**Ключевые слова:** смазочно-охлаждающая жидкость, антифрикционные присадки, детали трения, долговечность, гидросистема, трибосопряжения.

Прасолов Євген Якович, кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри безпеки життедіяльності, Полтавська державна аграрна академія, Україна, e-mail: belovol\_sa@mail.ru. Семененко Роман Сергійвич, кафедра безпеки життедіяльності, Полтавська державна аграрна академія, Україна, e-mail: belovol\_sa@mail.ru.

**Прасолов Евгений Яковлевич,** кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры безопасности жизнедеятельности, Полтавская государственная аграрная академия, Украина. **Семененко Роман Сергеевич,** кафедра безопасности жизнедеятельности, Полтавская государственная аграрная академия, Украина.

Prasolov Yevgeniy, Poltava State Agrarian Academy, Ukraine, e-mail: belovol\_sa@mail.ru.

Semenenko Roman, Poltava State Agrarian Academy, Ukraine, e-mail: belovol\_sa@mail.ru

УДК 004.01:519.8 DOI: 10.15587/2312-8372.2014.28067

# Несторенко А. В.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОГИСТИКИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТАХ БАЗОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

Исследованы причины низкой эффективности основных моделей складской логистики. Проанализировано построение моделей управления запасами с компенсируемым и некомпенсируемым дефицитом. Доказано, что при базовых допущениях допускать некомпенсируемый дефицит экономически неэффективно. Построены уточненные математические модели с компенсируемым дефицитом. Определены условия их применения при различных вариантах базовой информации.

**Ключевые слова:** информационная система, логистика, математические модели, компенсируемый и некомпенсируемый дефицит, оптимизация.

#### 1. Введение

Логистические процессы промышленных предприятий имеют сложную, нелинейную структуру, которая образуется под воздействием множества факторов внутренней и внешней среды. Для ее описания требуется значительное количество параметров и большой массив информации. Поэтому для эффективной логистики требуется создание эффективной информационной системы, основанной на принятии оптимальных управленческих решений при различных вариантах базовой информации. Согласно К. Эрроу, «экономика настолько сложна, что без математики, упрощающей реальный мир, ее понять невозможно» [1]. Для эффективного функционирования информационной системы логистики, зачастую, недостаточно применения интуитивных методов принятия решений. Поэтому, возникает необходимость использования математических моделей. Одними из основных методов принятия решений в информационной системе складской логистики являются оптимизационные модели управления запасами [2] с применением информационных технологий их поддержки [3]. Но на практике они используются достаточно редко в связи с их низкой адекватностью реальным логистическим процессам [4-6].

Следовательно, построение математических моделей управления запасами с высокой степенью адекватности при различных вариантах базовой информации является актуальной проблемой при создании эффективной

информационной системы логистики промышленного предприятия.

#### 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

В своей работе «A Scientific Routine for Stock Control» (1934) Р. Вильсон определил связь между материальными и финансовыми потоками складской логистики, в результате чего и была создана оптимизационная математическая модель управления запасами без дефицита или модель EOQ (англ. the basic economic order quantity model) [7]. За прошедшее время на основе модели Вильсона был создан комплекс моделей управления запасами для различных вариантов функционирования логистических процессов. По оценке Д. Тектова на 2003 год, «собрано 336 моделей на предмет их классификации» [8]. Но, по мнению А. Стерлиговой, «можно утверждать, что рассматриваемый инструментарий (в т. ч. все модификации формулы Вильсона) имеет негативную репутацию среди специалистов. Его считают чисто теоретическим, неприемлемым для практики» [5, 6].

Одним из основных обстоятельств такого отношения к моделям управления запасами А. Стерлигова считает тот факт, что «результат расчета имеет существенное отклонение от принятых на практике партий заказов» [5, 6]. Следовательно, необходимо определить и устранить причины низкой адекватности математических моделей управления запасами.

При построении математической модели в экономике «мы имеем дело с двумя видами абстракций: абстракциями как упрощениями реальных ситуаций (опускание менее важных аспектов независимо от того, насколько обоснованно автор определяет их значимость и незначимость) и абстракциями как идеальными объектами, обладающими некоторым сходством с реальными, но более простыми для анализа» (Автономов В. С.) [9].

Часть исследователей видят возникшую проблему в первом виде абстракции:

— в определении значимости и незначимости некоторых аспектов и предлагают модифицированные модели EOQ «с учетом дополнительно вводимых факторов, что максимально приближает их к практическому применению в бизнесе» [10], например, модель с учетом изменения расходов на поставку, модель с учетом неравномерного времени выполнения заказа и спроса на материал [11], модель с НДС [12] и др.; — в различной интерпретации параметров логистического процесса [13], т. е. существуют различные подходы к формированию затрат на доставку и хранение продукции, к определению штрафных санкций от возникновения дефицита [14];

— в специфике различных отраслей народного хозяйства [15, 16].

Другая часть исследователей считает, что проблема заложена во втором виде абстракции, и предлагает модели, основанные на принципах и методах, отличных от использованных Вильсоном при построении модели ЕОQ без определения причин их низкого сходства с реальными логистическими процессами. В частности, используются методы системной динамики [17], динамического моделирования [18], стохастического моделирования [19] и т. д.

#### 3. Цель и задачи исследования

Целью работы является повышение адекватности математических моделей управления запасами с дефицитом для увеличения эффективности информационной системы логистики предприятия.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

определить причины низкой адекватности математических моделей управления запасами с дефицитом;
 устранить эти причины и построить новые математические модели управления запасами с дефицитом;
 определить условия применения этих моделей на практике.

## 4. Анализ построения моделей управления запасами с дефицитом

**4.1.** Анализ построения модели управления запасами с некомпенсируемым дефицитом. Одними из основных экономико-математических моделей в управлении запасами, построенных на базе модели EOQ, являются модели управления запасами с дефицитом (англ. EOQ with shortages), которые характеризуются следующими допущениями:

- интенсивность потребления является априорно известной и постоянной величиной;
- заказ доставляется со склада, на котором хранится ранее произведенный товар;

- время поставки заказа является известной и постоянной величиной;
- каждый заказ поставляется в виде одной партии;
- затраты на осуществление заказа не зависят от размера заказа;
- затраты на хранение запаса пропорциональны его размеру;
- отсутствие запаса (дефицит) является допустимым. Существуют два варианты функционирования логистических процессов с дефицитом. Если спрос на продукцию, возникающий в период отсутствия запаса, остается неудовлетворенным, говорят о работе с некомпенсируемым дефицитом. В противном случае с компенсируемым дефицитом.

Введем следующую систему обозначений:

T — горизонт планирования (дн.);

D — спрос за период T (ед./Т);

 $c_S$  — стоимость подачи одного заказа (€);

 $c_1$  — стоимость хранения единицы товара за период T (€/ед.);

 $t_S$  — время между выполнениями заказов (дн.);

 $t_1$  — время наличия товара на складе (дн.);

 $t_2$  — время отсутствия товара на складе (дн.);

μ – ежедневный спрос (ед./дн.);

р — закупочная цена (€/ед.);

r — процентная ставка в день;

q — объем фактического заказа (ед.);

 $q^*$  — необходимый объем заказа для удовлетворения спроса за время  $t_S$  (ед.);

S — объем запаса на складе (ед.);

 $c_2$  — штрафные санкции от возникновения дефицита единицы товара за период T (€/ед.);

TC — общие затраты за период T (€);

R — наценка на единицу товара;

 $R_1$  — наценка на единицу товара при компенсируемом дефиците;

П — прибыль за период T (€/ед.).

Постановка задачи: определить время между поставками  $t_S$  (дн.) (объем партии поставки q (ед.)), чтобы общие издержки TC на закупку, доставку товара и потери от возникновения дефицита за период T были минимальны при неполном удовлетворении спроса за этот период.

В [20] представлен принцип построения моделей управления запасами с дефицитом в описательном виде:

```
Общая_стоимость_за_период_T = Общая_стоимость_подачи_заказа_за_период_T + Общая_стоимость_хранения_запасов_за_период_T + Общая_стоимость_отсутствия_запасов_за_период_T, (1)
```

где

Общая\_стоимость\_подачи\_заказа\_за\_период\_
$$T$$
 = Стоимость\_подачи\_одного\_заказа \* Число\_заказов\_за\_период\_ $T$ , (2)

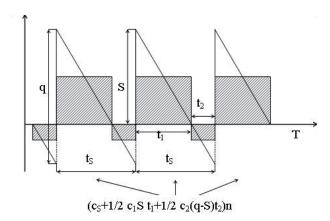
Общая\_стоимость\_хранения\_запасов\_за\_период\_
$$T$$
 = Стоимость\_хранения\_ед.\_продукции\_за\_период\_хранения \* Средний\_размер\_запаса, (3)

Общая\_стоимость\_отсутствия\_запасов\_за\_период\_
$$T$$
 = Стоимость\_отсутствия\_ед.\_продукции\_за\_период\_ дефицита \* Средний\_размер\_дефицита. (4)

Что эквивалентно принципу:

Общая\_стоимость\_запасов\_за\_период\_T = (Стоимость\_подачи\_одного\_заказа + Стоимость\_хранения\_запасов\_за\_один\_цикл + Стоимость\_отсутствия\_запасов\_за\_один\_цикл) \* Число\_заказов\_за\_период\_T. (5)

Графическая интерпретация вывода уравнения представлена на рис. 1.



**Рис. 1.** Графическая интерпретация вывода уравнения общей стоимости запасов за период T в моделях управления запасами с дефицитом

В модели с некомпенсируемым дефицитом аналитическая зависимость общих издержек  $TC_W$  от объема поставки имеет вид:

$$TC(q^*,q) = \frac{c_S D}{q^*} + \frac{1}{2}c_1 T \frac{q^2}{q^*} + \frac{1}{2}c_2 T \frac{(q^* - q)^2}{q^*}.$$
 (6)

Оптимальный размер заказа и оптимальное время между заказами находится по формулам:

$$q_0 = \sqrt{\frac{2c_S D}{c_1 T}} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}} = q_{0W} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}},$$

$$t_{S0} = \sqrt{\frac{2c_S D}{c_1 T}} \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2}} = t_{S0W} \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2}}.$$

(7)

Минимальные издержки равны:

$$TC_0 = \sqrt{2c_S c_1 DT} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}} = TC_{0W} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}}.$$
 (8)

Вывод: так как оптимальные издержки в модели без дефицита равны  $\sqrt{2c_Sc_1DT}$ , что больше чем в (8), то некомпенсируемый дефицит допускать экономически эффективно, если его планировать (находить по формулам (7)).

Под стоимостью хранения единицы товара за период T подразумеваются альтернативные затраты, понесенные за период T из-за покупки единицы товара по цене p. Другими словами, она равна сумме денег,

которые можно было бы заработать за период T, если бы на сумму p начислялся ежедневный процент r. Т. е.,  $c_1 = prT$ . Поэтому, при построении второго слагаемого формулы (6), для определения объема хранения продукции за один цикл  $(1/2qt_1)$ , применялся кумулятивный метод.

В ситуации с некомпенсируемым дефицитом, под штрафными санкциями от возникновения дефицита единицы товара за период T подразумевается недополученная прибыль, т. е.  $c_2^1 = Rp$ . Поэтому, при построении третьего слагаемого формулы (6), для определения размера дефицита за один цикл, необходимо применять аддитивный метод, а не кумулятивный. Таким образом, он равен  $q^* - q$ , а не  $1/2(q^* - q)t_2$ .

Кумулятивный метод применим, в этом случае, при нахождении альтернативных затрат от штрафных санкций от возникновения дефицита единицы товара за период T, которые равны  $c_2^2 = RprT$ .

Объединив эти затраты, получим, что стоимость отсутствия запасов за период T равна:

$$c_2^1 D \frac{q^* - q}{q^*} + \frac{1}{2} c_2^2 T \frac{(q^* - q)^2}{q^*}.$$
 (9)

Кроме того, после проведенного анализа вывода формулы (6), были сделаны следующие замечания [21]:

- в модели с дефицитом общие издержки за период  $t_S$  находились как сумма стоимости доставки, относящейся к началу цикла, и стоимости хранения и отсутствия запасов относящейся к концу цикла, т. е. при суммировании не приводились к одному моменту времени (5);
- в модели с дефицитом общие издержки за период T рассчитывались как произведение стоимости доставки и хранения партии размера q за один цикл на количество циклов n (n = D/q) за период T, и не учитывалось, что эти суммы относились к разным моментам времени, т. е. при суммировании не приводились к одному моменту времени (5).
- **4.2.** Анализ построения модели управления запасами с компенсируемым дефицитом. В модели с компенсируемым дефицитом аналитическая зависимость общих издержек  $TC_W$  от объема поставки имеет вид:

$$TC(q,S) = \frac{c_S D}{q} + \frac{1}{2}c_1 T \frac{S^2}{q} + \frac{1}{2}c_2 T \frac{(q-S)^2}{q}.$$
 (10)

Оптимальный размер заказа (оптимальное время между заказами) и максимальный объем хранящейся на складе продукции (время наличия товара на складе) находятся по формулам:

$$q_{0} = \sqrt{\frac{2c_{S}D}{c_{1}T}} \sqrt{\frac{c_{1} + c_{2}}{c_{2}}} = q_{0W} \sqrt{\frac{c_{1} + c_{2}}{c_{2}}},$$

$$t_{S0} = \sqrt{\frac{2c_{S}D}{c_{1}T}} \sqrt{\frac{c_{1} + c_{2}}{c_{2}}} = t_{S0W} \sqrt{\frac{c_{1} + c_{2}}{c_{2}}},$$
(11)

$$S_0 = \sqrt{\frac{2c_S D}{c_1 T}} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}} = q_{0W} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}},$$

$$t_{10} = \sqrt{\frac{2c_S D}{c_1 T}} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}} = t_{S0W} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}}.$$
 (12)

Минимальные издержки равны:

$$TC_{0W} = \sqrt{2c_S c_1 DT} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}} = TC_{0W} \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}}.$$
 (13)

Вывод: так как оптимальные издержки в модели без дефицита равны  $\sqrt{2c_Sc_1DT}$ , что больше чем в (13), то компенсируемый дефицит допускать экономически эффективно, если его планировать (находить по формулам (11, 12)).

В ситуации с компенсируемым дефицитом, под штрафными санкциями от возникновения дефицита единицы товара за период T подразумевается размер скидки за ожидание товара, т. е.  $c_2^1 = (R - R_1)p$  и альтернативные затраты от штрафных санкций от возникновения дефицита единицы товара за период T, которые равны  $c_2^2 = (R - R_1)prT$ .

Объединив эти затраты, получим, что стоимость отсутствия запасов за период T равна:

$$c_2^1 D \frac{q - S}{q} + \frac{1}{2} c_2^2 T \frac{(q - S)^2}{q}.$$
 (14)

Также к построению зависимости (10) существуют аналогичные замечания, как и в модели с некомпенсируемым дефицитом.

#### Измененные модели управления запасами с дефицитом

**5.1.** Построение новой модели с некомпенсируемым дефицитом. Постановка задачи: определить время между поставками  $t_S$  (дн.), время наличия товара на складе  $t_1$  (дн.) (объем партии поставки q (ед.)), чтобы прибыль  $\Pi$  за период T была максимальна при неполном удовлетворении спроса за этот период.

Учитывая замечания к построению модели с некомпенсируемым дефицитом, приведя все суммы, относящиеся к разным моментам времени, к моменту T, получим измененную модель (для удобства построения, анализа и применения перейдем от задачи минимизации издержек к задаче максимизации прибыли):

$$\Pi(t_1, t_S) = \left(\frac{(1+R)p\mu}{\ln(1+r)}((1+r)^{t_1} - 1) - (c_S + p\mu t_1)(1+r)^{t_1}\right) \times \frac{(1+r)^T - 1}{(1+r)^{t_S} - 1}.$$
(15)

Функция (15) достигает своего максимума при  $t_1 = t_S$ . *Вывод*: некомпенсируемый дефицит допускать экономически неэффективно. **5.2.** Построение новой модели с компенсируемым дефицитом. Постановка задачи: определить время между поставками  $t_S$  (дн.), время наличия товара на складе  $t_1$  (дн.) (объем партии поставки q (ед.)), чтобы прибыль  $\Pi$  за период T была максимальна при полном удовлетворении спроса за этот период.

Учитывая замечания к построению модели с компенсируемым дефицитом, приведя все суммы, относящиеся к разным моментам времени, к моменту T, получим измененную модель (для удобства построения, анализа и применения перейдем от задачи минимизации издержек к задаче максимизации прибыли):

$$\Pi(t_1, t_S) = \left(\frac{(1+R)p\mu}{\ln(1+r)}((1+r)^{t_1} - 1) - (c_S + (1+R_1)p\mu t_1 - R_1p\mu t_S)(1+r)^{t_1}\right) \frac{(1+r)^T - 1}{(1+r)^{t_S} - 1}.$$
 (16)

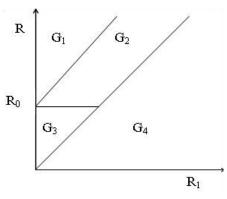
Введем обозначения:

$$z = \ln(1+r)t_S$$
,  $x = \ln(1+r)t_1$ ,  $y = \ln(1+r)t_2$ . (17)

Тогда (16) превратится в:

$$\Pi(x,z) = \frac{((1+r)^{T} - 1)p\mu}{\ln(1+r)} \left( (1+R)(E^{x} - 1) - \frac{1}{2} z_{0W}^{2} + (1+R_{1})z - R_{1}z \right) E^{x} \frac{1}{E^{z} - 1}.$$
(18)

При нахождении максимума функции (16) возможны несколько ситуаций (рис. 2).



**Рис. 2.** Области принятия решения для модели управления запасами с компенсируемым дефицитом  $(H_0 = (1+r)^{l_{SOW}}-1)$ 

1. «Большая» наценка  $(R>(1+r)^{t_{SOW}}-1\approx z_{OW}+0.5z_{OW}^2)$  и «большая» скидка  $(\Delta=R-R_1\geq (1+r)^{t_{SOW}}-1\approx z_{OW}+0.5z_{OW}^2)$  (Область  $G_1$  (рис. 2)).

Максимум функции прибыли (18) находится через решение системы нелинейных уравнений:

$$\begin{cases}
z = (R - R_1) - 0.5z_{0W}^2 + (1 + R_1)y; \\
E^z = (1 + R)E^y - R_1,
\end{cases}$$
(19)

или

$$\begin{cases} x = (R - R_1) - 0.5z_{0W}^2 + R_1 y; \\ E^x = (1 + R) - R_1 E^{-y}. \end{cases}$$
 (20)

При «малых» z (20) превращается в систему

$$\begin{cases} x = (R - R_1) - 0.5z_{0W}^2 + R_1 y; \\ x^2 = z_{0W}^2 - R_1 y^2, \end{cases}$$
 (21)

при этом должны выполняться следующие условия:  $0 \le y \le z$  и  $0 < R_1 \le R$ .

При  $A = ((R - R_1) - 0.5 z_{0W}^2) / z_{0W} > 1$ , что эквивалентно неравенству  $\Delta = R - R_1 > (1 + r)^{t_{S0W}} - 1 \approx z_{0W} + 0.5 z_{0W}^2$  система (21) решений не имеет и оптимальным решением является работа без дефицита.

2. «Большая» наценка  $(R > (1+r)^{tsow} - 1 \approx z_{0W} + 0.5 z_{0W}^2)$  и «небольшая» скидка  $(\Delta = R - R_1 \le (1+r)^{tsow} - 1 \approx z_{0W} + 0.5 z_{0W}^2)$  (Область  $G_2$  (рис. 2)).

При  $A \le 1$ , что эквивалентно неравенству  $\Delta = R - R_1 \le (1+r)^{t_{S0W}} - 1 \approx z_{0W} + 0.5 z_{0W}^2$ , система (21) имеет единственное решение:

$$y_0 = z_{0W} \frac{\sqrt{\frac{1 + R_1 - A^2}{R_1}} - A}{1 + R_1},$$

$$x_0 = z_{0W} \frac{A + \sqrt{R_1} \sqrt{1 + R_1 - A^2}}{1 + R_1},$$

$$z_0 = z_{0W} \sqrt{\frac{1 + R_1 - A^2}{R_1}} \,. \tag{22}$$

Перейдя к переменным  $t_S$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ , получим оптимальное решение:

$$t_{20} = t_{S0W} \frac{\sqrt{\frac{1 + R_1 - A^2}{R_1}} - A}{1 + R_1},$$

$$t_{10} = t_{SOW} \frac{A + \sqrt{R_1} \sqrt{1 + R_1 - A^2}}{1 + R_1},$$

$$t_{S0} = t_{S0W} \sqrt{\frac{1 + R_1 - A^2}{R_1}} \,. \tag{23}$$

Максимальная прибыль будет равна (различные варианты представления):

$$\Pi_0 = \Pi(t_{10}) = \frac{((1+r)^T - 1)p\mu}{\ln(1+r)} (R - ((1+r)^{t_{10}} - 1)), \qquad (24)$$

$$\Pi_0 = \Pi(t_{10}) = ((1+r)^T - 1)(\frac{Rp\mu}{\ln(1+r)} - (c_S + p\mu t_{10})). \quad (25)$$

Так как  $t_{10} \le t_{S0W}$ , то  $\Pi(t_{10}) \ge \Pi(t_{S0W})$ . Следовательно, при выполнении условий области  $G_2$  и при планировании дефицита, работать с компенсируемым дефицитом экономически выгодно по сравнению с работой без дефицита.

3. «Небольшая» наценка  $(R \le (1+r)^{t_{SOW}} - 1 \approx z_{OW} + +0.5z_{OW}^2)$  (Область  $G_3$  (рис. 2)).

При такой наценке прибыль от реализации логистического процесса будет отрицательной, что является экономически нецелесообразно. В случае, если предприятие готово идти на убытки, оптимальные параметры процесса рассчитываются по формулах (23).

4. Ситуация  $R_1 > R$  (Область  $G_2$  (рис. 2)) возможна при тотальном дефиците на рассматриваемую продукцию. При этом клиент готов платить цену выше цены при наличии товара лишь бы получить его. Такой вариант в работе не рассматривается.

## 6. Сравнительный анализ результатов применения модели с дефицитом и измененных моделей управления запасами с дефицитом

**6.1. Сравнительный анализ моделей с некомпенсируемым дефицитом.** Спрос на продукцию равномерно распределен в течении  $T=360\,$  дн. со средним ежедневным спросом  $\mu=25\,$  ед./дн., стоимость доставки партии товара  $c_S=400\,$  €, закупочная цена  $p=20\,$  €/ед., наценка на единицу товара  $20\,$ % (R=0,2), процентная ставка  $0,1\,$ % в день (r=0,001). Найти оптимальные характеристики процесса при планировании некомпенсируемого дефицита: время между заказами, объем заказа, прибыль за период T.

Решение, полученное при использовании модели (6, 7):

$$t_{S0} = \sqrt{\frac{2*400}{0.001*20*25}} \sqrt{\frac{7,2+4}{4}} = 40*1,6 = 64 \approx 60$$
 (дн.),

$$t_{10} = 40 / 1,6 = 24$$
 (дн.),  $q_0 = 25*24 = 600$  (ед.),

$$TC_0 = 2400 + 864 + 1080 = 4344 \ (\leq),$$

$$\Pi_0 = 36000 - 4344 = 41656 \ (\leqslant),$$

$$TC_{0W} = 3600 + 3600 = 7200 \ ( ),$$

$$\Pi_{0W} = 36000 - 7200 = 28800 \ ( ).$$

То есть необходимо привозить за один раз 600 ед. товара на 24 дн., поставки продукции производить через 60 дн. При этом за 360 дн. издержки составят 4344  $\leqslant$ , что меньше издержек 7200  $\leqslant$  при работе без дефицита, прибыль возрастет с 28800  $\leqslant$  до 41656  $\leqslant$ , что, подтверждает вывод — работать с некомпенсируемым дефицитом экономически выгодно.

Рассчитаем прибыль другим способом: за 360 дн. будет реализовано 600\*10=6000 (ед.) продукции, На доставку и хранение будет затрачено 2400+864=3264 (€). Прибыль за это время будет равна:  $\Pi=24000-3264=20736$  (€). Прибыль в модели с компенсируемым дефицитом уменьшились на  $\Delta\Pi=28800-20736=8064$  (€), что опровергает вывод — работать с некомпенсируемым дефицитом экономически выгодно.

Получили противоречие. Следовательно, где-то существует ошибка.

Решение, полученное при использовании измененной модели с некомпенсируемым дефицитом.

Некомпенсируемый дефицит не допускается.

**6.2.** Сравнительный анализ моделей с компенсируемым дефицитом. Пусть наценка на единицу товара при ожидании товара 10 % ( $R_1$  = 0,1). Найти оптимальные характеристики процесса при планировании компенсируемого дефицита: время между заказами, объем заказа, прибыль за период T.

Решение, полученное при использовании модели (10–12).

$$t_{S0} = \sqrt{\frac{2*400}{0,001*20*25}} \sqrt{\frac{7,2+2}{2}} = 40*2,14 = 86 \approx 90$$
 (дн.),

$$t_{10} = 40 / 2,14 = 19$$
 (дн.),  $q_0 = 25*90 = 2250$  (ед.),

$$S_0 = 25*19 = 475$$
 (ед.),

$$TC_0 = 1600 + 361 + 1400 = 3361 \ ( ),$$

$$\Pi_0 = 36000 - 3361 = 32639 \ ( ).$$

То есть необходимо привозить за один раз 2250 ед. товара, 1175 ед. продать со скидкой 10 %, 24 дн. Продавать без скидок, поставки продукции производить через 90 дн. При этом за 360 дн. издержки составят 33361 €, что меньше издержек 7200 € при работе без дефицита, прибыль возрастет с 28800 € до 32639 €, что, подтверждает вывод — работать с компенсируемым дефицитом экономически выгодно.

Рассчитаем прибыль другим способом: за 360 дн. будет реализовано 475\*4=1900 (ед.) продукции по цене  $24 \in$  и 7049 ед. по цене  $22 \in$ . На доставку и хранение будет затрачено 1600+361=1961 ( $\in$ ). Прибыль за это время будет равна:  $\Pi=7600+14098-1961=19737$  ( $\in$ ). Прибыль в модели с компенсируемым дефицитом уменьшились на  $\Delta\Pi=28800-19737=9063$  ( $\in$ ), что опровергает вывод — работать с компенсируемым дефицитом экономически выгодно.

Получили противоречие. Следовательно, где-то существует ошибка.

Решение, полученное при использовании измененной модели с некомпенсируемым дефицитом.

Так как,  $R=0.2>(1+r)^{tsow}-1\approx0.04$  и  $\Delta=0.2-0.1=0.1\geq(1+r)^{tsow}-1\approx0.04$  — это область  $G_1$ . Следовательно, в этом случае компенсируемый дефицит не допускается.

Пусть наценка на единицу товара при ожидании товара составляет 18 % ( $R_1$  = 0,18). Найти оптимальные характеристики процесса при планировании компенсируемого дефицита: время между заказами, объем заказа, прибыль за период T.

Решение, полученное при использовании модели (10–12).

$$t_{S0} = \sqrt{\frac{2*400}{0,001*20*25}} \sqrt{\frac{7,2+0,4}{0,4}} = 40*4,36 = 175 \approx 180$$
 (дн.),

$$t_{10} = 40 / 4,36 = 10$$
 (дн.),  $q_0 = 25*180 = 4500$  (ед.),

$$S_0 = 25*10 = 250$$
 (ед.),

$$TC_0 = 800 + 50 + 803 = 1653 \ ( ),$$

$$\Pi_0 = 36000 - 1653 = 34347 \ ( ).$$

То есть, необходимо привозить за один раз 4500 ед. товара, 4250 ед. продать со скидкой 2 %, 10 дн. продавать без скидок, поставки продукции производить через 180 дн. При этом за 360 дн. издержки составят 1653 €, что меньше издержек 7200 € при работе без дефицита, прибыль возрастет с 28800 € до 34347 €, что, подтверждает вывод — работать с компенсируемым дефицитом экономически выгодно.

Рассчитаем прибыль другим способом: за 360 дн. будет реализовано 250\*2=500 (ед.) продукции по цене 24 € и 8500 ед. по цене 23,6 €. На доставку и хранение будет затрачено 800+50=850 (€). Прибыль за это время будет равна:  $\Pi = 12000+20600-850=31750$  (€). Различие в полученных прибылях существенное. Следовательно, где-то существует ошибка.

Решение, полученное при использовании измененной модели с некомпенсируемым дефицитом.

Так как,  $R = 0.2 > (1+r)^{t_{SOW}} - 1 \approx 0.04$  и  $\Delta = 0.2 - 0.18 = 0.1 \ge (1+r)^{t_{SOW}} - 1 \approx 0.04$  — это область  $G_2$ , то в этом случае компенсируемый дефицит планируется.

 $A=0,48\leq 1,$   $t_{20}=60$  дн.,  $t_{10}=30$  дн.,  $t_{S0}=90$  дн.,  $\Pi_0=36620$   $\in$ .

То есть необходимо привозить за один раз 2250 ед. товара, 1500 ед. продать со скидкой 2 %, 30 дн. продавать без скидок, поставки продукции производить через 90 дн. При этом за 360 дн. прибыль составит 36620 €. Это больше чем прибыль при работе без дефицита 28800 €, что и подтверждает вывод — работать с компенсируемым дефицитом экономически выгодно.

#### 7. Выводы

В работе рассмотрены проблемы низкой адекватности модели управления запасами с дефицитом, построенной на базе модели ЕОQ. Проведенный анализ этой модели выявил, что при ее построении не учитывалось, что суммы денег относились к разным моментам времени, т. е. при суммировании не приводились к одному моменту времени; штрафные санкции от возникновения дефицита и размеры дефицита рассматривались не корректно. Это и является одной из основных причин низкой адекватности модели управления запасами с дефицитом реальным логистическим процессам.

В работе показано, что работать с некомпенсируемым дефицитом экономически не эффективно. Это решение кардинально отличается от решения существующей модели управления запасами с некомпенсируемым дефицитом — некомпенсируемый дефицит допускать экономически эффективно, если его планировать.

Предложена измененная модель управления запасами с компенсируемым дефицитом, которая позволила определить две основные ситуации при работе с компенсируемым дефицитом:

- 1. При «большой» наценке на цену продукции и «большой» скидке за ожидание товара, компенсируемый дефицит допускать экономически неэффективно, что противоположно выводам по существующим моделям.
- 2. При «большой» наценке на цену продукции и «небольшой» скидке за ожидание товара, компенсируемый

дефицит допускать экономически эффективно, что совпадает с выводом по существующей модели, но при этом результаты моделирования существенно различаются.

Проведен сравнительный анализ результатов моделей управления запасами с дефицитом и их измененных вариантов, показаны различия в принятии решений, основанных на применении этих моделей.

Построенные модели управления запасами с дефицитом могут быть использованы для создания эффективной информационной системы поддержки принятия решений в складской логистике.

#### Литература

- Гринберг, Р. С. Тория, инновации и контуры будущей экономики в диалоге с Кеннетом Эрроу [Текст] / Р. С. Гринберг, А. Я. Рубинштейн // Вопросы экономики. 2010. № 10. С. 9–10.
- Алесинская, Т. В. Экономико-математические методы и модели [Текст] / Т. В. Алесинская. — Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. — 153 с.
- Lotfi, V. Decision support systems for production and operations management (DSSPOM) [Text] / V. Lotfi, C. C. Pegels; Second edition. — Boston: Richard D. Irwin, Inc., 1991. — 359 p.
- Дзюба, С. А. Управление запасами: верна ли формула Вильсона? [Текст] / С. А. Дзюба // Менеджмент в России и за рубежом. — 2011. — № 4. — С. 3–12.
- Стерлигова, А. Н. О сугубой практичности формулы Вильсона [Текст] / А. Н. Стерлигова // Логистика & система. 2005. № 4. С. 42–52.
- Стерлигова, А. Н. О сугубой практичности формулы Вильсона [Текст] / А. Н. Стерлигова // Логистика & система. 2005. № 5. С. 56–61.
- Wilson, R. H. A Scientific Routine for Stock Control [Text] / R. H. Wilson // Harvard Business Review. — 1934. — Vol. 13. — P. 116–128.
- 8. Тектов, Д. А. Динамические и статистические модели управления запасами в розничной торговле [Текст]: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.13 / Д. А. Тектов. С.-Петерб. гос. политехнический ун-т. СПб, 2003. 159 с.
- Автономов, В. С. Абстракции в экономической науке [Текст] / В. С. Автономов // Журнал новой экономической ассоциации. — 2013. — № 1(17). — С. 160–162.
- **10**. Гамкрелидзе, Л. И. Логистика. Теория и практика [Текст]: уч. пос. / Л. И. Гамкрелидзе, Е. Л. Гамкрелидзе. М.: МГИУ, 2009. 279 с.
- Соляник, Л. Г. Оптимізація параметрів управління товарно-матеріальними запасами на промисловому підприємстві [Текст] / Л. Г. Соляник // The Economic Messenger of the NMU. — 2006. — № 1. — С. 16–24.
- Стерлигова, А. Н. Оптимальный размер заказа или Загадочная формула Вильсона [Текст] / А. Н. Стерлигова, И. Семенова // Логистика & система. — 2005. — № 2. — С. 64–69.
- 13. Мещанкин, А. Умеете ли вы применять формулу Вильсона? [Текст] / А. Мещанкин // Логистика & система. 2005. № 2. С. 37–42.
- Лукинский, В. С. Варианты решения логистической задачи определения оптимального размера заказа [Текст] /

- В. С. Лукинский, И. А. Цвиринько // Организация международных и внутренних перевозок с применением принципов логистики. СПб. : СПбГИЭУ, 2001. 228 с.
- Котлярова В. Г. Разработка модели определения оптимальной партии поставок в условиях непрерывного производства (на примере коксохимической подотрасли) [Текст] / В. Г. Котлярова // Економіка розвитку. — 2010. — № 1(53). — С. 96–99.
- 16. Кожамкулова, Ж. Ж. Разработка модели и методов информационной системы анализа и принятия решений в агробизнесе [Текст]: дис. ... д-ра философии (PhD): 6D070300 Информационные системы / Ж. Ж. Кожамкулова. Алматы, 2012. 97 с.
- Кравченко, В. Н. Модели процессов управления запасами готовой продукции на предприятии [Текст] / В. Н. Кравченко // Економіка і організація управління. — 2010. — № 1(7). — С. 10–21.
- Мур, Д. Экономическое моделирование в Microsoft Excel [Текст]: пер. с англ. / Д. Мур, Л. Р. Уэдерфорд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. 2021 с.
   Мандель, А. С. О выборе критериев в задачах управления
- Мандель, А. С. О выборе критериев в задачах управления запасами в условиях неопределенности [Текст]: тр. XII Всерос. совещ. / А. С. Мандель // Совещания по проблемам управления. — М.: ИПУ РАН, 2014. — С. 4212–4218.
- Эддоус, М. Методы принятия решений [Текст]: пер. с англ. / М. Эддоус, Р. Стэнсфилд. — М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. — 590 с.
- Несторенко, А. В. Альтернативный подход к построению EOQ модели управления запасами [Текст] / А. В. Несторенко // Управління економікою рекреаційних територій, галузей і підприємств. Ін-т економіко-правових досліджень НАН України. Донецьк: ООО «Юго-Восток, ЛТД», 2007. С. 270–276.

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛОГІСТИКИ ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВ ПРИ РІЗНИХ ВАРІАНТАХ БАЗОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Досліджено причини низької ефективності математичних моделей складської логістики. Проаналізовано побудову моделей управління запасами з компенсованим та некомпенсованим дефіцитом. Доведено, що при базових припущеннях допускати некомпенсований дефіцит економічно неефективно. Побудовані уточнені математичні моделі з компенсованим дефіцитом. Визначені умови їх застосування при різних варіантах базової інформації.

**Ключові слова**: інформаційна система, логістика; математичні моделі, компенсований та некомпенсований дефіцит, оптимізація.

**Несторенко Александр Васильевич,** кандидат экономических наук, доцент, кафедра экономики предприятия и экономической теории, Бердянский государственный педагогический университет, Украина, **e-mail: anestorenko@mail.ru**.

**Несторенко Олександр Васильович,** кандидат економічних наук, доцент, кафедра економіки підприємства та економічної теорії, Бердянський державний педагогічний університет, Україна.

Nestorenko Alexander, Berdyansk State Pedagogical University, Ukraine, e-mail: anestorenko@mail.ru