

industrial production batches of synthetic iron and synthesis based on the results of optimal chemical composition of cast iron with a given set of mechanical properties.

**Key words:** synthetic iron, chemical composition, mechanical properties, a large system, mathematical modeling.

*Alex Zraychenko-Polozentsev, the applicant department foundry, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute. Oksana Koval, graduate student of foundry, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute».*

*Dmytro Domin, Ph. D., professor Department of Foundry, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»*

**Адрес для переписки:**

61002, г. Харьков, ул. Фрунзе, 21  
Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»  
Кафедра «Литейное производство»  
E-mail: nauka@jet.com.ua

УДК 519.681

Д. А. Дёмкин

## МЕТОДОЛОГИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛА ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПЛАВКОЙ

*В статье описана методология формирования функционала для расчета оптимального управления электроплавкой на основе двух альтернативных соображений — максимизации производительности оборудования и минимизации затрат при его функционировании. Предложена методология расчета оптимального управления процессом электроплавки на основе представления печи как элемента системы массового обслуживания «печь — литейный конвейер».*

**Ключевые слова:** функционал, система массового обслуживания, оптимальное управление, электродуговая плавка.

### 1. Введение

Технологический процесс электроплавки, как сложная динамическая система, характеризуется изменением своих состояний во времени. Каждое из состояний описывается группой факторов, определение которых по ходу плавки с помощью статистических и теоретико-информационных методов исследований должно позволять решать поставленную задачу управления — выдерживание каждого заданного параметра процесса в нужном диапазоне в течение всего периода плавки при минимальных энерго- и ресурсозатратах.

Специфической особенностью плавки, как объекта управления, является то, что отклонения от нормального хода процесса в любой момент времени могут быть вызваны не только объективными факторами, но и ошибками обслуживающего персонала, осуществляющего субъективный контроль за ходом технологического процесса. Кроме этого, современное состояние плавильного оборудования, используемого в цехах отечественных предприятий, может быть охарактеризовано как «состояние физического и морального износа». Основным путем

борьбы за качество литейной и металлургической продукции является модернизация в первую очередь систем управления. Однако на этом пути стоят объективные трудности. В частности, отсутствуют математические модели, позволяющие описывать параметры процессов электроплавки с учетом различных особенностей промышленного производства, а также методология получения моделей для алгоритмов управления электродуговой плавкой. По этой причине управление качеством получаемого сплава в существующих системах управления не закладывается, и ограничиваются, как правило, качественными оценками протекающих в печи процессов. В этой связи представляется актуальной проблема совершенствования процессов и систем управления электроплавкой.

### 2. Цель и задачи исследования

Для совершенствования процессов управления плавкой, в первую очередь, необходимо сформулировать задачу управления плавкой как сложным, стохастическим процессом. Постановка задачи управления, при этом, может быть сведена к решению следующих вопросов:

- выбору уравнений, описывающих поведение системы во времени;
- формированию системы ограничений на управление и фазовую траекторию;
- выбору вида минимизируемого функционала;
- выбору длительности временного интервала, на котором рассматривается управляемый процесс.

### 3. Анализ основных исследований и публикаций по данной проблеме

Первые два вопроса рассматривались в работах [1–11]. Решение второго и третьего вопросов предполагает знание критериев выбора функционала и времени процесса управления для построения оптимального управления процессом плавки в условиях конкретного промышленного производства.

Классические представления о выборе функционала из двух альтернативных соображений — о максимизации производительности оборудования или минимизации затрат при его функционировании не приемлемы при разработке систем управления электродуговым процессом. Причина этого заключается в следующем.

Производительность электродуговой печи должна быть согласована с производительностью литейного конвейера. Если потребность в расплаве не обеспечивается, возникают простои и соответствующие убытки из-за нехватки металла. С другой стороны, наличие в печи «лишнего» количества расплава приводит к затратам, связанным с перерасходом электроэнергии (КПД электродуговой печи в период перегрева и доводки не превышает 25 %). Таким образом, задача выбора рационального ведения процесса сводится к определению периодов времени работы печи в режиме плавки и термовременной обработки и оптимизации по энергозатратам количества расплава в печи в каждый момент времени с учетом необходимой потребности в расплаве литейного конвейера. Фактически, речь может идти о том, что необходимо найти подход к формированию функционала, который обеспечивал бы и выполнение требований по производительности литейного конвейера, и по снижению энергозатрат на плавку.

Уравнение, описывающее поведение стохастической системы в общем виде включает в себя случайную составляющую возмущений  $\sigma(\tau, x(\tau), u)d\xi(\tau)$ , вносимых в технологический процесс:

$$dx(\tau) = a(\tau, x(\tau), u)d\tau + \sigma(\tau, x(\tau), u)d\xi(\tau), \tau \geq 0, (1)$$

где  $x(\tau)$  — фазовый вектор,  $u$  — управление, реализуемые в  $n$ -мерном факторном пространстве. Вектор-функция  $a(\tau, x(\tau), u)$  и матрица  $\sigma$  считаются заданными.

Решение уравнения (1) для любого  $\tau \geq 0$  определяется для начального условия  $x(0) = x_0$ . При

этом  $x_0$  может быть как детерминированным, так и случайным вектором. Время движения исследуемой системы нельзя считать заданным — сама длительность процесса плавки может рассматриваться как функция, зависящая от фактической потребности в расплаве, энергетических затрат на плавку и степени завершенности металлургических процессов в печи. Поэтому говорить о задаче управления на конечном интервале времени не приходится. Момент времени начала и окончания управления печью зависит от того, когда система достигнет заданного целевого множества, состоящего из характеристик состава, структуры, свойств чугуна, расхода электроэнергии, производительности. Таким образом, исследуемый процесс управления может быть отнесен к процессам, в которых момент окончания движения не задан и является случайной величиной, определяемой конкретной траекторией движения.

При формировании системы ограничений на управление процессом электродуговой плавки можно рассматривать два варианта: ограничения зависят от имеющихся ресурсов или ограничения зависят от полноты информации о процессе. Первый вариант соответствует этапу плавления шихты и система ограничений формируется на основе методов искусственной ортогонализации [12–15]. Второй вариант соответствует этапу работы печи в режиме миксера, т. е. этапу, для которого собственно решается задача оптимального управления. Для разработки методов построения оптимального управления плавкой необходимо учесть сочетание обоих типов ограничений. Рассмотрим второй вариант ограничений. Выбирая в качестве фазовых координат садку печи, теоретически может быть получено решение, оптимизирующее управление электродуговой плавкой по времени. Таким образом, реализуется программное управление. Рассмотрим возможность выбора структуры функционала, исходя из принадлежности исследуемой системы к одной из «классических» задач [16–18]:

- задаче Лагранжа;
- задаче Майера;
- задаче Больца.

Если исследуемую систему свести к задаче Лагранжа, целевой функционал может быть определен в виде математического ожидания:

$$J(u) = M \left[ \int_0^T F_1(\tau, x(\tau), u) d\tau \right]. (2)$$

В качестве функции  $F_1(\tau, x(\tau), u)$  должна быть выбрана функция, связывающая энергетические показатели работы печи и фактическую производительность печи в заданный момент времени. При этом необходимо учесть, что интервал времени, на котором функционирует система, не задан. Реализация программного управления осуществляется

системой путем отключения напряжения на печи и подачи команды на исполнительные механизмы, осуществляющие поворот печи и выпуск расплава определенной порции. Исполнительными механизмами являются гидроцилиндры, сигнал подается на электромагниты гидрораспределителей. При таком подходе целесообразно в качестве управления выбрать время выдержки расплава в печи при постоянной заданной температуре. Изменение массы расплава, происходящее за короткий промежуток времени, равный сливу порции расплава, может расцениваться как мгновенное, входное воздействие на систему. При этом выходными параметрами объекта управления (ОУ) являются теплоэнергетические характеристики печи, ее эксплуатационные показатели и качественные характеристики сплава. В любом случае названные показатели — суть динамические характеристики.

Следовательно, выбирая в качестве целевого функционала вида (2), необходимо получить зависимость  $F_1(\tau, x(\tau), u)$  и определить временной интервал функционирования системы.

Если исследуемую систему свести к задаче Майера, целевой функционал может быть представлен в виде:

$$J(u) = M[F(T, x(T))], \quad (3)$$

где  $M[F(T, x(T))]$  — математическое ожидание функции  $F(T, x(T))$ , описывающей фазовый вектор.

При таком выборе функционала необходимо, во-первых, определить оптимальную величину  $T$ , во-вторых, — установить, какой вектор целесообразно использовать в контексте поставленной задачи.

Следовательно, выбирая в качестве целевого функционала вида (3), необходимо получить зависимость  $F(T, x(T))$  и определить временной интервал функционирования системы.

Если исследуемую систему свести к задаче Больца, целевой функционал может быть представлен в виде:

$$J(u) = M \left[ F(T, x(T)) + \int_0^T F_1(\tau, x(\tau), u) d\tau \right]. \quad (4)$$

Функционал вида (4) требует знания функций  $F(T, x(T))$  и  $F_1(\tau, x(\tau), u)$ , а также интервала времени, на котором функционирует система. Минимизация функционала (4) предполагает минимизацию суммарного критерия, учитывающего затраты энергетические, эксплуатационные и затраты от получения некачественной продукции, т. е. брака отливок.

Если первые две составляющие характеризуют «эксплуатационную» эффективность ОУ, то последняя характеризует «качественную» эффективность процесса плавки. Так как природа исследуемого процесса носит вероятностный характер,

необходимо получить количественный критерий, характеризующий вероятность того, что система достигнет заданного целевого множества  $\Omega$ . Последним может быть химический состав чугуна, оптимальный с точки зрения выбранного критерия — свойств чугуна или его микроструктуры. Методология моделирования и оптимизации таких критериев описана в работах [7–15].

Считая, что эффективность процесса плавки оценивается качеством получаемого сплава, а последний является функцией химического состава, можно считать нормальным такое функционирование системы, при котором ее координаты принадлежат множеству  $\Omega$  на всем интервале движения. Поэтому функционал может быть записан в виде:

$$P\{x(T) \in \Omega, 0 \leq \tau \leq T\} \rightarrow \max. \quad (5)$$

Применение функционала (5) (впрочем, как и функционалов (2)–(4)) требует предварительного определения момента окончания движения, являющегося, по сути, случайной величиной, зависящей от конкретной траектории. Обозначив момент времени первого достижения системой (1) целевого множества  $\Omega$  через  $\tau_x(u)$  при управлении  $u$  и начальном условии  $x(0) = x$ , приходим к задаче стохастического быстрогодействия. В этом случае необходима минимизация функционала вида

$$J = M \int_0^{\tau_x} F_1(\tau, x(\tau), u) d\tau. \quad (6)$$

Однако, непосредственное применение любого из перечисленных функционалов не представляется возможным в силу следующих причин:

- отсутствие функций  $F(T, x(T))$ ,  $F_1(\tau, x(\tau), u)$ ;
- отсутствие методики определения оптимальной величины  $\tau_x(u)$ ;
- сложность объединения в одном целевом функционале «эксплуатационной» и «качественной» составляющих ОУ.

Устранение этих причин позволит сформировать вид функционала, пригодный для решения задачи оптимального управления электродуговой плавкой.

#### 4. Методология формирования целевого функционала

Для решения сформулированных задач необходим дифференцированный подход.

На первом этапе необходимо разработать методологию формирования целевого функционала по «эксплуатационным» критериям.

На втором этапе необходимо выбрать управляющие факторы и получить структуру целевого функционала.

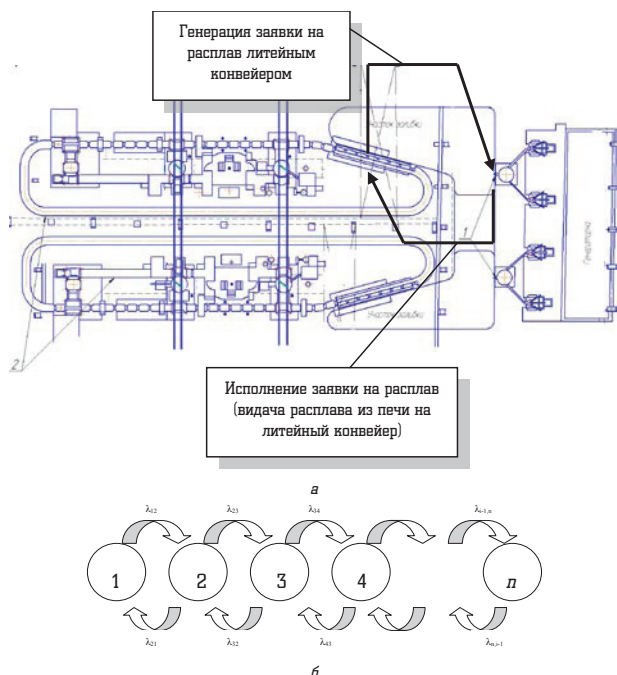
На третьем этапе необходимо разработать методологию расчета оптимального управления — времени выдержки расплава в печи и моментов переключения.

Конечным результатом реализации такого подхода является определение оптимальных моментов подачи сигнала на отключение напряжения печи и исполнительные механизмы поворота печи и расчет оптимальной садки в течение интервала  $[0, \tau_x]$ .

Для конструирования функционала в контексте поставленных задач дуговая печь представлена элементом системы массового обслуживания (СМО), конкретно — в виде многоканального узла обслуживания заявок на расплав, генерируемых литейным конвейером (рис. 1). В этом случае функционал может быть представлен в виде:

$$Z(m(\tau)) = S_1 Q_k P(m(\tau)) + S_2 [m(\tau) - (Q_k - Q_k P(m(\tau))) / Q], \quad (7)$$

где  $Z(m(\tau))$  — суммарные затраты в момент времени  $\tau$ , связанные с простоями из-за отсутствия металла и наличия в печи «лишнего» металла;  $S_1$  — себестоимость 1 тонны сплава;  $S_2$  — затраты, связанные с выдержкой и перегревом расплава в печи;  $Q_k$  — интенсивность потока заявок на расплав, генерируемого конвейером;  $P(m(\tau))$  — вероятность простоя конвейера (вероятность того, что формы на конвейере не будут залиты вследствие отсутствия расплава);  $m_k(n)$  — среднее число занятых каналов, имеющее смысл КПД печи в данный промежуток времени.



**Рис. 1.** Представление электродуговой печи как элемента СМО: а — план формовочно-заливочного участка литейного цеха: 1 — электропечь, 2 — литейный конвейер; б — граф состояний системы

Если учесть «качественную» составляющую, то функционал примет вид:

$$Z(m(\tau)) = S_1 Q_k P(m(\tau)) + S_2 [m(\tau) - (Q_k - Q_k P(m(\tau))) / Q] + S_3 P_B(m(\tau)), \quad (8)$$

где  $S_3$  — затраты по причине некачественного сплава,  $P_B(m(\tau))$  — вероятность брака чугуна, зависящая от массы расплава, выдерживаемой в печи.

### 5. Процедура синтеза оптимального управления

Для электропечи, работающей в составе литейного конвейера, оптимальным будет управление, минимизирующее функционал вида (8). Оно задается в виде технологической схемы плавки, позволяющей определить моменты включения-отключения электропечи для выполнения технологических операций, переключения ступеней напряжения трансформатора на необходимую в данном состоянии ОУ мощность, время и способ корректировки химического состава.

Учитывая, что оптимальное управление будет зависеть от параметров функционирования СМО «электропечь — литейный конвейер», необходимо иметь общую процедуру формирования технологической схемы плавки, оптимальной при данном производственном задании. Такая процедура должна давать возможность синтеза программного управления печью, оптимального в конкретных производственных условиях.

Особенностью такого подхода к формированию управления является то, что он в качестве приоритета при выборе управления основывается не на работе системы автоматического регулирования электрических режимов печи, а, в первую очередь, на управлении технологическими параметрами, формирующими качество получаемого литья. Это означает, что, реализуя такой подход к синтезу системы управления электроплавкой, открывается возможность модернизации существующих систем управления — системы автоматического регулирования электрических режимов при этом не изменяется, а система управления, интегрированная в распределенную двухуровневую систему, дополняется элементами управления технологическими параметрами электроплавки.

Исходные данные для получения аналитического описания влияния параметров функционирования СМО «электропечь — литейный конвейер» на оптимальное количество расплава, подлежащее выдерживанию в печи до моментов выдачи его на конвейер, для типовых электропечей литейных цехов машиностроительных предприятий представлены в табл. 1.

Инструментом для построения аналитического описания выбран метод планирования эксперимента

с построением центрального ортогонального композиционного плана второго порядка. Входными переменными являются интенсивность потока заявок на расплав, генерируемая литейным конвейером, ( $x_1 = \lambda$ ) и время выполнения технологических операций электроплавки ( $x_2 = \mu^{-1}$ ). Выходным параметром — суммарные затраты в технологическом процессе по причине отсутствия металла и выдержке в печи лишнего расплава ( $y = Z$ ).

Таблица 1

Исходные данные для синтеза оптимальных технологических схем плавки

Количественные характеристики	Значения
Интенсивность потока заявок на расплав, генерируемая литейным конвейером, $\lambda$ , т/смену	$\lambda_{\min} = 1$ $\lambda_{\max} = 11$
Среднее время обслуживания заявок, соответствующее времени выполнения технологических операций, $T = \mu^{-1}$ , мин	$\mu_{\min}^{-1} = 5$ $\mu_{\max}^{-1} = 45$
Среднее число заявок, генерируемое литейным конвейером, за среднее время обслуживания заявки, $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda T$	$\lambda_{\text{норм}} \mu_{\text{норм}}^{-1}$ , $\lambda_{\text{норм}} = \frac{\lambda - 6}{5}$ $\mu_{\text{норм}}^{-1} = \frac{\mu^{-1} - 25}{20}$
Стоимость тонны литья, $S_1$ , грн.	12000
Стоимость электроэнергии, $S_2$ , грн/кВт	0,71
Расход электроэнергии на выдержку и перегрев расплава, кВт*ч/т.	105

Для нахождения оптимального управления сначала необходимо определить оптимальную технологическую схему электроплавки, минимизирующую функционал вида (8), а затем рассчитать

оптимальные значения управляющих факторов — интенсивность выдачи расплава на литейный конвейер и время выполнения технологических операций, включая все операции управления процессом. К последним относятся: науглероживание путем погружения электродов при снятом напряжении, доведение расплава до необходимой температуры, выдержка для более полной реализации возможностей самоуправления в системе, введение ферросплавов — для корректирования химического состава.

В табл. 2 приведен центральный ортогональный композиционный план второго порядка, применяемый для построения аналитического описания.

Таблица 2

План эксперимента

№ эксперимента	$X_1$	$X_2$	$X_1^2 - \beta$	$X_2^2 - \beta$	$Y$
1	+1(11)	+1(45)	-0,3333	-0,3333	$y_1$
2	-1(1)	+1(45)	-0,3333	-0,3333	$y_2$
3	+1(11)	-1(5)	-0,3333	-0,3333	$y_3$
4	-1(1)	-1(5)	-0,3333	-0,3333	$y_4$
5	+1(11)	0(25)	-0,3333	-0,6667	$y_5$
6	-1(1)	0(25)	-0,3333	-0,6667	$y_6$
7	0(6)	+1(45)	-0,6667	-0,3333	$y_7$
8	0(6)	-1(5)	-0,6667	-0,3333	$y_8$
9	0(6)	0(25)	-0,6667	-0,6667	$y_9$

Пример расчета показан в табл. 3 для средней точки плана с вектором входных переменных  $X = \begin{pmatrix} 6 \\ 25 \end{pmatrix}$ .

Таблица 3

Расчет выходной переменной для средней точки плана

Параметры СМО	Масса расплава в печи, т					
	2	4	6	8	10	12
	Число каналов обслуживания					
	1	2	3	4	5	6
Начальная вероятность состояния системы	0,6154	0,549	0,5373	1,1529	1,1519	1,1518
Вероятность отказа в обслуживании заявки	0,3846	0,107	0,0219	0,0073	0,0009	9,53E-05
Интенсивность потерянных заявок, шт/мин	0,0096	0,003	0,0005	0,0002	2,29E-05	2,38E-06
Нехватка металла, т/мин	0,0096	0,003	0,0005	0,0002	2,29E-05	2,38E-06
Затраты по причине нехватки металла, грн/мин	115,38	32,19	6,56	2,2	0,27	0,03
Затраты по причине нехватки металла, грн/время обслуживания	2884,6	804,7	163,98	54,98	6,87	0,72
Вероятность обслуживания заявки	0,6154	0,893	0,9781	0,9927	0,9991	0,9999
Интенсивность обслуженных заявок, шт/мин	0,0154	0,022	0,0245	0,0248	0,025	0,025
Среднее число занятых каналов	0,0154	0,011	0,0082	0,0062	0,005	0,0042
Кэффициент использования печи	0,0154	0,011	0,0082	0,0062	0,005	0,0042
Количество «лишнего» расплава, т	1,985	3,989	5,992	7,994	9,995	11,996

Параметры СМО	Масса расплава в печи, т					
	2	4	6	8	10	12
	Число каналов обслуживания					
	1	2	3	4	5	6
Затраты, связанные с выдержкой «лишнего» расплава, грн	355,09	713,6	1072,1	1430,3	1788	2146,3
Проверка общей загрузки печи	1,99711	4,001	6,0044	8,0063	10,01	12,008
Значение функционала Z	3239,71	1518	1236,1	1485,2	1795	2147,0

Численным значением выходной переменной выбиралось значение массы расплава, при котором достигался минимум функционала (8).

График зависимости  $Z = f(m)$ , поясняющий минимизацию функционала для расчета экспериментального значения  $y$ , представлен на рис. 2.

Уравнение, аппроксимирующее кривую, имеет вид:

$$Z = -9,7194m^3 + 260,96m^2 - 2091m + 6423,9. \quad (9)$$

Минимум функционала достигается при  $m = 6,054$  т, что соответствует точке эксперимента № 9. Аналогичными расчетами определены все экспериментальные точки для реализации плана полного факторного эксперимента. Значения  $Y_{\text{эксп}}$ , рассчитанные таким образом, представляют собой матрицу оптимальных значений массы расплава. Расчет коэффициентов математической модели приведен в табл. 4. Матрица оценок коэффициентов модели имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 4,7898 \\ 11,506c_1 \\ 21,435c_1 \\ -1,35036c_2 \\ -3,84736c_2 \\ 7,087c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,7898 \\ 1,9181 \\ 3,5732 \\ -0,6752 \\ -1,9237 \\ 1,7718 \end{pmatrix}.$$

где  $c_1, c_2, c_3$  – элементы дисперсионной матрицы,  $c_1 = 0,1667, c_2 = 0,5, c_3 = 0,25$ .

Математическая модель в нормированном виде имеет вид:

$$m^* = 4,7898 + 1,918 \frac{\lambda - 6}{5} + 3,573 \frac{\bar{T} - 25}{20} - 0,675 \left( \left( \frac{\lambda - 6}{5} \right)^2 - 0,6667 \right) - 1,924 \left( \left( \frac{\bar{T} - 25}{20} \right)^2 - 0,6667 \right) + 1,772 \left( \frac{\lambda - 6}{5} \right) \left( \frac{\bar{T} - 25}{20} \right). \quad (10)$$

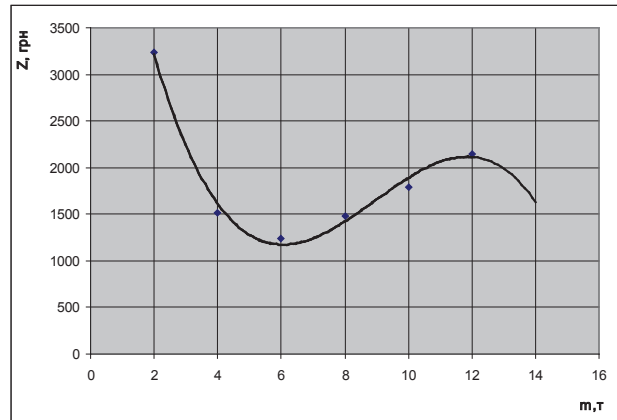


Рис. 2. Кривая зависимости величины функционала от массы расплава для средней точки плана

Таблица 4

Расчет оценок коэффициентов математической модели

$Y_{\text{эксп}}$	$\sum_{j=1}^N x_1^j y^j$	$\sum_{j=1}^N x_2^j y^j$	$\sum_{j=1}^N [(x_1^j)^2 - \beta] y^j$	$\sum_{j=1}^N [(x_2^j)^2 - \beta] y^j$	$\sum_{j=1}^N x_1^j x_2^j y^j$
11	11	11	3,63	3,63	11
3,713	-3,713	3,713	1,22529	1,22529	-3,713
0,5	0,5	-0,5	0,165	0,165	-0,5
0,3	-0,3	-0,3	0,099	0,099	0,3
8,019	8,019	0	2,64627	-5,37273	0
4	-4	0	1,32	-2,68	0
8,522	0	8,522	-5,70974	2,81226	0
1	0	-1	-0,67	0,33	0
6,054	0	0	-4,05618	-4,05618	0
	11,506	21,435	-1,35036	-3,84736	7,087

Статистический анализ точности выполнен в соответствии с  $t$  – критерием Стьюдента. Оценки дисперсий коэффициентов имеют вид:

$$s_i^2 = \begin{cases} 0,1667s^2; \\ 0,5s^2; \\ 0,25s^2, \end{cases} \quad (11)$$

где  $s^2$  – оценка дисперсии неадекватности модели, определяемая по формуле:

$$s_i^2 = \frac{1}{N - (k + 1)} \sum_{j=1}^N (y_p - y_{\text{эксп}})^2, \quad (12)$$

где  $k$  — число оцениваемых параметров,  $y_p$  — расчетное значение оптимальной массы расплава по математической модели (10).

Результаты расчета оценки дисперсии неадекватности модели приведены в табл. 5.

Таблица 5

Расчет оценки дисперсии неадекватности модели

$Y_p$	$Y_p - Y_{\text{эксп}}$	$S_p$	$Y_H = Y_p - t_{\text{кр}}S$	$Y_B = Y_p + t_{\text{кр}}S$
11,19517	0,195169	0,038091	10,777	11,613
3,815568	0,102568	0,01052	3,398	4,233
0,50524	0,00524	2,75E-05	0,087	0,923
0,212639	-0,08736	0,007632	-0,205	0,63
7,773884	-0,24512	0,060082	7,356	8,192
3,937784	-0,06222	0,003871	3,52	4,356
8,180548	-0,34145	0,116589	7,763	8,598
1,034119	0,034119	0,001164	0,616	1,452
6,531014	0,477014	0,227542	6,113	6,949
		0,465519		

В табл. 6 приведены результаты расчетов доверительного интервала для оценки выходной переменной.

Таблица 6

Результаты статистического анализа точности

$\varphi$	$s^2$	$t_{\text{кр}}$	$s$	$t_{\text{кр}}S$	$\delta$
3	0,155173	3,182	0,39392	1,253453	0,417818

На рис. 3 представлены границы доверительного интервала и показано расположение экспериментальных точек. Как видно из анализа полученной модели, она достаточно точно описывает влияние

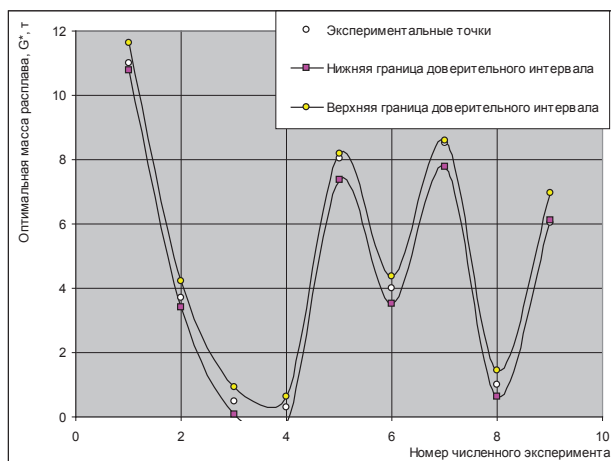


Рис. 3. Границы доверительных интервалов и расположение экспериментальных точек

интенсивности потока заявок на расплав, генерируемого литейным конвейером, и времени выполнения технологических операций на оптимальную массу расплава в печи.

Поверхность отклика, описывающая математическую модель (10), имеет вид, представленный на рис. 4.

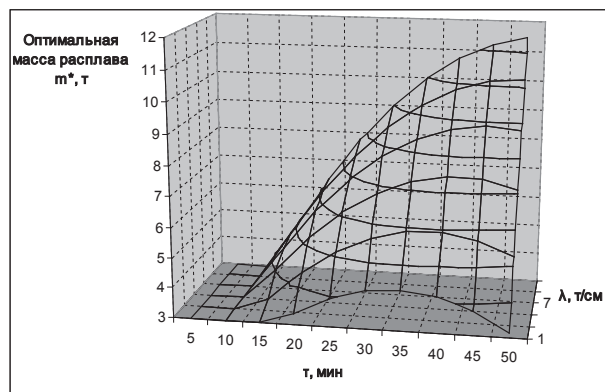


Рис. 4. Поверхность отклика, описывающая зависимость  $m^* = f(\lambda, \mu^{-1})$

Характер поверхности отклика показывает, что оба входных параметра оказывают существенное влияние на выходной параметр. Учитывая, что выходной параметр представляет собой оптимальное решение в поставленной задаче управления, необходимо проанализировать степень влияния каждого из входных параметров и смысл этих параметров.

Входной параметр  $\lambda$  — фактически это та масса расплава, которая должна выдаваться на литейный конвейер с определенной интенсивностью. Она определяет величину  $\Delta m^*$ , вычитая которую из начальной оптимальной массы через некоторый интервал времени, получается новое значение на технологической схеме.

Входной параметр  $\mu^{-1}$  — это то оптимальное время выполнения технологических операций, включая все операции управления, по истечению которого необходимо производить слив очередной порции расплава массой  $\Delta m^*$ .

График зависимости оптимальной массы расплава, выдерживаемой в печи до выдачи на конвейер, от времени выполнения технологических операций и интенсивности заявок на расплав представлен на рис. 5.

Для синтеза оптимальной технологической схемы может быть применен ридж-анализ. В качестве управляющих воздействий, при этом, принимается масса расплава, выдаваемого в определенный момент времени на литейный конвейер, и время выполнения технологических операций, включая операции управления. Оптимальная технологическая схема, закладываемая в систему управления, является результатом исследования поверхности отклика, описываемой аналитически

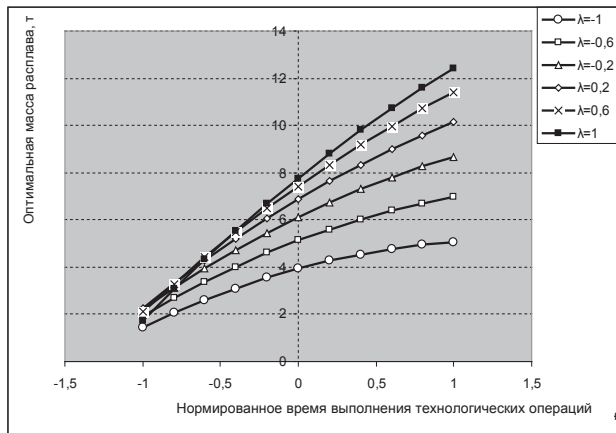


Рис. 5. Зависимость оптимальной массы расплава в печи от времени его выдержки для различных значений интенсивности заявок на расплав

уравнением (10), с помощью реализации процедуры ридж-анализа:

$$m^* = \begin{pmatrix} \frac{-0,959\lambda - 0,2617}{0,8859^2 - (\lambda + 1,9237)(\lambda + 0,6752)} \\ \frac{-1,787\lambda - 0,357}{0,8859^2 - (\lambda + 1,9237)(\lambda + 0,6752)} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где  $\lambda$  — множитель Лагранжа.

Решение уравнения существует в 3-х областях определения  $\lambda$ , разделенных полюсами  $\lambda = -2,383$  и  $\lambda = -0,2157$ :

$\lambda \in ]-\infty; -2,383[$  для гребневой линии I;

$\lambda \in ]-2,383; -0,2157[$  для гребневых линий II—III;

$\lambda \in ]-0,2157; +\infty[$  для гребневой линии IV.

Радиус-вектор, характеризующий положение исследуемых точек в факторном пространстве, рассчитывается из уравнения:

$$r^{2*} = \begin{pmatrix} \frac{-0,959\lambda - 0,2617}{0,8859^2 - (\lambda + 1,9237)(\lambda + 0,6752)} \\ \frac{-1,787\lambda - 0,357}{0,8859^2 - (\lambda + 1,9237)(\lambda + 0,6752)} \end{pmatrix}^T \times \begin{pmatrix} \frac{-0,959\lambda - 0,2617}{0,8859^2 - (\lambda + 1,9237)(\lambda + 0,6752)} \\ \frac{-1,787\lambda - 0,357}{0,8859^2 - (\lambda + 1,9237)(\lambda + 0,6752)} \end{pmatrix}.$$

На рис. 6 представлена зависимость  $r = r(\lambda)$ . Множество оптимальных решений математической модели (10) описывается матричным уравнением:

$$y^* = a_0 + 2a'X^* + X^{*'}AX^*. \quad (14)$$

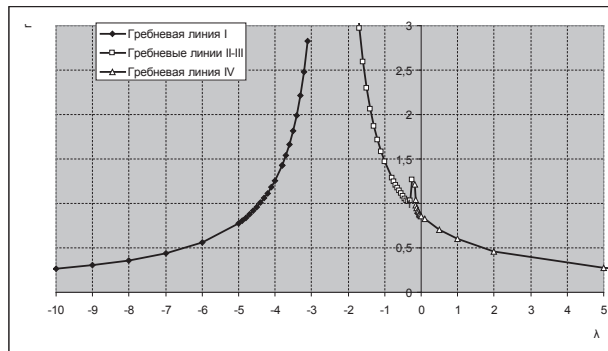


Рис. 6. Зависимость  $r = r(\lambda)$

На рис. 7 приведено решение (14) в зависимости от значений  $\lambda$  во всех диапазонах областей определения.

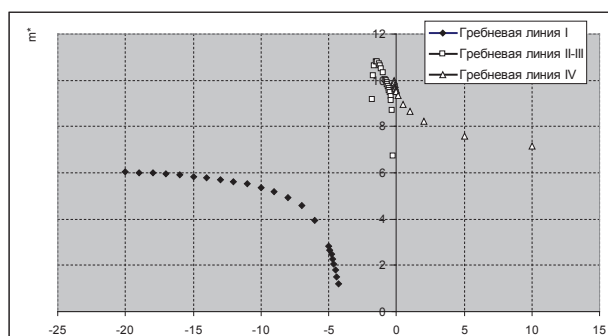


Рис. 7. Зависимость  $y = y(\lambda)$

Множество оптимальных решений приведено на рис. 8.

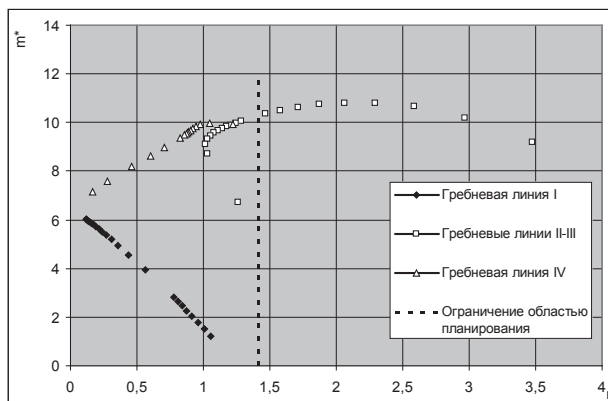


Рис. 8. Зависимость  $y^* = y^*(\lambda)$

Процедура построения оптимальной технологической схемы электроплавки состоит в следующем.

1. На основе аудита реального технологического процесса электроплавки в конкретных промышленных условиях определяют фактические показатели функционирования СМО «печь — литейный конвейер». Эти показатели должны обеспечивать такое функционирование данной системы, чтобы обеспечивать выполнение производственной программы цеха.

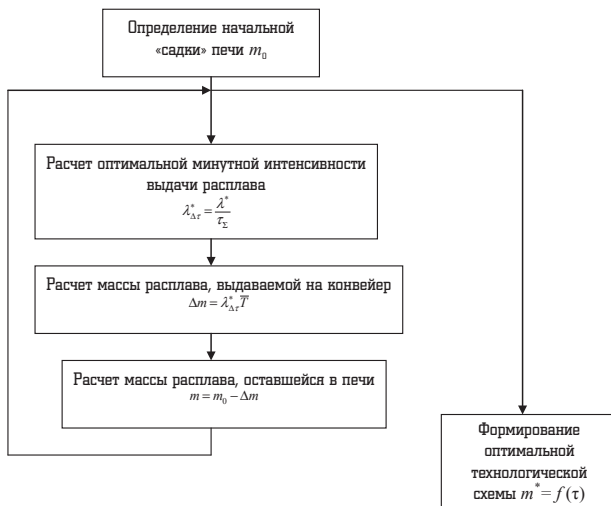


2. На основе этих данных определяют фактическую потребность в расплаве литейного конвейера, фактическое время выполнения технологических операций, и осуществляется операция нормирования этих величин.

3. Рассчитывают радиус-вектор, описывающий положение точки ( $\lambda, \mu^{-1}$ ) в факторном пространстве.

4. Определяют оптимальную начальную загрузку («садку») печи.

5. Реализуется итерационная процедура по алгоритму, представленному на рис. 9.



**Рис. 9.** Алгоритм процедуры расчета оптимальной технологической схемы плавки, закладываемой в программу управления

Следовательно, реализацией описанной процедуры формируется оптимальная технологическая схема, закладываемая в программу управления процессом электроплавки.

## 6. Выводы

1. Формирование структуры функционала при синтезе оптимального управления электроплавкой может осуществляться на основе исследования работы дуговой печи как элемента системы массового обслуживания. Полученный при этом функционал сочетает в себе требования к процессу управления количественного и качественного характера.

2. Общая процедура синтеза оптимальной технологической схемы плавки, закладываемой в систему управления, основана на результатах математического моделирования печи как элемента системы массового обслуживания и анализа поверхности отклика, построенной по данной модели.

3. Для синтеза управления электропечью, работающей в составе литейного конвейера, необходимо построить оптимальную технологическую схему плавки, позволяющую определять количество расплава, выдаваемого на литейный конвейер

и, в соответствии с этим, выбирать техническую реализацию системы управления процессом выдачи расплава.

## Литература

1. Дёмин Д. А. Адаптивный подход к разработке энергосберегающей технологии электродуговой плавки [Текст] / Д. А. Дёмин // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. — Харьков : ХГПУ, 2000. — № 77. — С. 24–25.
2. Дёмин Д. А. Методы оценки и оптимизация показателей эффективности технологического процесса плавки [Текст] / Д. А. Дёмин // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. — Харьков : ХГПУ, 2000. — № 117. — С. 42–44.
3. Дёмин Д. А. Статистическое моделирование зависимостей между структурными составляющими чугуна, модифицированного ферросилицием [Текст] / Д. А. Дёмин // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. — Харьков : ХГПУ. — 2000. — № 119. — С. 36–39.
4. Дёмин Д. А. Выбор области планирования промышленных экспериментов при решении задачи оптимизации свойств легированного чугуна [Текст] / Д. А. Дёмин // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. — Харьков : ХГПУ, 2000. — № 128. — С. 121–126.
5. Дёмин Д. А. Статистическое моделирование зависимостей между структурными составляющими и твердостью чугуна, модифицированного ферросиликванадием [Текст] / Д. А. Дёмин // Процессы литья. — Киев : ФТИМС, 2001. — № 2. — С. 55–58.
6. Дёмин Д. А. Энергосберегающая технология получения легированного чугуна [Текст] / Д. А. Дёмин, Т. В. Запороженко // Процессы литья. — Киев : ФТИМС, 2001. — № 4. — С. 3–5.
7. Дёмин Д. А. Оптимизация режима работы дуговой электропечи при плавке легированного чугуна [Текст] / Д. А. Дёмин // Східно-Європейський журнал передових технологій. — Харків : Технологічний центр, 2004. — № 6(12)2004. — С. 43–46.
8. Дёмин Д. А. Моделирование кинетики химсостава чугуна при плавке в электродуговой печи [Текст] / Д. А. Дёмин // Вісник національного технічного університету «ХПІ». — Харків : НТУ «ХПІ», 2005. — № 27. — С. 41–46.
9. Дёмин Д. А. Управление электродуговой плавкой на основе построения адаптивной модели «химический состав — микроструктура чугуна» [Текст] / Д. А. Дёмин // Вісник національного технічного університету «ХПІ». — Харків : НТУ «ХПІ», 2007. — № 30. — С. 31–43.

10. Дьомін Д. О. Адаптивний підхід до моделювання параметрів електродугової плавки [Текст] / Д. О. Дьомін // Наукові вісті Галицької Академії, Івано-Франківськ: Галицька Академія, 2008. — № 2(14)2008. — С. 24–31.
11. Демин Д. А. Совершенствование процессов управления электроплавкой [Текст] / Д. А. Демин // Вісник національного технічного університету «ХПИ». — Харків : НТУ «ХПИ», 2010. — № 4. — С. 33–44.
12. Серая О. В. Оценивание параметров уравнения регрессии в условиях малой выборки [Текст] / О. В. Серая, Д. А. Демин // Східно-Європейський журнал передових технологій. — Харків : Технологічний Центр, 2009. — № 6/4(42).2009. — С. 14–19.
13. Раскин Л. Г. Искусственная ортогонализация пассивного эксперимента в условиях малой выборки нечетких данных [Текст] / Л. Г. Раскин, Д. А. Демин // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. — Харків : УкрДАЗТ, 2010. — № 1(80). — С. 20–23.
14. Демин Д. А. Метод обработки малой выборки нечетких результатов ортогонализованного пассивного эксперимента [Текст] / Д. А. Демин, Т. И. Каткова. // Вісник Інженерної Академії. — Київ : Інженерна Академія України, 2010. — № 2, 2010. — С. 234–237.
15. Серая О. В. Оценка представительности усеченных ортогональных подпланов плана полного факторного эксперимента [Текст] / О. В. Серая, Д. А. Демин // Системні дослідження та інформаційні технології. — Київ : Інститут системних досліджень, 2010. — № 3. — С. 84–88.
16. Алексеев В. М. Оптимальное управление [Текст] / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. — М. : Наука, 1979.
17. Афанасьев В. Н. Математическое конструирование оптимальных систем управления [Текст] / В. Н. Афанасьев. — М. : Изд. МИЭМ, 1977.
18. Атанс М. Оптимальное управление [Текст] / М. Атанс, П. Л. Фалб. — М. : Машиностроение, 1968.

## МЕТОДОЛОГІЯ ФОРМУВАННЯ ФУНКЦІОНАЛУ ДЛЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОПЛАВКОЮ

**Д. О. Дьомін**

У статті описана методологія формування функціоналу для розрахунку оптимального управління електроплавкою на основі двох альтернативних міркувань — максимізації продуктивності устаткування і мінімізації витрат при його функціонуванні. Запропонована методологія розрахунку оптимального управління процесом електроплавки на основі представлення печі як елементу системи масового обслуговування «піч — ливарний конвейєр».

**Ключові слова:** функціонал, система масового обслуговування, оптимальне управління, електродугова плавка.

*Дмитро Олександрович Дьомін, кандидат технічних наук, професор кафедри ливарного виробництва Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут».*

## METHODOLOGY OF FORMING FUNCTIONAL IN THE OPTIMAL CONTROL ELECTRIC SMELTING

**D. Domin**

In the article methodology of forming of functional is described for the calculation of optimum management metallurgical process on the basis of two alternative considering are maximizations of the productivity of equipment and minimization of expenses at his functioning. Methodology of calculation of optimum metallurgical process control is offered on the basis of presentation of stove as element of the queuing system «stove is a casting conveyer».

**Key words:** functional, queuing system, optimal control, electric arc smelting.

*Dmytro Domin, Ph. D., professor Department of Foundry, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute».*

### Адрес для переписки:

61002, г. Харьков, ул. Фрунзе, 21  
 Национальный технический университет  
 «Харьковский политехнический институт»  
 Кафедра «Литейное производство»  
 E-mail: nauka@jet.com.ua