке) продукции; они показывают снижение цены при единичном увеличении объема перевалки груза.

Отметим, что выражения в круглых скобках в (2) и (3) являются так называемыми функциями спроса [2]. С помощью параметров  $d^{(1)}$ ,  $d^{(2)}$  операторы ПТ реализуют свою конкурентную стратегию путем снижения базовых тарифов  $p^{(1)}$ ,  $p^{(2)}$  на выполнение погрузочно-разгрузочных операций.

Таким образом, с учетом выражений (1)–(3) суммарная прибыль предприятий-перевозчиков и  $k$ -го ОПТ составит:

$$\begin{aligned} \Pi_k = & \sum_{i=1}^n p_{ik}^{(1)} x_{ik} + \sum_{j=1}^m p_{kj}^{(2)} y_{kj} + \\ & + \sum_{i=1}^n \left( \pi_k^{(1)} - d^{(1)} \sum_{l=1}^r x_{il} \right) x_{ik} + \sum_{j=1}^m \left( \pi_k^{(2)} - d^{(2)} \sum_{l=1}^r y_{lj} \right) y_{kj}, \quad (4) \end{aligned}$$

где  $\pi_k^{(1)} = p^{(1)} - c_k^{(1)}$ ,  $\pi_k^{(2)} = p^{(2)} - c_k^{(2)}$ .

Будем считать, что переменные  $x_{ik}$  и  $y_{kj}$  удовлетворяют условию баланса грузооборота для каждого ПТ, т. е.:

$$\sum_{i=1}^n x_{ik} = \sum_{j=1}^m y_{kj}, \quad k = 1, 2, \dots, r. \quad (5)$$

Условие (5) означает, что для каждого ПТ количество завезенной и количество вывезенной продукции должны совпадать. Считаем также, что пропускная способность каждого ПТ достаточна велика, чтобы перегрузить через терминал то количество продукции, которое будет на него доставлено исходя из чисто коммерческих соображений.

Кроме того, естественно считать, что:

$$x_{ik}, y_{kj} \geq 0, \forall i, j, k. \quad (6)$$

Задача поиска равновесного решения в описанной олигополии сводится к максимизации функций (4) по переменным  $x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}, y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{km}$  (для каждого  $k$ ) при условиях (5), (6).

Особенностью сформулированной задачи векторной квадратичной оптимизации является то, что переменные  $x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}, y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{km}$  могут каким-либо образом зависеть друг от друга (в частности, не зависеть друг от друга) вследствие конкуренции между ОПТ. Это обстоятельство необходимо учитывать при определении равновесного решения в описанной конкурентной среде. Например, наиболее простое решение типа равновесия по Курно получится, если предположить, что:

$$\frac{\partial x_{ik}}{\partial x_{il}} = 0, \frac{\partial y_{kj}}{\partial y_{lj}} = 0, k \neq l; \quad \frac{\partial x_{ik}}{\partial y_{lj}} = 0, \frac{\partial y_{kj}}{\partial x_{il}} = 0, \forall l, i, j. \quad (7)$$

Эти соотношения выражают факт взаимной независимости принятия решений всеми ОПТ. В этом случае следует решить  $r$  задач квадратичного программирования на максимум функций (4) при условиях (5)–(7).

Составим  $r$  функций Лагранжа для указанных задач оптимизации:

$$L_k = \Pi_k + \lambda_k \left( \sum_{i=1}^n x_{ik} - \sum_{j=1}^m y_{kj} \right), k = 1, 2, \dots, r,$$

где  $\lambda_k$  — неопределенный множитель.

Приравнявая частные производные функций  $L_k$  по переменным  $x_{ik}$  и  $y_{kj}$  к нулю и учитывая равенства (7), находим:

$$p_{ik}^{(1)} + \pi_k^{(1)} - d^{(1)} \sum_{l \neq k} x_{il} - 2d^{(1)} x_{ik} + \lambda_k = 0, \quad (8)$$

$$p_{kj}^{(2)} + \pi_k^{(2)} - d^{(2)} \sum_{l \neq k} y_{lj} - 2d^{(2)} y_{kj} - \lambda_k = 0. \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что оптимальные значения  $x_{ik}$  и  $y_{kj}$  удовлетворяют уравнениям:

$$\sum_{l=1}^r x_{il} + x_{ik} = \frac{1}{d^{(1)}} (p_{ik}^{(1)} + \pi_k^{(1)} + \lambda_k), i = 1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

$$\sum_{l=1}^r y_{lj} + y_{kj} = \frac{1}{d^{(2)}} (p_{kj}^{(2)} + \pi_k^{(2)} - \lambda_k), j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, r. \quad (11)$$

Из последних равенств получаем:

$$x_{ik} = \frac{1}{d^{(1)}} \left[ p_{ik}^{(1)} + \pi_k^{(1)} + \lambda_k - \frac{1}{r+1} \sum_{l=1}^r (p_{il}^{(1)} + \pi_l^{(1)} + \lambda_l) \right], \quad (12)$$

$$y_{kj} = \frac{1}{d^{(2)}} \left[ p_{kj}^{(2)} + \pi_k^{(2)} - \lambda_k - \frac{1}{r+1} \sum_{l=1}^r (p_{lj}^{(2)} + \pi_l^{(2)} - \lambda_l) \right]. \quad (13)$$

Подставляя выражения для  $x_{ik}$  и  $y_{kj}$  (12), (13) в равенства (5), получим систему линейных уравнений для определения множителей  $\lambda_k$ , решив которую найдем:

$$\lambda_k = \left[ 2 \left( \sum_{l=1}^r \sum_{i=1}^n \frac{p_{il}^{(1)} + \pi_l^{(1)}}{d^{(1)}} - \sum_{l=1}^r \sum_{j=1}^m \frac{p_{lj}^{(2)} + \pi_l^{(2)}}{d^{(2)}} \right) - \left( - \sum_{i=1}^n \frac{p_{ik}^{(1)} + \pi_k^{(1)}}{d^{(1)}} + \sum_{j=1}^m \frac{p_{kj}^{(2)} + \pi_k^{(2)}}{d^{(2)}} \right) \right] \times \left( \frac{n}{d^{(1)}} + \frac{m}{d^{(2)}} \right)^{-1}, k = 1, 2, \dots, r. \quad (14)$$

Таким образом, равновесное по Курно решение олигополии дается формулами (12)–(14). Это решение имеет смысл только при условии неотрицательности переменных  $x_{ik}$  и  $y_{kj}$ , откуда вытекает необходимость выполнения следующих условий разрешимости олигополии (12), (13):

$$p_{ik}^{(1)} + \pi_k^{(1)} + \lambda_k \geq \frac{1}{r+1} \sum_{l=1}^r (p_{il}^{(1)} + \pi_l^{(1)} + \lambda_l),$$

$$p_{kj}^{(2)} + \pi_k^{(2)} - \lambda_k \geq \frac{1}{r+1} \sum_{l=1}^r (p_{lj}^{(2)} + \pi_l^{(2)} - \lambda_l),$$

$$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, r.$$

Аналогичным образом может быть проанализирован случай ограниченной пропускной способности ПТ. Пусть  $w_k$  означает пропускную способность  $k$ -го ПТ. Тогда к условиям (5) следует добавить такие ограничения:

$$\sum_{i=1}^n x_{ik} \leq w_k, k = 1, 2, \dots, r.$$

В этом случае функции Лагранжа задач квадратичной оптимизации примут вид:

$$L_k = \Pi_k + \lambda_k \left( \sum_{i=1}^n x_{ik} - \sum_{j=1}^m y_{kj} \right) + \mu_k \left( \sum_{i=1}^n x_{ik} - w_k \right),$$

$$k = 1, 2, \dots, r,$$

где  $\mu_k$  — дополнительные множители Лагранжа. Необходимые и достаточные условия разрешимости таких задач даются теоремой Куна-Таккера [10]. В остальном, исследование проводится аналогично вышеизученному случаю.

Более сложный анализ рассматриваемой олигополии предполагает наличие реакции конкурирующих ОПТ при определении оптимальных планов перевозки и перевалки продукции, т. е. нарушение всех или некоторых условий (7). Например, в рамках предложенного подхода можно определить равновесное в смысле Стэкельберга решение, когда некоторые из ОПТ считают, что конкуренты будут вести себя как олигополисты Курно. Пусть, к примеру,  $r = 2$  и рассмотрим случай, когда

один или оба ОПТ считают, что конкурент будет вести себя как дуополист Курно (предполагаем, что  $w_k = \infty$ ,  $k = 1, 2, \dots, r$ ). Предположим, что первый ОПТ считает, что второй ОПТ будет реагировать согласно зависимости Курно (10), (11), т. е.:

$$\begin{aligned} x_{i2} &= \frac{p_{i2}^{(1)} + \pi_2^{(1)} + \lambda_2}{2d^{(1)}} - \frac{1}{2}x_{i1}, \\ y_{2j} &= \frac{p_{2j}^{(2)} + \pi_2^{(2)} - \lambda_2}{2d^{(2)}} - \frac{1}{2}y_{1j}, \end{aligned} \quad (15)$$

откуда имеем:

$$\frac{\partial x_{i2}}{\partial x_{i1}} = -\frac{1}{2}, \quad \frac{\partial y_{2j}}{\partial y_{1j}} = -\frac{1}{2}. \quad (16)$$

Теперь следует максимизировать функцию Лагранжа:

$$L_1^{(1)} = \Pi_1 + \lambda_1^{(1)} \left( \sum_{i=1}^n x_{i1} - \sum_{j=1}^m y_{1j} \right),$$

при дополнительных условиях (16) ( $\lambda_1^{(1)}$  — новый неопределенный множитель). С учетом (4) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_1^{(1)}}{\partial x_{i1}} &= p_{i1}^{(1)} + \pi_1^{(1)} - d^{(1)} \left( \frac{3}{2}x_{i1} + x_{i2} \right) + \lambda_1^{(1)} = 0, \\ \frac{\partial L_1^{(1)}}{\partial y_{1j}} &= p_{1j}^{(2)} + \pi_1^{(2)} - d^{(2)} \left( \frac{3}{2}y_{1j} + y_{2j} \right) - \lambda_1^{(1)} = 0, \end{aligned}$$

откуда:

$$\begin{aligned} x_{i1} &= \frac{p_{i1}^{(1)} + \pi_1^{(1)} - d^{(1)}x_{i2} + \lambda_1^{(1)}}{\frac{3}{2}d^{(1)}}, \\ y_{1j} &= \frac{p_{1j}^{(2)} + \pi_1^{(2)} - d^{(2)}y_{2j} - \lambda_1^{(1)}}{\frac{3}{2}d^{(2)}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Множитель  $\lambda_1^{(1)}$  находится из условий (5), подставляя в которые соотношения (17), получим:

$$\lambda_1^{(1)} = \frac{\left[ \frac{1}{d^{(2)}} \left( \sum_{j=1}^m p_{1j}^{(2)} + m\pi_1^{(2)} \right) - \frac{1}{d^{(1)}} \left( \sum_{i=1}^n p_{i1}^{(1)} + n\pi_1^{(1)} \right) \right]}{\frac{n}{d^{(1)}} + \frac{m}{d^{(2)}}}.$$

Тогда результаты для обоих операторов будут зависеть от поведения второго ОПТ. Если второй ОПТ, по предположению первого ОПТ, пользуется реакцией Курно, то равновесие Стэкельберга для первого оператора дается соотношениями (15), (17):

$$x_{i1} = \frac{p_{i1}^{(1)} + \pi_1^{(1)} - d^{(1)} \left( \frac{p_{i2}^{(1)} + \pi_2^{(1)} + \lambda_2}{2d^{(1)}} - \frac{1}{2}x_{i1} \right) + \lambda_1^{(1)}}{\frac{3}{2}d^{(1)}},$$

$$y_{1j} = \frac{p_{1j}^{(2)} + \pi_1^{(2)} - d^{(2)} \left[ \frac{p_{2j}^{(2)} + \pi_2^{(2)} - \lambda_2}{2d^{(2)}} - \frac{1}{2}y_{1j} \right] - \lambda_1^{(1)}}{\frac{3}{2}d^{(2)}}.$$

Отсюда находим:

$$x_{i1} = \frac{p_{i1}^{(1)} + \pi_1^{(1)} - \frac{p_{i2}^{(1)} + \pi_2^{(1)} + \lambda_2}{2} + \lambda_1^{(1)}}{2d^{(1)}}, \quad (18)$$

$$y_{1j} = \frac{p_{1j}^{(2)} + \pi_1^{(2)} - \frac{p_{2j}^{(2)} + \pi_2^{(2)} - \lambda_2}{2} - \lambda_1^{(1)}}{2d^{(2)}}. \quad (19)$$

Эти равенства справедливы только при следующих условиях:

$$2(p_{i1}^{(1)} + \pi_1^{(1)} + \lambda_1^{(1)}) \geq p_{i2}^{(1)} + \pi_2^{(1)} + \lambda_2, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$2(p_{1j}^{(2)} + \pi_1^{(2)} - \lambda_1^{(1)}) \geq p_{2j}^{(2)} + \pi_2^{(2)} - \lambda_2, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Если же предположить, что второй ОПТ не использует реакцию Курно, а действует сам в соответствие с реакцией Стэкельберга, т. е. каждый ОПТ неправильно предполагает, что другой использует наивное допущение Курно, то наряду с (17) будут справедливы равенства:

$$\begin{aligned} x_{i2} &= \frac{p_{i2}^{(1)} + \pi_2^{(1)} - d^{(1)}x_{i1} + \lambda_2^{(1)}}{\frac{3}{2}d^{(1)}}, \\ y_{2j} &= \frac{p_{2j}^{(2)} + \pi_2^{(2)} - d^{(2)}y_{1j} - \lambda_2^{(1)}}{\frac{3}{2}d^{(2)}}. \end{aligned} \quad (20)$$

В (20)  $\lambda_2^{(1)}$  — новый неопределенный множитель, который также находится с помощью условий (5) и равен:

$$\lambda_2^{(1)} = \frac{\left[ \frac{1}{d^{(2)}} \left( \sum_{j=1}^m p_{2j}^{(2)} + m\pi_2^{(2)} \right) - \frac{1}{d^{(1)}} \left( \sum_{i=1}^n p_{i2}^{(1)} + n\pi_2^{(1)} \right) \right]}{\frac{n}{d^{(1)}} + \frac{m}{d^{(2)}}}.$$

Соотношения (20) справедливы только при выполнении соответствующих условий неотрицательности переменных.

Решая совместно системы уравнений (17) и (19), получаем решение дуополии, которое можно назвать неравновесием Стэкельберга, т. е.:

$$\begin{aligned} x_{i1} &= \frac{2}{5d^{(1)}} \left[ 3(p_{i1}^{(1)} + \pi_1^{(1)} + \lambda_1^{(1)}) - 2(p_{i2}^{(1)} + \pi_2^{(1)} + \lambda_2^{(1)}) \right], \\ x_{i2} &= \frac{2}{5d^{(1)}} \left[ 3(p_{i2}^{(1)} + \pi_2^{(1)} + \lambda_2^{(1)}) - 2(p_{i1}^{(1)} + \pi_1^{(1)} + \lambda_1^{(1)}) \right], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} y_{1j} &= \frac{2}{5d^{(2)}} \left[ 3(p_{1j}^{(2)} + \pi_1^{(2)} - \lambda_1^{(1)}) - 2(p_{2j}^{(2)} + \pi_2^{(2)} - \lambda_2^{(1)}) \right], \\ y_{2j} &= \frac{2}{5d^{(2)}} \left[ 3(p_{2j}^{(2)} + \pi_2^{(2)} - \lambda_2^{(1)}) - 2(p_{1j}^{(2)} + \pi_1^{(2)} - \lambda_1^{(1)}) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Вычисляя значения целевых функций (4) для разных решений олигополии (12), (13), (18), (19) и (21), (22), можно оценить их приемлемость для конкурирующих ОПТ.

К другим возможным решениям олигополии относится соглашение всех или некоторых ОПТ и транспортных компаний о максимизации их общей прибыли, т. е. выражения:

$$\Pi = \sum_{k=1}^r \Pi_k = \sum_{k=1}^r \left[ \sum_{i=1}^n \left( p_{ik}^{(1)} + \pi_k^{(1)} - d^{(1)} \sum_{l=1}^r x_{il} \right) x_{ik} + \sum_{j=1}^m \left( p_{kj}^{(2)} + \pi_k^{(2)} - d^{(2)} \sum_{l=1}^r y_{lj} \right) y_{kj} \right],$$

при условиях (5), (6). Последнее выражение можно переписать в таком виде:

$$\begin{aligned} \Pi = \sum_{k=1}^r \left[ \sum_{i=1}^n \left( p_{ik}^{(1)} + \pi_k^{(1)} \right) x_{ik} + \sum_{j=1}^m \left( p_{kj}^{(2)} + \pi_k^{(2)} \right) y_{kj} \right] - \\ - d^{(1)} \sum_{i=1}^n \left( \sum_{k=1}^r x_{ik} \right)^2 - d^{(2)} \sum_{j=1}^m \left( \sum_{k=1}^r y_{kj} \right)^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Отметим, что квадратичная форма в правой части (23) отрицательно полуопределена, поэтому (23) выпуклая вверх функция.

Вычисляя значения целевых функций (4) и (23) для разных решений олигополии (12), (13), (18), (19) и (21), (22), можно оценить их приемлемость для конкурирующих ОПТ.

В общем случае можно рассматривать конкуренцию между различными картелями, которые образуют некоторые ОПТ в целях максимизации общей прибыли картеля за перевалку груза. Общее число возможных картелей  $N$  равно сумме чисел возможных разбиений множества из  $r$  ОПТ на  $m \leq r$  непересекающихся подмножеств, причем [11]:

$$N = S(r, 1) + S(r, 2) + \dots + S(r, r),$$

где

$$S(r, m) = \frac{1}{m!} \sum_{j=0}^m C_m^j (-1)^j (m-j)^r.$$

В такой рыночной структуре каждый картель будет стремиться максимизировать свою общую прибыль при

условиях (5), (6). Здесь также можно рассматривать условия равновесия по Курно, Стэксельбергу и другим, но только применительно к отдельным картелям.

#### 4. Выводы

Приведенный выше методический подход для определения равновесных решений олигополии позволяет выработать ОПТ такую конкурентную стратегию, которая дает возможность максимизировать совместную прибыль ОПТ и транспортных компаний, т. е. с учетом не только интересов ОПТ, но перевозчиков. Эффект здесь достигается за счет рационального сочетания кооперации и конкуренции между ОПТ, включая кооперацию ОПТ с транспортными компаниями. Достоинством предложенного подхода является то, что он позволяет проводить вариантыные расчеты путем варьирования параметров  $d^{(1)}$ ,  $d^{(2)}$ , определяющих размеры скидок клиентам ОПТ за перевалку груза. С другой стороны, описанный выше метод учитывает также и фактор различной удаленности пунктов вывоза и завоза груза от отдельных ПТ через расходную составляющую параметров  $p_{ik}^{(1)}$ ,  $p_{kj}^{(2)}$ .

В дальнейших исследованиях по данной проблеме перспективным представляется изучение следующих более общих ситуаций, а именно:

- рассмотрение нескольких конкурирующих между собой транспортных компаний, например, обеспечивающих завоз груза на ПТ;
- включение в модель предприятий, производящих продукцию одной и той же номенклатуры и конкурирующих на общем рынке.

#### Литература

- Портер, М. Конкурентная стратегия. Методика анализа отраслей и конкуренции [Текст] / М. Портер. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2007. — 453 с.
- Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория [Текст] / М.: Интрилигатор. — М.: Прогресс, 1975. — 606 с.
- Ястремський, О. І. Основи мікроекономіки [Текст]: підручник / О. І. Ястремський, О. Г. Гриценко. — К.: Знання, 1998. — 673 с.
- Brandimarte, P. Introduction to Distribution Logistics [Text] / P. Brandimarte, G. Zotteri. — John Wiley & Sons, Inc., 2007. — 590 p. doi:10.1002/9780470170052.
- Холоденко, А. М. Вертикальная интеграция в логистической цепочке поставок [Текст] / А. М. Холоденко, В. А. Сударев // Методи та засоби управління розвитком транспортних систем. — 2004. — Вип. 7. — С. 208–221.
- Кобець, В. М. Рівновага логістичної системи при горизонтальній інтеграції учасників в умовах інформаційної асиметрії [Текст] / В. М. Кобець // Методи та засоби управління розвитком транспортних систем. — 2009. — Вип. 9. — С. 83–101.
- Савельева, И. В. Принципы стратегического управления в деятельности оператора контейнерного терминала [Текст] / И. В. Савельева. — Одесса: Астропринт, 2012. — 304 с.
- Постан, М. Я. Экономико-математические модели смешанных перевозок [Текст] / М. Я. Постан. — Одесса: Астропринт, 2006. — 376 с.
- Гольштейн, Е. Г. Задачи линейного программирования транспортного типа [Текст] / Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин. — М.: Наука, 1969. — 382 с.

10. Кюнц, Г. П. Нелинейное программирование [Текст] / Г. П. Кюнц, В. Крелле. — М.: Советское радио, 1965. — 303 с.
11. Odell, P. L. Cluster Analysis [Text] / P. L. Odell, B. S. Duran // Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. — Springer Berlin Heidelberg, 1974. — 140 p. doi:10.1007/978-3-642-46309-9.

**МЕТОД ЗНАХОДЖЕННЯ РІВНОВАЖНОГО РІШЕННЯ ДЛЯ ПОРТОВИХ ОПЕРАТОРІВ У КОНКУРЕНТНОМУ СЕРЕДОВИЩІ ТИПУ ОЛІГОПОЛІЇ**

Запропоновано метод визначення рівноважного рішення для портів операторів у конкурентному середовищі типу олігополії, заснований на сполученні методів мікроекономіки та теорії задач оптимізації транспортного типу. Враховується можливість інтеграції окремих пунктів перевалки вантажу з транспортними підприємствами. Знайдені рівноважні за Курно та за Стекельбергом рішення задачі розподілу вантажопотоків із заданої множини пунктів вивезення у задану множини пунктів завезення через множини пунктів перевалки.

**Ключові слова:** портові оператори, конкуренція, олігополія, транспортна задача, рівновага за Курно, рівновага за Стекельбергом.

*Постан Михайл Яковлевич, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри менеджменту і маркетингу на морському транспорті, Одеський національний морський університет, Україна, e-mail: postan@ukr.net.*

*Савельєва Ірина Владиславівна, доктор економічних наук, доцент, кафедра морських перевезень, Одеський національний морський університет, Україна, e-mail: savirina@gmail.com.*

*Постан Михайло Якович, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри менеджменту і маркетингу на морському транспорті, Одеський національний морський університет, Україна.*

*Савельєва Ірина Владиславівна, доктор економічних наук, доцент, кафедра морських перевезень, Одеський національний морський університет, Україна.*

*Postan Mykhaylo, Odessa National Maritime University, Ukraine, e-mail: postan@ukr.net.*

*Savel'eva Iryna, Odessa National Maritime University, Ukraine, e-mail: savirina@gmail.com*