

Т. С. Бриль

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ РОЗПОДІЛІВ У РУХОМОМУ СЕРЕДОВИЩІ З ПОСТІЙНО ДІЮЧИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА

У статті описано крайову задачу для нестационарного рівняння теплопровідності, побудована математична модель температурного поля дроту, що рухається через зону нагрівання, де діють зовнішні джерела тепла, зі сталою та змінною швидкістю. Проведені чисельні експерименти та побудовані графіки температурних розподілів.

Ключові слова: математична модель, температурне поле, крайова задача.

1. Вступ

В даному дослідженні розглядаються математичні моделі, що описують технологічні процеси у металургії. Переважна більшість цих процесів неперервна у просторі та часі, тому для їх моделювання залучаються початково-крайові та нелокальні задачі математичної фізики. Оскільки у цій галузі формування виробу відбувається при підвищених температурах та інтенсивній дифузії речовини, то як математичні моделі процесів термодифузії доцільно розглянути задачі для рівнянь параболічного типу.

Для багатьох технологічних процесів у металургії характерною особливістю є те, що нагріванню піддається рухомий об'єкт. Одержати повну необхідну інформацію про температурний розподіл та розподіл концентрації речовини за допомогою вимірів під час технологічного процесу не завжди можливо. Її можна одержати лише розрахунковим шляхом, досліджуючи відповідні математичні моделі, аналізуючи отримані результати та порівнюючи їх з натурними експериментами.

2. Постановка проблеми

Розглянемо об'єктом нагрівання рухомий дріт. З математичної точки зору температурне поле рухомого дроту можна розглядати як температурне поле рухомого осесиметричного ізотропного середовища з діючими зовнішніми джерелами тепла, що породжуються випромінюванням від нагрівачів та передачі тепла кондуктивним способом від газів, що згорають у печі. Під дією джерела тепла зростає температура уздовж зони нагрівання, змінюються теплофізичні параметри середовища.

Основною технічною проблемою, що виникає під час дослідження процесу термічної обробки є визначення температурного розподілу у зоні нагрівання дроту, а додатковою є визначення параметрів керування температурним полем.

3. Основна частина

3.1. Аналіз літературних джерел по темі дослідження. В роботах [2, 7] у вигляді крайових задач для рівняння теплопровідності розглядаються концептуально нові та модифіковані математичні моделі, що описують температурні розподіли під час термічної обробки рухомого дроту, з постійними та періодично діючими внутрішніми джерелами тепла.

В роботах [1, 3, 4] розглядаються математичні моделі відпалу рухомого дроту періодично діючими внутрішніми джерелами тепла, що описують електропластичну обробку дроту.

В роботах [5, 6] розглядаються математичні моделі для рухомого осесиметричного середовища, що описують процеси нагрівання дроту зовнішніми джерелами тепла. Основою таких моделей є нелінійні початково-крайові задачі для однорідного рівняння теплопровідності з конвективними доданками. У математичних постановках задач зовнішні джерела тепла відображені у граничних умовах.

3.2. Результати досліджень. В ході дослідження було розглянуто загальну постановку задачі визначення температурного розподілу у середовищі, що розігрівається зовнішніми джерелами тепла. Об'єктом нагрівання є дріт зі сталими теплофізичними характеристиками, який рухається зі сталою швидкістю v через зону нагрівання довжиною l , де діють зовнішні джерела тепла. Початкова температура середовища у зоні нагрівання є неперервною обмеженою функцією $|T(0, z)| < \infty$, що залежить від радіуса $T(r, 0) = f(r, z)$. У зоні нагрівання поверхня рухомого дроту розігрівається тепловим потоком $q(z, t)$, який розповсюджується від джерела тепла. Коли швидкість руху $v(t)$ середовища через зону нагрівання l змінна температурне поле буде нестационарним. Його математична модель може бути задана у вигляді крайової задачі для наступного рівняння в області $\Omega_t : \{0 < r < r_0, 0 < z < l, t > 0\}$

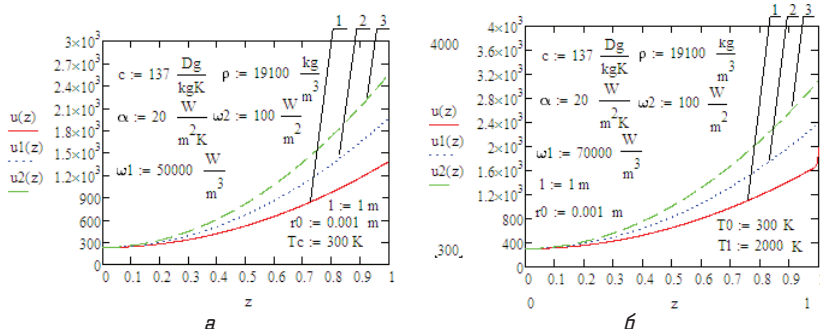
$$\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - v(t) c \rho_n \frac{\partial T}{\partial z} - c \rho_n \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$T(z, 0) = f(z), \quad \lambda \frac{\partial T(r_0, z)}{\partial r} = q(r, z, t), \quad \frac{\partial T(0, z)}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial T(0, t)}{\partial z} = -\alpha(T_c - T), \quad \lambda \frac{\partial T(l, t)}{\partial z} = \alpha(T_c - T) \quad (3)$$

$$\text{або } T(r, 0, t) = T_0, \quad T(r, l, t) = T_l. \quad (4)$$

При розв'язанні даної задачі розглядалися два випадки: швидкість руху $v(t)$ дроту через зону нагрівання l — стала $v(t) = v = \text{const}$ та швидкість руху $v(t)$ дроту через зону нагрівання l — змінна. На рис. 1 зображені графіки температурного розподілу для вольфрамового дроту розраховані для різних швидкостей руху дроту через зону нагрівання. Різні крайові умови спричиняють різні температурні розподіли.



Крива 1 — $v = \frac{1}{60} \frac{m}{c}$; крива 2 — $v = \frac{1}{90} \frac{m}{c}$; крива 3 — $v = \frac{1}{120} \frac{m}{c}$

Рис. 1. Температурний розподіл у зоні нагрівання, з різними швидкостями: а — розв'язок з крайовими умовами (3), б — розв'язок з крайовими умовами (4)

В результаті розв'язання крайової задачі для нестационарного рівняння теплопровідності побудована математична модель температурного поля дроту, що рухається через зону нагрівання — прохідну піч, зі сталою та змінною швидкістю. Побудована неявна різницєва схема для розв'язання нестационарної задачі. Проведені чисельні експерименти та побудовані графіки температурних розподілів.

Література

1. Ляшенко В. П. Математичне моделювання процесів термодифузії у порошковій металургії [Текст]: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / В. П. Ляшенко. — Видавничий відділ КрНУ ім. Михайла Остроградського. — 2012. — 37 с.
2. Ляшенко В. П. Застосування методу Рунге до розв'язання однієї нелінійної задачі теплопровідності [Текст] / В. П. Ляшенко, Н. Г. Кирилах // Вестник Херсонського державного технічного університету. — Вып. 3(19). — Херсон, 2003. — С. 235–239.
3. Ляшенко В. П. Электропластическое волочение и новые технологии создания облегченных проводов [Текст] / О. А. Троицкий, В. И. Сташенко, В. Г. Рыжков, В. П. Ляшенко, Е. Б. Кобыльская // Вопросы атомной науки и техники (ВАНТ). — Харьков, 2011. — Вып. 4/2011. — С. 111–117.

4. Ляшенко В. П. Исследование влияния термической составляющей на свойства проволоки при электропластическом волочении [Текст] / В. П. Ляшенко, Е. Б. Кобыльская, Т. А. Григорова, О. А. Троицкий // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. — Кременчук, 2011. — Вып. 4/2011(69). — Част. 1. — С. 57–62.
5. Ляшенко В. П. Математична модель температурного поля рухомого дроту, що нагрівається зовнішніми джерелами тепла [Текст] / В. П. Ляшенко, Т. С. Брыль // Вісник Кременчуцького національного університету ім. М. Остроградського. — Кременчук, 2011. — Вып. 6/2011(71). — Част. 2. — С. 13–15.
6. Ляшенко В. П. Нелинейные краевые задачи при описании температурного поля нагреваемой проволоки [Текст] / В. П. Ляшенко, З. Д. Варивода // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения: сборник научных трудов. — Киев: Институт математики АН УССР, 1990. — С. 73–75.
7. Ляшенко В. П. Решение некоторых краевых задач теплопроводности [Текст] / В. П. Ляшенко, Н. Г. Кирилах // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения. — Киев, 1999. — С. 153–159.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ С ПОСТОЯННО ДЕЙСТВУЮЩИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

Т. С. Брыль

В статье описана краевая задача для нестационарного уравнения теплопроводности, построена математическая модель температурного поля проволоки, движущейся через зону нагрева, в которой действует внешний источник тепла, с постоянной и переменной скоростью. Проведены численные эксперименты и построены графики температурных распределений.

Ключевые слова: математическая модель, температурное поле, краевая задача.

Татьяна Сергеевна Брыль, аспирант кафедры информатики и высшей математики Кременчугского национального университета имени Михайла Остроградского, тел.: (097) 834-14-86, e-mail: bryltanij@yandex.ua.

MODELLING OF TEMPERATURE DISTRIBUTION IN A MOVING MEDIUM WITH CONTINUOUSLY OPERATING HEAT SOURCES

T. Bryl

A mathematical model of a wire moving through a heating zone, with constant or variable speed an external heat source is constructed as an initial boundary problem for the nonstationary heat equation. Numerical experiments are carried out and graphs of temperature distributions are constructed.

Keywords: mathematical model, temperature field, boundary problem.

Tetiana Bryl, graduate student Department of Informatics and Higher Mathematics Kremenchug Mykhail Ostrogradskyi National University, tel.: (097) 834-14-86, e-mail: bryltanij@yandex.ua.