

А. С. Бешанова

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ КОРИСНИХ КОПАЛИН З ВИКОРИСТАННЯМ ФОРМУЛ ШЕПАРДА І ЛИТВІНА

Тези посвячені розвитку методів математичного моделювання просторового розподілу корисних копалин з використанням даних про розподіл у похилих свердловинах за допомогою інтерполяційних формул Шепарда та Литвина.

Ключові слова: інтерполяційні функції Шепарда та Литвина.

1. Вступ

Серед методів побудови та дослідження математичних моделей розподілу корисних копалин найпоширенішими до недавнього часу були методи, що базувалися лише на мінімальній кількості інформації, яка знаходилася в кернах свердловин. Більш складними і фінансово більш затратними є методи сейсмічної томографії та методи, що використовують дані із штучних супутників Землі. Тому актуальна розробка та дослідження нових методів побудови таких математичних моделей на підставі даних з кернів свердловин і застосування сучасних методів теорії наближення функцій багатьох змінних.

2. Постановка проблеми

Аналіз методу побудови тривимірної моделі розподілу корисних копалин на підставі даних про розподіл корисних копалин у кожній точці заданої системи свердловин та методів інтерлінації функцій двох змінних. Детально досліджено формули інтерлінації функцій трьох змінних з використанням узагальнень глобальних інтерполяційних формул Шепарда та Литвина. Наведено властивості побудованих математичних моделей та перспективи їх використання для розвідки корисних копалин.

3. Основна частина

3.1. Аналіз досліджень і публікацій. Значним є вклад в математичне моделювання об'єктів, процесів, явищ І. В. Сергієнка, В. С. Дейнеки, В. В. Скопечького, А. А. Самарського, Г. І. Марчука, В. Л. Рвачова, О. М. Литвина та інших [1]. Основний вклад над цією проблемою висвітлюється у монографії Литвина О. М. математичні моделі розподілу корисних копалин, при відповідному їх узагальненні, можуть бути використані також для створення математичних моделей вмісту кори Землі за допомогою даних сейсмічного зондування [2].

3.2. Виклад основного матеріалу. Застосування наведених просторових математичних моделей у разі розвідки й розробки родовищ корисних копалин надає нові можливості для оптимізації вибору горизонтів, напрямків видобутку корисних копалин, оцінки їх запасів, дослідження меж зон вилуджування кам'яної солі тощо.

Зауважимо, що нерегулярно розміщені у просторі експериментальні дані використовуються у багатьох областях для відновлення неперервних поверхонь. У цих нерегулярно розміщених точках можуть бути задані значення різної фізичної, хімічної тощо природи: в метеорології їх отримують зі станцій спостереження погоди; в географії — встановлюючи координати розміщення об'єктів; при плануванні міст і регіонів — це центри зон збору інформації; в біології — точки спостережень тощо. При цьому припускається, що кожній заданій точці ставиться у відповідність одне число. Однією з загальних інтерполяційних формул, узагальнення яких можна використовувати для інтерлінації функцій трьох змінних у випадку нерегулярно розподілених прямих свердловин, є двовимірна глобальна інтерполяційна формула Шепарда.

У випадку, коли дані точки формують регулярну сітку, існує кілька розв'язків. До найважливіших розв'язків для прямокутної сітки належать: подання відповідної поверхні у вигляді гіперболічного параболоїда для кожних чотирьох заданих точок за допомогою білінійної інтерполяції у вказаних чотирьох точках; подання відповідної поверхні у вигляді полінома в околі n^2 ($n=2,3,4,5,\dots$) точок з використанням ньютонівських розділених різниць; подання відповідної поверхні за допомогою бікубічних сплайн-інтерполяційних формул [3]. Альтернативний метод полягає в побудові поліноміальних або тригонометричних функцій

$$g(x,y) = \sum_{j=1}^M B_j h_j(x,y)$$

з достатньою кількістю коефіцієнтів B_j , $j = \overline{1, M}$, щоб задовольнити всі умови

$$g(x_i, y_i) = z_i, \quad i = \overline{1, N}.$$

Як наслідок, для знаходження невідомих коефіцієнтів B_j , $j = \overline{1, M}$, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{j=1}^M B_j h_j(x_i, y_i) = z_i, \quad i = \overline{1, N}.$$

Якщо базисні функції $h_j(x, y)$, $j = \overline{1, M}$, є алгебраїчними або тригонометричними поліномами від двох змінних, то при великих $N \geq M$ розв'язування таких систем вимагає великої кількості арифметичних операцій. У загальному випадку доцільно застосовувати не локальні формули наближення, а глобальні, які можуть передавати деякі особливості наближуваної функції на досить великій відстані від заданих точок. Такі наближення (а не локальні) можна використовувати для прогнозування розподілу корисних копалин за межами області, у якій розміщені свердловини.

Для випадку двох змінних x , y глобальну формулу Шепарда для сітки вузлів (X_k, Y_ℓ) , $k = \overline{1, M}$, $\ell = \overline{1, N}$, можна подати так:

$$S_{M,N,\lambda}(f; x, y) = \begin{cases} \frac{\sum_{k=0}^M \sum_{\ell=0}^N f(X_k, Y_\ell) \left(\sqrt{(x-X_k)^2 + (y-Y_\ell)^2} \right)^{-\lambda}}{\sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N \left(\sqrt{(x-X_i)^2 + (y-Y_j)^2} \right)^{-\lambda}}, & \sqrt{(x-X_k)^2 + (y-Y_\ell)^2} \neq 0 \quad \forall k = \overline{1, M}, \ell = \overline{1, N}, \\ f(X_i, Y_j), & \text{якщо } \exists i \in \{1, \dots, M\}, j \in \{1, \dots, N\}: (x-X_i)^2 + (y-Y_j)^2 = 0. \end{cases}$$

Наведемо також глобальну інтерполяційну формулу Литвина, яку будемо використовувати для інтерлінації довільної функції $f(x, y, z)$, $f \in C(R^3)$, $f(X_k, Y_k, z) = \gamma_k(z)$, $k = \overline{1, M}$. Побудуємо інтерлінаційний оператор

$$O_{M,\lambda}(f; x, y, z) = \sum_{k=1}^M \gamma_k(z) \ell_{M,k,\lambda}(x, y), \quad \lambda \geq 1, \quad M = 2, 3, \dots,$$

$$\ell_{M,k,\lambda}(x, y) = \frac{e_k(x, y)}{\sum_{j=1}^M e_j(x, y)},$$

$$e_k(x, y) = e_{M,k,\lambda}(x, y) = \prod_{i=1, i \neq k}^M \frac{d_i(x, y)^\lambda}{d_{i,k}^\lambda} = \frac{\prod_{i=1, i \neq k}^M d_i(x, y)^\lambda}{\prod_{i=1, i \neq k}^M d_{i,k}^\lambda},$$

$$d_i(x, y) = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2};$$

$$d_{i,k} = \sqrt{(X_i - X_k)^2 + (Y_i - Y_k)^2},$$

які для випадку $\gamma_k(z) = \gamma_k = \text{const}$, $k = \overline{1, M}$, є інтерполяційними операторами на нерегулярній сітці вузлів, запропонованими Литвином в 1990 р. [1].

3.3. Практичне значення одержаних результатів — використання і реалізація ідей цієї роботи може підвищити науковий рівень геологорозвідувальних робіт та ефективність розробки уже розвіданих родовищ, оскільки лише тривимірні математичні моделі структури кори Землі найбільш повно можуть відображати структуру кори Землі. Наприклад, вугілля має пріоритет у паливоенергетичному комплексі України: вугілля — головний енергоносіє, частка якого становить більше ніж 90 % запасів вітчизняних енергоресурсів (запаси кам'яного вугілля складають понад 43 млн. тис. т, а бурого — понад 2,5 млн. тис. т), згідно з Анциферовим А. В. Процес вугледобування належить до найбільш складних при розробці корисних копалин [1].

Література

1. Литвин О. М. Математичне моделювання розподілу корисних копалин методами інтерлінації та інтерфлетатції функцій [Текст] / О. М. Литвин, Н. І. Штепа, О. О. Литвин. — Київ : Наукова думка, 2011. — 228 с.
2. Литвин О. М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування [Текст] / О. М. Литвин. — Харків : Основа, 2002. — 544 с.
3. Литвин О. М. Інтерлінація функцій [Текст] / О. М. Литвин. — Харків : Основа, 1993. — 235 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛ ШЕПАРДА И ЛИТВИНА

А. С. Бешанова

Тезиси посвящены развитию методов математического моделирования пространственного распределения полезных ископаемых с использованием данных о распределении в наклонных скважинах при помощи интерполяционных формул Шепарда и Литвина.

Ключевые слова: интерполяционные формулы Шепарда и Литвина.

Антонина Сергеевна Бешанова, магистрант кафедры математики в обучении Бердянского государственного педагогического университета, тел.: (067) 6098344, e-mail: antonina-beshanova@rambler.ru.

MATHEMATICAL MODELING OF THE SPATIAL DISTRIBUTION OF MINERAL DEPOSITS USING DATA ABOUT THE FORMULAS SHEPARD AND LITVYN

A. Beshanova

The article is devoted to the development of the methods of mathematical simulation of spatial distribution of mineral resources using data distribution in inclined wells through interpolation formulas Shepard and the Lytvyn.

Keywords: globalni interpolyatsiynih funktsiy Shepard that Lytvyn.

Antonina Beshanova, magistant of department of mathematical in studies Berdyanskiy state pedagogical university, tel.: (067) 6098344, e-mail: antonina-beshanova@rambler.ru.