

точной функции исследуемого объекта. Несмотря на сложность компьютерной реализации алгоритма 1 и существенную погрешность аппроксимации алгоритма 2 на начальном участке переходного процесса, существенным достоинством обеих алгоритмов является полное совпадение переходных процессов в области установившихся значений. Рекомендуется использование комбинированного итерационного алгоритма интерполяции при исследовании переходных процессов устойчивых динамических систем.

Литература

1. Гэ Цюнь. Интерполяция установившихся и переходных электрических величин в ЭЭС [Текст] / Гэ Цюнь, Я. Л. Арцишевский // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. — Курск, 2008. — № 10. — С. 267–275.
2. Шидловская, Н. А. Сравнительный анализ использования алгебраических и гиперболических полиномов при исследовании переходных процессов в выходных цепях разрядно-импульсных систем [Текст] / Н. А. Шидловская, С. Н. Захарченко // Электротехника и Электромеханика. — Харьков: НТУ, 2012. — № 6. — С. 34–36.
3. Кондратьев, В. А. О представлении электромагнитных сил при структурном моделировании динамических свойств электромагнитных механизмов [Текст] / В. А. Кондратьев, Н. Г. Власова // Сборник научных трудов НГТУ. — Новосибирск: НГТУ, 2009. — № 4(58). — С. 59–64.
4. Vrancic, D. Magnitude Optimum Techniques for PID Controllers [Text] / D. Vrancic, Ed. by R. C. Panda // Introduction to PID Controllers — Theory, Tuning and Application to Frontier Areas. — Rijeka: InTech, 2012. — P. 75–102. doi:10.5772/34404
5. Strejc, V. Auswertung der dynamischen Eigenschaften von Regelstrecken bei gemessenen Ein- und Ausgangssignalen allgemeiner [Text] / V. Strejc // Zeitschrift für Messen, Steuern, Regeln. — Berlin, 1960. — Jg. 3, Nr. 1. — P. 7–10.
6. Костьян, Н. Л. Метод многократного интегрирования для исследования систем при произвольном воздействии [Текст]: сб. науч. пр. / Н. Л. Костьян // Вісник ЧДТУ. Серія технічні науки. — Черкаси: Черкаський державний технологічний університет, 2014. — № 3. — С. 32–38.
7. Верлань, А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы [Текст] / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — К.: Наукова думка, 1986. — 543 с.
8. Гончаров, В. Л. Теория интерполирования и приближения функций [Текст] / В. Л. Гончаров. — М.: Гостехиздат, 1954. — 316 с.
9. Половко, А. М. Интерполяция. Методы и компьютерные технологии их реализации [Текст]: монография / А. М. Половко, П. Н. Бутусов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2004. — 320 с.
10. Дьяконов, В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник [Текст] / В. Дьяконов, В. Круглов. — СПб.: Питер, 2001. — 480 с.
11. Верлань, А. Ф. Методы и устройства интерпретации экспериментальных зависимостей при исследовании и контроле энергетических процессов [Текст] / А. Ф. Верлань, Б. Б. Абдусатаров, А. А. Игнатченко, Н. А. Максимович. — К.: Наукова думка, 1993. — 208 с.

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИХ АЛГОРИТМІВ КОМП'ЮТЕРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЗА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМИ ДАНИМИ

Досліджено задачу комп'ютерної ідентифікації передавальної функції по перехідній характеристиці, отриманої експериментальним шляхом. Визначено переваги та недоліки розглянутих інтерполяційних алгоритмів подання оригіналів динамічного об'єкта. Розроблено програмний комплекс ідентифікації передавальних функцій з можливістю ітераційного уточнення за коефіцієнтом загасання.

Ключові слова: інтерполяція, передавальна функція, перехідний процес, стійка динамічна система.

Костьян Наталья Леонидовна, старший преподаватель, кафедра информационно-компьютерных технологий и фундаментальных дисциплин, Киевский национальный университет технологий и дизайна, Украина, e-mail: k_n_1@mail.ru.

Костьян Наталія Леонідівна, старший викладач, кафедра інформаційно-комп'ютерних технологій та фундаментальних дисциплін, Київський національний університет технологій та дизайну, Україна.

Kostian Nataliia, Kyiv National University of Technologies and Design, Ukraine, e-mail: k_n_1@mail.ru

УДК 539.3:534.222

DOI: 10.15587/2312-8372.2015.41151

**Бомба А. Я.,
Турбал Ю. В.,
Турбал М. Ю.,
Радовенюк О. В.**

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СЕЙСМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ НА ОСНОВІ СОЛІТОННОГО ПІДХОДУ

В роботі розглянуто математичну модель сейсмічного процесу, що ґрунтується на врахуванні впливу відокремлених хвиль солітонного типу на виникнення окремих сейсмічних поштовхів. Запропонована методика уточнення ймовірності поштовху з врахуванням солітонної компоненти. Розроблено інформаційну систему, яка дозволяє аналізувати солітонну складову сейсмічних процесів та будувати прогностичні траєкторії окремих відокремлених хвиль.

Ключові слова: солітон, відокремлена хвиля, землетрус, динамічна система.

1. Вступ

Відокремлені хвилі, які здатні зберігати свою форму та характеристики при поширенні на значні відстані, останнім часом є об'єктом вивчення у багатьох галузях

теоретичних та прикладних наукових досліджень. Особливо цікавими є властивості солітонів — відокремлених хвиль, які мають властивості частинок. Актуальність дослідження локалізованих хвиль пов'язана з можливістю їх генерації з довільного збурення, поширюватись

з збереженням форми та зберігати свою локалізовану структуру при підсиленні чи послабленні.

Особливо слід відзначити важливість вивчення відокремлених хвиль та їх підсилення у сейсмології, де спостерігаються аномальні сейсмічні хвилі деформації [1]. Це пов'язано з тим, що проблема прогнозування сейсмічних поштовхів в багатьох її аспектах залишається відкритою, незважаючи на те, що на сьогоднішній день відомі сотні передвісників землетрусів та низка теорій, що пояснюють їх виникнення. Тому використання нових підходів до моделювання сейсмічних процесів та відповідних математичних моделей є надзвичайно актуальною задачею.

Ідея солітона як одного з можливих «спускових механізмів» сейсмічних поштовхів виникла на основі аналізу середовища, де виникають відокремлені хвилі, умов їх виникнення та результатів численних експериментів та вимірювань низки параметрів у областях, де накопичується сейсмічна енергія.

В даній роботі розглядаються підходи до моделювання сейсмічних процесів, що ґрунтуються на врахуванні їх солітонної компоненти та пропонується інформаційна система аналізу даних сейсмічних станцій для уточнення ймовірностей сейсмічних поштовхів.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Під землетрусом (поштовхом) розумітимемо вектор (x, t, μ) , де x — гіпоцентр, $(x \in \Omega)$, t — час поштовху $(t \in R^+)$, μ — енергія (магнітуда).

Специфікою сейсмічних процесів у певному регіоні є наявність деякої кількості поштовхів, серед яких, як правило, є поштовх найбільшої енергії (магнітуди). Часто перед основним поштовхом відбувається декілька поштовхів значно меншої магнітуди (їх називають форшоками). Після основного поштовху, як правило, відбувається серія поштовхів меншої магнітуди (афтершоки). Зауважимо, що трапляються випадки, коли форшоки чи афтершоки є відсутніми чи їх неможливо ідентифікувати.

На сьогодні найбільш розвинутими є статистичні методи дослідження сейсмічних процесів. Це закономірно — адже у сейсмічних процесах відіграє важливу роль величезна кількість факторів, усі з яких врахувати неможливо. При цьому відома низка емпіричних законів. Так, наприклад, відомою є формула Оморі [2], яка описує залежність кількості поштовхів від заданої нижньої границі магнітуди та часу:

$$n(t) = K / (t + c)^p,$$

де K — параметр, що залежить від нижньої границі магнітуди, c, p — параметри, що не залежать від цієї границі. Відомий емпіричний закон Гутенберга-Ріхтера, який описується співвідношенням: $P\{Mag > M\} = e^{-BM}$. Т. Утсу [3] досліджував зв'язок магнітуди основного поштовху і інтенсивності афтершокової активності та отримав співвідношення: $\log_{10} A = \alpha M + \text{const}$, де A — кількість афтершоків. Т. Утсу і А. Секі [4] отримали закон зв'язку площі сейсмічного регіону та магнітуди основного поштовху у вигляді: $\log_{10} S = 1,2M - 4,0$.

Ряд дослідників, зокрема С. Ломніз та Ф. Нава [5] розглядали послідовність афтершоків як нестационар-

ний пуассонівський процес. Д. Веа-Джонс [6] дослідив можливість застосування аналізу Джефріса. При аналізі багатьох землетрусів був виявлений статистичний зв'язок між окремими поштовхами.

Д. Веа-Джонс [7] запропонував тригерну модель. В цій моделі розглядається декілька основних поштовхів, розподілених рівномірно, кожен з яких генерує серію афтершоків. Умовна ймовірність афтершоку на інтервалі $(t, t + dt)$, згенерована основним поштовхом в момент часу t_0 , визначається як $\sigma_{t_0}(t)dt$. При цьому було запропоноване співвідношення:

$$\sigma_{t_0}(t) = \begin{cases} \xi f(t - t_0), & t \geq t_0, \\ 0, & t < t_0, \end{cases}$$

де ξ — середня кількість подій, зумовлених основним поштовхом. Веа-Джонс і Девіс [7] розглядали функцію виду $f(t) = (p-1)c^{p-1} / (c+t)^p$. Ломніз і Нава [5] розглядали ξ пропорційною до $M - M_r$, де M — магнітуда основного поштовху, M_r — залишкова магнітуда.

Д. Кендал [8] розглядав сейсмічні процеси як процеси народження та смерті, такі що для кожного x який існує в момент t для наступного інтервалу $(t, t + dt)$ існує ймовірність народження $g(t)dt$ і смерті $h(t)dt$. А. Ховкс [9] розглядав процеси народження з рівнем міграції μ в кожен момент часу, які мають певну інтенсивність.

Цей процес також можна розглядати як процес кластеризації відмінний від процесу Неймана-Скота, в якому процес $N_c(t)$ моментів народження центрів кластерів є пуассонівським з параметром μ . З кожною подією $N_c(t)$ асоціюється кластер допоміжних подій, утворений нащадками, причому:

$$\begin{aligned} \lambda_j(t) &= E[dN_j(t) | \text{history of } N_m(s) \text{ for all } m \text{ at time } t] / dt = \\ &= \mu_j + \sum_m \sum_{t_i^m < t} g_{im}(t - t_i^m) = \mu_j + \sum_m \int_0^t g_{im}(t - s) dN_m(s). \end{aligned}$$

При цьому С. Ломніз [5] розглядав випадок $g(t) = ae^{-\alpha t}$, Я. Огата — $g(t) = K / (t + c)^p$, Я. Огата і Х. Акаї-

ке [10] — $g(t) = \sum_{k=1}^k a_k t^{k-1} e^{-\alpha t}$.

Як бачимо з наведених вище результатів, низка дослідників виявляли зв'язок між окремими поштовхами. Однак, адекватного пояснення такого явища досі не існує, математичні моделі часто носять емпіричний характер. Тому стояло завдання у розробці теорії, яка б дозволяла пояснити низку закономірностей у сейсмічних процесах. В основі солітонної моделі, що була запропонована, зокрема, в роботі [11], лежить наступна гіпотеза: землетруси можуть виникати у випадках, коли через область, де накопичилась сейсмічна енергія, проходить структурно-стійка відокремлена хвиля солітонного типу.

3. Об'єкт, ціль та задачі дослідження

Проведені дослідження ставлять за мету підтвердити гіпотезу про солітонну природу сейсмічних поштовхів

в низці сейсмо-активних регіонів шляхом побудови математичної моделі сейсмічних процесів, що враховує солітонну компоненту, розробки методів ідентифікації траєкторій відокремлених хвиль та інформаційної системи аналізу даних, яка дозволяє ідентифікувати траєкторії відокремлених хвиль у областях сейсмічної активності на основі даних сейсмічних станцій та дозволяє проводити перевірку адекватності солітонного підходу.

Об'єкт дослідження — процеси поширення відокремлених хвиль щільності солітонного типу в суцільних середовищах з урахуванням їх взаємодії, що можуть бути причиною сейсмічних поштовхів за умови проходження їх через області накопичення сейсмічної енергії.

4. Матеріали та методи дослідження математичної моделі сейсмічного процесу

4.1. Ймовірнісна модель. В якості формальної моделі середовища, де відбувається процес виникнення та поширення солітонів, що можуть бути генераторами сейсмічних поштовхів, будемо розглядати динамічну систему виду:

$$\Sigma = \{T, \Omega, G_0, E, Y, S, I\}, \quad (1)$$

де $T = [t_0, t_1] \subset R$ — часовий інтервал; $\Omega \subset R^3$ — фазовий простір; $G_0 \subset \Omega \times T \times M$ — початкова множина землетрусів; E — функція розподілу накопичення сейсмічної енергії; $\Omega(E)$ — відповідний простір функцій; $Y: T \times \Omega \rightarrow \Omega$ — оператор, що визначає траєкторії солітонів; $S_t \subset \Omega$ — множина координат солітонів в момент часу t , $S = \{S_t, t \in [t_0, t_1]\}$; $I: \Omega \times \Omega(E) \times S \times T \times M(T) \rightarrow [0, 1]$ — функціонал, який описує ймовірність виникнення землетрусу певної магнітуди в заданий момент часу в заданій точці за рахунок солітонних механізмів.

Очевидно, що для побудови моделі необхідно визначити її компоненти. Початкова множина поштовхів повинна бути заданою. Це є основні вихідні дані для побудови прогнозу. В якості вихідних даних будемо розглядати послідовність виду: $(x_1, t_1, \mu_1), (x_2, t_2, \mu_2), \dots, (x_k, t_k, \mu_k)$, де x_1, x_2, \dots, x_k — гіпоцентри землетрусів, $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_k$ — моменти поштовхів, $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ — магнітуди.

Функція накопичення сейсмічної енергії може бути побудована за рахунок збору експериментальних даних, аналізу передвісників. Зауважимо, що описана далі методика прогнозування може і не враховувати останню функцію.

В даній роботі зосередимось на частковому випадку, коли магнітуда поштовху не враховується.

Нехай $X(t)$ — випадковий процес, що описує локалізацію поштовхів в момент часу t в області Ω , $X(t) \in \Omega \forall t \in T$. Надалі будемо дотримуватись моделі Ерланга, згідно з якою ймовірність того, що на малому інтервалі часу dt є більше одного поштовху, є $o(dt)$. Часовий переріз такого випадкового процесу є випадковою величиною, щільність якої визначає локалізацію поштовху в момент часу t , $f_t(x)dx = P\{X \in dx\}$.

На основі статистичного підходу будемо оцінку ймовірності поштовху в деякій області:

$$P\{dx\} = \frac{v(dx)}{n},$$

де v — частота поштовхів.

Нехай ρ — це деяка константа, яка описує ймовірність виникнення поштовху саме за рахунок солітона при умові, що поштовх відбувся. Відповідну подію позначимо як $\{sol\}$, її заперечення — $\{notsol\}$. Зауважимо, що для кожної території ця константа є різною та залежить від специфіки середовища, де зосереджується гіпоцентр землетрусу. В такому випадку $P\{X(t) \in dx\} = P\{X(t) \in dx / sol\}\rho + P\{X(t) \in dx / notsol\}(1-\rho)$. Зауважимо, що ймовірність $P\{X(t) \in dx / notsol\}$ може визначатись класичними методами з використанням інформації про попередні поштовхи.

Далі будемо аналізувати ймовірність $P\{X(t) \in dx / sol\}$. Припустимо, що відома $S_t \subset \Omega$ — множина координат солітонів в момент часу t . Тоді необхідно конкретизувати вплив одного солітона, локалізованого в точці x , на ймовірність поштовху. Такий вплив в найпростішому випадку опишемо функцією $f_{N(x, \varepsilon)}(z)$: $P\{X(t) \in dz / солітон знаходиться в точці x\} = f_{N(x, \varepsilon)}(z)dz$. Тоді:

$$\begin{aligned} P\{X(t) \in dz / sol\} &= \frac{dz}{N(S_t)} \sum_{x_t \in S_t} f_{N(x_t, \varepsilon)}(z) = \\ &= dx \int_{\Omega} f_{N(x_t, \varepsilon)}(x) d\sigma(x_t), \end{aligned}$$

$$\text{де } \sigma(x_t) = \begin{cases} 1/N(S_t), & x_t \in S_t, \\ 0, & x_t \notin S_t. \end{cases}$$

У випадку, коли в області присутня певна кількість відокремлених хвиль, можемо говорити про їх розподіл. Нехай $g(x, t)$ — функція щільності солітонів в момент часу t . Тоді:

$$\begin{aligned} P\{\text{солітон знаходиться в області } S \text{ в момент часу } t\} &= \\ &= \int_S g(x, t) dx. \end{aligned}$$

В такому випадку маємо:

$$\begin{aligned} P\{X(t) \in dy / sol\} &= \int_{\Omega} P\{X(t) \in dy / солітон знаходиться \\ &\text{в точці } x\} g(x, t) dx = \int_{\Omega} P\{X(t) \in dy / солітон \\ &\text{знаходиться в точці } x\} g(x, t) dx = \int_{\Omega} f_{N(x, \varepsilon)}(y) g(x, t) dx. \end{aligned}$$

Таким чином, для обрахунку ймовірності поштовху (частковий випадок функціонала I), що відбувається в результаті проходження відокремленої хвилі через області, де накопичується сейсмічна енергія, необхідно робити оцінки траєкторій солітонів за результатами спостережень їх окремих точок.

4.2. Задача ідентифікації траєкторій відокремлених хвиль. Задача ідентифікації траєкторій за дискретними

результатами спостережень належить до галузі інтелектуального аналізу даних (Data Mining), де розроблено багато різноманітних методів та підходів. Підходи до ідентифікації траєкторій відокремлених хвиль описано, зокрема, в роботі [12].

Відповідну задачу можемо поділити на два етапи: виділення з усієї множини поштовхів підмножин, що зумовлені одним солітоном, а також побудову прогнозу траєкторії солітона.

На першому етапі будемо використовувати інформацію про характер швидкості хвилі. Припустимо, що в конкретному фізичному середовищі має місце спадання швидкості відокремленої хвилі. У такому випадку із множини $G_0 = \{(x_1, t_1), (x_2, t_2), \dots, (x_k, t_k)\}$ можемо виділяти такі підпоследовності $(x_{i_1}, t_{i_1}), (x_{i_2}, t_{i_2}), \dots, (x_{i_k}, t_{i_k})$, для яких виконується умова:

$$\tilde{v}_{i_1 i_2} \geq \tilde{v}_{i_2 i_3} \geq \dots \geq \tilde{v}_{i_{k-1} i_k},$$

де $\tilde{v}_{ij} = \frac{\rho(x_j, x_i)}{t_j - t_i}$, $j > i, i, j = 1, k$, $\rho(x_j, x_i)$ — відстань між

точками. Очевидно, можемо вимагати виконання інших умов, виходячи зі специфіки характеру руху хвиль.

Для ідентифікації траєкторій можемо запропонувати підхід, аналогічний автокореляційному критерію існування тренду. Дійсно, розглянемо послідовність $r_{j_1}, r_{j_2}, \dots, r_{j_l}$ і визначимо коефіцієнт автокореляції першого порядку:

$$R_l^1 = \frac{\sum_{i=2}^l (r_{j_i} - \bar{r}_1)(r_{j_{i-1}} - \bar{r}_1)}{\sqrt{\sum_{i=2}^l (r_{j_i} - \bar{r}_1)^2 (r_{j_{i-1}} - \bar{r}_1)^2}},$$

$$\bar{r}_1 = \frac{1}{l-1} \sum_{i=2}^l r_{j_i}, \bar{r}_2 = \frac{1}{l-1} \sum_{i=2}^l r_{j_{i-1}}. \quad (2)$$

Аналогічно визначимо коефіцієнт автокореляції R_{l+1}^2 для ряду $r_{j_1}, r_{j_2}, \dots, r_{j_{l+1}}$. У тому випадку, якщо точка $x_{j_{l+1}}$ не пов'язана з $x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_l}$, тобто випадкова (не належить одній траєкторії солітона), одержимо нерівність $R_l^1 > R_{l+1}^2$. Таким чином, за допомогою коефіцієнта автокореляції можемо ідентифікувати траєкторії солітонів. Помітимо, що при такому підході можемо будувати прогноз, знаходячи максимум коефіцієнта кореляції між рядом спостережень і його зміщенням на 1 позицію «вправо».

Окремо зупинимось на питаннях прогнозування траєкторій відокремлених хвиль в деяких класах кривих. Зауважимо, що чисельне моделювання траєкторії відокремленої хвилі, що рухається в анізотропному твердому тілі в області зростаючої щільності, проведене в роботі [12] показало, що траєкторія переважно прямолінійна або являє собою фрагменти спіралей.

У такому випадку логічно в процесі побудови траєкторій розглядати ламані або криві в класі функцій виду $r(\phi(t)) = \alpha_1 e^{-\mu_1 \phi(t)} + \alpha_2 e^{-\mu_2 \phi(t)} + \dots + \alpha_m e^{-\mu_m \phi(t)}$ (записані в полярній системі координат), що представляють собою суму логарифмічних спіралей. В останньому випадку при $x_i = r_i e^{\phi_i}$ можемо записати систему співвідношень:

$$\begin{aligned} \alpha_1 e^{-\mu_1 \phi_1} + \alpha_2 e^{-\mu_2 \phi_1} + \dots + \alpha_m e^{-\mu_m \phi_1} &= r_1, \\ \alpha_1 e^{-\mu_1 \phi_2} + \alpha_2 e^{-\mu_2 \phi_2} + \dots + \alpha_m e^{-\mu_m \phi_2} &= r_2, \\ \dots \\ \alpha_1 e^{-\mu_1 \phi_k} + \alpha_2 e^{-\mu_2 \phi_k} + \dots + \alpha_m e^{-\mu_m \phi_k} &= r_k. \end{aligned} \quad (3)$$

Система рівнянь (3) визначає проблему моментів для системи функцій $\{t^{\phi_i}, i = \overline{1, k}\}$. В частинному випадку, коли $\{\phi_i = i-1, i = \overline{1, k}\}$, отримуємо степеневу проблему моментів, яка добре вивчена.

Для розв'язку відповідної задачі в роботі [12] запропоновано наступний підхід. Будеться допоміжна задача виду:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 + \dots + \tilde{\alpha}_m &= r_0, \\ \tilde{\alpha}_1 \tilde{\beta}_1 + \tilde{\alpha}_2 \tilde{\beta}_2 + \dots + \tilde{\alpha}_m \tilde{\beta}_m &= r_1, \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_1 \tilde{\beta}_1^{2m-1} + \tilde{\alpha}_2 \tilde{\beta}_2^{2m-1} + \dots + \tilde{\alpha}_m \tilde{\beta}_m^{2m-1} &= r_{2m-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Нехай:

$$f(\phi) = \sum_{i=0}^{2m-2} f_i(\phi) \chi(\phi \in [\phi_i, \phi_{i+1}]) + f_{2m-1}(\phi) \chi(\phi \in [\phi_{2m-1}, \infty)),$$

де $\chi(\cdot)$ — функція Хевісайда,

$$\tilde{r}(\phi) = \tilde{\alpha}_1 \tilde{\beta}_1^\phi + \tilde{\alpha}_2 \tilde{\beta}_2^\phi + \dots + \tilde{\alpha}_m \tilde{\beta}_m^\phi,$$

Очевидно, що $\tilde{r}(f(\phi_i)) = r(\phi_i) = r_i, i = \overline{0, 2m-1}$. Тоді розглядається відображення $f_k: [\phi_k, \phi_{k+1}] \rightarrow [k, k+1]$ таке, що $\tilde{r}(f_k(\phi)) = r(\phi)$ на інтервалі $[\phi_k, \phi_{k+1}]$ наступним способом: $f_k(\phi) = \tilde{r}^{-1}(r(\phi))$. Значення $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ визначаються як розв'язки системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m &= \tilde{r}(f(0)), \\ \alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2 + \dots + \alpha_m \beta_m &= \tilde{r}(f(1)), \\ \dots \\ \alpha_1 \beta_1^{2m-1} + \alpha_2 \beta_2^{2m-1} + \dots + \alpha_m \beta_m^{2m-1} &= \tilde{r}(f(2m-1)). \end{aligned} \quad (5)$$

Система рівнянь (5) є системою моментних співвідношень для степеневі проблеми моментів, яка розв'язується відомим методом.

5. Результати досліджень методів ідентифікації траєкторій відокремлених хвиль

Очевидно, що реалізувати описані вище методи ідентифікації траєкторій відокремлених хвиль, що можуть спричиняти сейсмічні поштовхи, неможливо без комп'ютерної програми.

Тому був розроблений програмний комплекс, який має наступні функціональні компоненти: блок отримання вхідних даних шляхом підключення до віддалених баз даних та формування відповідних SQL-запитів; блок

візуалізації поштовхів та корекції даних, що базується на використанні системи роботи з статичними картами Google на основі Google API; блок аналізу вхідних даних, який включає формування матриці швидкостей та алгоритм ідентифікації траєкторій солітонів на основі методів, описаних вище; блок побудови прогнозу траєкторій та їх візуалізації.

На рис. 1 зображено пункти головного меню програмної системи.

Програма працює в локальній тестовій версії та як підпрограма глобальної системи прогнозування, що розробляється в відділі сейсмічної небезпеки Інституту геофізики НАН України.

В системі реалізована багатопотокова обробка даних, оскільки алгоритм ідентифікації має поліноміальну складність та вимагає значного часу роботи при наявності великої кількості поштовхів а також виникає потреба призупиняти та продовжувати розрахунки, формувати проміжні вихідні файли. Програма дозволяє автоматично формувати URL для скачування відповідної карти Google в залежності від вибраної області дослідження та координат відповідних поштовхів та має низку параметрів для налаштування алгоритму ідентифікації солітонів та прогнозування їх траєкторій.

На рис. 2 зображено приклад аналізу траєкторій солітонів для регіону Польщі. Відомою є інформація про гіпоцентри та час початку 15 землетрусів, що відбулись в цьому регіоні на протязі 3 днів у 2014 році. Їх епіцентри позначені цифрами від 0 до 14 в порядку зростання моментів часу їх початку. Прогнозні траєкторії зображені на рис. 2 кривими. На рис. 3 зображено приклад прогнозу для регіону, що знаходиться на південному заході від острова Суматра.

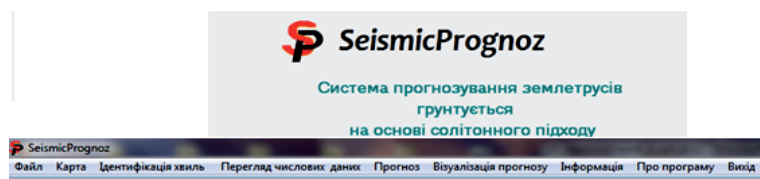


Рис. 1. Головне меню програми

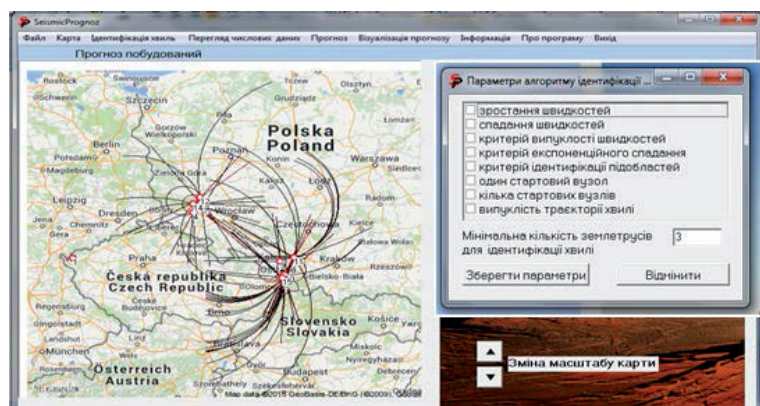


Рис. 2. Ідентифікація солітонів для сейсмічного процесу в районі Польщі — Чехії

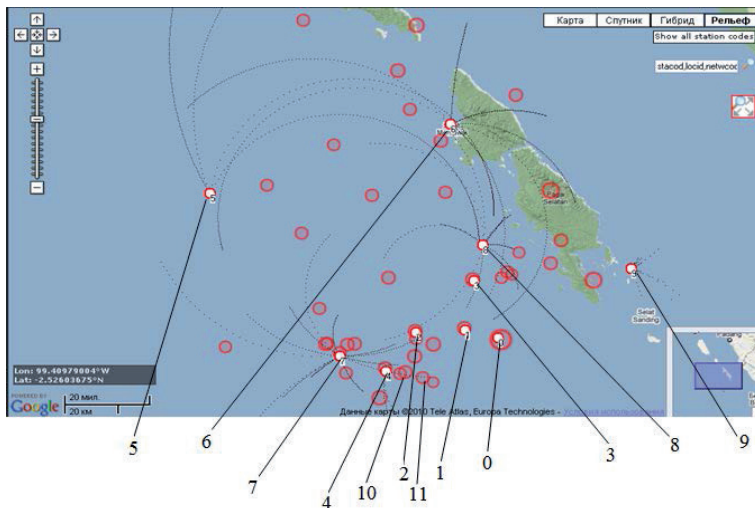


Рис. 3. Моделювання траєкторій солітонів під час сейсмічного процесу в районі о. Суматра

Відомою є інформація про гіпоцентри та час початку десяти землетрусів, що відбулись в цьому регіоні в період з 26.10.10 по 27.10.10, їх епіцентри позначені цифрами від 0 до 9 в порядку зростання моментів часу їх початку. Прогнозні траєкторії зображені на рис. 3 кривими. Епіцентр прогнозованого землетрусу — 11. Прогнозований землетрус був зумовлений солітоном з погнозною траєкторією 10.

6. Обговорення результатів досліджень моделювання сейсмічних процесів на основі солітонного підходу

Розроблений програмний комплекс було протестовано на низці сейсμοактивних регіонів, зокрема Японії, о. Суматра, о. Пасхи, Греції, Туреччини. Проводився також аналіз окремих сейсмічних поштовхів невеликої магнітуди в Європейському регіоні, особливо зоні Вранча та України. Дослідження показали, що метод уточнення ймовірності сейсмічних поштовхів, що враховує солітонну компоненту сейсмічних процесів, показав свою ефективність в низці регіонів, для яких властиве виникнення землетрусів з гіпоцентром в області поверхні Мохорвичича (для Японії, наприклад, це глибина порядку 30 км) та у випадках, коли геофізика відповідних процесів сприяє виникненню солітонів.

Очевидно, що солітон не у кожній точці своєї траєкторії спричиняє землетрус. Будь-яка допоміжна інформація про характер розломів, накопичення енергій чи наявність будь-якого з передвісників землетрусу дозволить з високим рівнем надійності визначити час та місце землетрусу при наявності інформації про траєкторію солітона-генератора.

Якщо провести аналіз швидкостей солітонів для реальних сейсмічних процесів, то можемо прийти до висновку, що вони можуть бути меншими за швидкості сейсмічних хвиль. В рамках аналізу рівнянь руху

анізотропного твердого тіла можна побачити, що швидкість солітона в земній корі може бути довільною і залежить лише від початкових умов його виникнення. З часом вона падає за рахунок неоднорідності середовища. Тоді можна пояснити залежність між собою серій вторинних поштовхів, яка виявлена статистичними методами. В рамках аналізу S-P хвиль це зробити неможливо, оскільки час між окремими реальними поштовхами є досить великим і не відповідає швидкості поширення S-P хвиль.

7. Висновки

Таким чином, в роботі розглянуто підхід до уточнення ймовірності сейсмічних поштовхів, що ґрунтується на врахуванні впливу відокремлених хвиль солітонного типу. Запропоновано низку підходів до ідентифікації окремих солітонів за результатами спостережень окремих точок їх траєкторій, що проявляються як сейсмічні поштовхи певної магнітуди. На основі результатів моделювання траєкторій відокремлених хвиль в анізотропних пружних тілах запропоновано певні підходи до побудови прогнозних траєкторій відокремлених хвиль. Розроблено інформаційну систему для аналізу солітонної складової сейсмічних процесів. Використання інформаційної системи показало ефективність солітонного підходу та можливість його застосування до аналізу сейсмічних процесів в низці регіонів Землі.

Література

- Kozák, J. Seismic events with non-shear component: I. Shallow earthquakes with a possible tensile source component [Text] / J. Kozák, J. Šílený // Pure and Applied Geophysics PAGEOPH. — 1985. — Vol. 123, № 1. — P. 1–15. doi:10.1007/bf00877045
- Ogata, Y. Statistical Models for Earthquake Occurrences and Residual Analysis for Point Processes [Text] / Y. Ogata // Journal of the American Statistical Association. — 1988. — Vol. 83, № 401. — P. 9–27. doi:10.1080/01621459.1988.10478560
- Utsu, T. Representation and Analysis of the Earthquake Size Distribution: A Historical Review and Some New Approaches [Text] / T. Utsu // Seismicity Patterns, their Statistical Significance and Physical Meaning. — Springer Science + Business Media, 1999. — P. 509–535. doi:10.1007/978-3-0348-8677-2_15
- Utsu, T. A Relation between the Area of After-shock Region and the Energy of Main-shock [Text] / Tokuji Utsu, Akira Seki // Journal of the Seismological Society of Japan. — 1954–1955. — 2nd ser., Vol. 7, No. 4. — P. 233–240.
- Lomnitz, C. The Predictive Value of Seismic Gaps [Text] / C. Lomnitz, F. A. Nava // Bulletin of the Seismological Society of America. — 1983. — Vol. 73, № 6A. — P. 1815–1824.
- Vere-Jones, D. Statistical Seismology [Text] / D. Vere-Jones, Y. Ben-Zion, R. Zúñiga // Pageoph Topical Volumes. — Springer Science + Business Media, 2005. — P. 1023–1026. doi:10.1007/3-7643-7375-x_1
- Vere-Jones, D. Some models and procedures for space-time point processes [Text] / D. Vere-Jones // Environmental and Ecological Statistics. — 2008. — Vol. 16, № 2. — P. 173–195. doi:10.1007/s10651-007-0086-0
- Kendall, D. G. Stochastic Processes and Population Growth [Text] / D. G. Kendall // Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological). — 1949. — Vol. 11, No. 2. — P. 230–282.
- Hawkes, A. G. Cluster Models for Earthquakes-Regional Comparisons [Text] / A. G. Hawkes, L. Adamopoulos // Bulletin of the International Statistical Institute. — 1973. — № 45, Book 3. — P. 454–461.
- Akaike, H. Time Series Analysis and Control Program Package [Text] / H. Akaike, T. Ozaki, M. Ishiguro, Y. Ogata, G. Kitagawa, Y. H. Tamura, E. Arahata, K. Katsura, Y. Tamura // TIMSAC-84. — Tokyo: The Institute of Statistical Mathematics, 1984. — Available at: \www/URL: http://rpackages.ianhowson.com/cran/timsac/man/timsac-package.html
- Турбал, Ю. В. Математична модель сейсмічного процесу, що враховує повільні відокремлені хвилі деформації [Текст] / Ю. В. Турбал // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. — 2013. — № 4(81). — С. 88–93.
- Бомба, А. Я. Методы анализа данных и прогнозирование траекторий уединенных волн [Текст] / А. Я. Бомба, Ю. В. Турбал // Проблемы управления и информатики. — 2014. — № 3. — С. 12–22.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ СОЛИТОННОГО ПОДХОДА

В работе рассмотрена математическая модель сейсмического процесса, базирующаяся на учете влияния уединенных волн солітонного типа на возникновение отдельных сейсмических толчков. Предложена методика уточнения вероятности толчка с учетом солітонной компоненты. Разработана информационная система, которая позволяет анализировать солітонную составляющую сейсмических процессов и строить прогнозные траектории отдельных уединенных волн.

Ключевые слова: солітон, уединенная волна, землетрясение, динамическая система.

Бомба Андрій Ярославович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інформатики та прикладної математики, Рівненський державний гуманітарний університет, Україна, e-mail: abomba@ukr.net.

Турбал Юрій Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри прикладної математики, Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна, e-mail: turbaly@gmail.com.

Турбал Маріанна Юрїївна, кафедра прикладної математики, Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна, e-mail: turbalmariana@gmail.com.
Радовенюк Олена Віталіївна, аспірант, кафедра прикладної математики, Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна, e-mail: radovenjuk@rambler.ru.

Бомба Андрей Ярославович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и прикладной математики, Ровенский государственный гуманитарный университет, Украина.

Турбал Юрий Васильевич, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной математики, Национальный университет водного хозяйства и природопользования, Ровно, Украина.

Турбал Марианна Юрьевна, кафедра прикладной математики, Национальный университет водного хозяйства и природопользования, Ровно, Украина.

Радовенюк Елена Витальевна, аспирант, кафедра прикладной математики, Национальный университет водного хозяйства и природопользования, Ровно, Украина.

Bomba Andiy, Rivne State Humanitarian University, Ukraine, e-mail: abomba@ukr.net.

Turbal Yuriy, National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne, Ukraine, e-mail: turbaly@gmail.com.

Turbal Mariana, National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne, Ukraine, e-mail: turbalmariana@gmail.com.

Radovenyuk Elena, National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne, Ukraine, e-mail: radovenjuk@rambler.ru