

Бойко А. А.,  
Шабовта М. Ю.,  
Бойко Н. А.

## ФОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММ ДВИЖЕНИЯ ЛИФТОВЫХ ПОДЪЕМНЫХ МЕХАНИЗМОВ С УЧЕТОМ УПРУГИХ СВОЙСТВ ПЕРЕДАЧ

В статье выполнен синтез математических соотношений, которые при любых заданных параметрах лифтовых подъемных механизмов позволяют, с учетом упругих свойств канатной передачи, рассчитать фактическую диаграмму движения кабины, определить максимальные значения скорости, ускорения и рывка. Это позволяет оценить параметры движения пассажирских лифтов при произвольных законах управления.

**Ключевые слова:** диаграмма движения, кабина лифта, подъемный механизм, закон управления, упругие свойства.

### 1. Введение

Обеспечение требуемой производительности и увеличение быстродействия лифтовых подъемных механизмов требует учёта влияния упругости трансмиссий и возникающих вследствие этого упругих механических колебаний [1]. Упругие механические колебания отрицательно сказываются на качестве управления, увеличивают динамические нагрузки на подъемные механизмы, способствуют накоплению усталостных напряжений в кинематических цепях, что приводит к преждевременным отказам и незапланированным простоям оборудования, возрастанию стоимости ремонтов и эксплуатации пассажирских лифтов [1–3].

Актуальность настоящей работы состоит в синтезе математических выражений, с помощью которых представляется возможным формирование оптимальных диаграмм движения кабины лифта с учетом упругостей механических передач при произвольных законах управления движением. Это позволяет учитывать влияние упругостей на характер динамических процессов лифтовых подъемных механизмов, а также устанавливать различия между фактическими максимальными параметрами движения кабины лифта и величинами, определенными без учета упругих связей.

### 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Многочисленными исследованиями установлено, что фактические нагрузки в элементах механизмов подъема лифтов различных конструкций превышают расчетные, что вызывает их дополнительный износ [2, 4]. Все это обуславливает необходимость детального учета упругих свойств канатной передачи, как при аналитическом описании лифтовых электромеханических систем, так и при их дальнейшем изучении. Известны особенности синтеза математических соотношений, которые при заданных произвольных параметрах лифтового подъемного механизма позволяют с учетом упругих свойств канатной передачи, рассчитать фактическую диаграмму движения кабины [1, 4–6]. Однако полученные выраже-

ния справедливы для «классического» общепринятого закона оптимального управления [3]:

$$k_1(m_1 + m_2 + m_3)r_{\text{н}}t + k_2(m_1 + m_2 + m_3)a_{\text{н}} + (m_1 - m_3)g. \quad (1)$$

Если же оказывается, что рассчитанная диаграмма движения лифта существенно отличается от оптимальной, приходится отказываться от управления по общепринятому закону (1) и формировать более сложные законы управления [3, 7, 8]. Однако, и в этом случае фактическая диаграмма движения кабины лифта, из-за наличия упругих связей, также будет отличаться от оптимальной [6].

### 3. Объект, цель и задачи исследования

**Объект исследования** — диаграммы движения и законы управления подъемными механизмами пассажирских лифтов.

**Цель работы** — синтез математических соотношений, которые при любых заданных параметрах лифтовых подъемных механизмов позволят с учетом упругих свойств канатной передачи, рассчитать фактическую диаграмму движения кабины, определить максимальные значения скорости, ускорения и рывка при произвольных законах управления.

Задачи работы:

- провести на единой методологической базе анализ существующих методов и способов учета упругостей механических передач лифтовых подъемных механизмов;
- разработать универсальный метод синтеза аналитических соотношений и графических зависимостей, который при любых заданных параметрах лифтового подъемного механизма, позволит, с учетом упругих свойств механической передачи, рассчитать фактическую диаграмму движения кабины;
- установить различия между фактическими максимальными ускорениями и рывками кабины пассажирского лифта и величинами, определенными без учета упругих связей.

#### 4. Формирование законов, определяющих параметры движения кабины лифта с учетом упругих свойств механических передач

Если предположить, что имеется идеальный регулятор, реализующий заданный закон изменения скорости двигателя лебедки [9], линейная скорость на ободе канатоповодящего шкива определяется уравнением:

$$v_{\text{кш}} = k_1 \frac{r_H}{2} t^2 + k_2 a_H t + k_3 \frac{a_H^2}{2r_H} + k_4 V_H, \quad (2)$$

где  $k_1 \dots k_4$  — переключающие функции для каждого из участков оптимальной диаграммы движения кабины (рис. 1) [10].

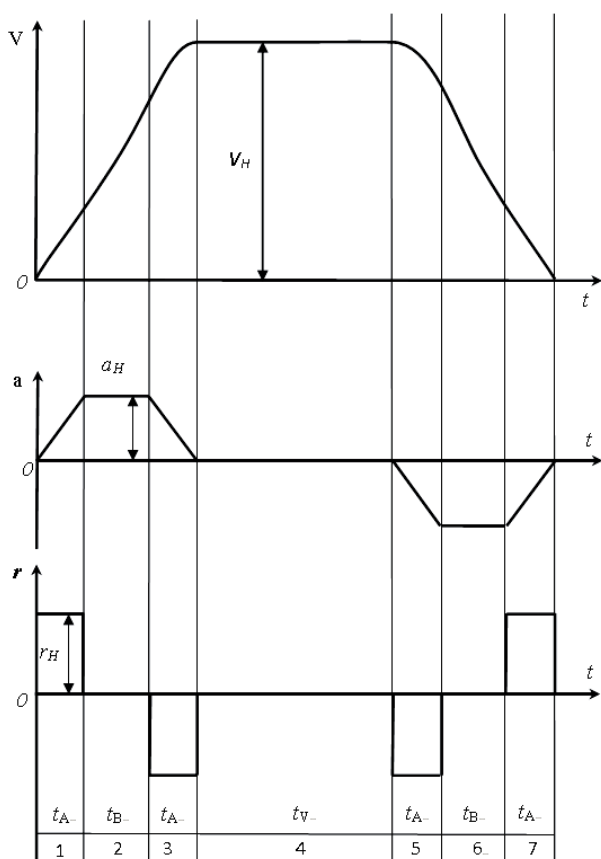


Рис. 1. Оптимальная диаграмма движения кабины лифта

Переходя к относительным единицам:

$$v_{\text{кш}} = k_1 \frac{\vartheta^2}{2\vartheta_A} + k_2 \vartheta + k_3 \frac{\vartheta_A}{2} + k_4 (\vartheta_A + \vartheta_B), \quad (3)$$

где относительная длительность второго участка оптимальной диаграммы:

$$\vartheta_B = \left( \frac{V_H}{a_H} - t_a \right) \frac{1}{T_\delta} = t_B / T_\delta. \quad (4)$$

При рассмотрении подъемного механизма как двухмассовой системы, и приняв в качестве базовой постоянной времени величину, обратно пропорциональную частоте свободных колебаний массы  $m_1$  при закрепленной массе  $m_2$  [11], получим:

$$T_\delta = T_{01} = \frac{1}{\Omega_{01}} = \sqrt{\frac{m_1}{C_{12}}}, \quad (5)$$

из уравнений [5]:

$$\begin{cases} m_1 \frac{dV}{dt} = F_{12} - m_1 g - F_{C1}, \\ (m_1 + m_2) \frac{dV_{\text{кш}}}{dt} = F - F_{12} + m_2 g - F_{C2}, \\ \frac{dF_{12}}{dt} = c_{12} (V_{\text{кш}} - V) + c_{12} T_{12} \frac{d(V_{\text{кш}} - V)}{dt}, \end{cases} \quad (6)$$

где  $V_{\text{кш}} = \omega_{\text{кш}} R_{\text{кш}}$  — скорость на ободе канатоповодящего шкива;  $\omega_{\text{кш}}$  — угловая скорость канатоповодящего шкива;

$F_{12}$  — усилие в упругом элементе ветви каната;  $c_{12} = \frac{E_k S_k}{l_{12}}$  —

жесткость ветви каната;  $l_{12}$  — длина ветви каната, за-

висающая от положения кабины лифта;  $E_k$  — модуль упругости каната;  $S_k$  — сечения каната;  $T_{12}$  — постоянная времени, учитывающая действие диссипативных сил; при заданной скорости канатоповодящего шкива  $v_{\text{кш}}$ :

$$\frac{dv}{d\vartheta} = \mu_{12} - \mu_{C1} - \mu_g, \quad (7)$$

где  $\mu$  — соответствующее усилие:

$$\frac{d\mu_{12}}{d\vartheta} = (v_{\text{кш}} - v) + 2\xi \left( \frac{dv_{\text{кш}}}{d\vartheta} - \frac{dv}{d\vartheta} \right). \quad (8)$$

Дифференцируя уравнение:

$$\frac{d\mu_{12}}{d\vartheta} = (v_{\text{кш}} - v) + 2\xi \left( \frac{dv_{\text{кш}}}{d\vartheta} - \frac{dv}{d\vartheta} \right), \quad (9)$$

с учетом относительной длительности участка оптимальной диаграммы [10] и с учетом (3), после преобразований, получаем:

$$\frac{d^2 \mu_{12}}{d\vartheta^2} + 2\xi \frac{d\mu_{12}}{d\vartheta} + \mu_{12} = \mu_{C1} + \mu_g + k_2 + k_1 \frac{\vartheta}{\vartheta_A} + 2\xi \frac{k_1}{\vartheta_A}. \quad (10)$$

Решение уравнения имеет вид:

$$\begin{aligned} \mu_{12} = & k_2 + k_1 \frac{\vartheta}{\vartheta_A} + \mu_{C1} + \mu_g + \\ & + \left[ C_1 \cos(\sqrt{1 - \xi^2} \vartheta) + C_2 \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \vartheta) \right] \exp(-\xi \vartheta). \end{aligned} \quad (11)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определяются из уравнений:

$$\mu_{120} = C_1 + k_2 + \mu_g + \mu_{C1}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & (v_{\text{кш0}} - v_0) + 2\xi(k_2 - \mu_{120} + \mu_{C1} + \mu_g) = \\ & = \frac{k_1}{\vartheta_A} - \xi C_1 + \sqrt{1 - \xi^2} C_2. \end{aligned} \quad (13)$$

Окончательное решение:

$$\begin{aligned} \mu_{12} = & k_2 + k_1 \frac{\vartheta}{\vartheta_A} + \mu_{C1} + \mu_g + \\ & + M'_m \left[ \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \vartheta + \Psi') \exp(-\xi \vartheta) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где:

$$M'_m = \sqrt{\frac{S_3^2 + S_4^2 - 2 \cos \delta S_3 S_4}{1 - \xi^2}}, \quad (15)$$

$$S_3 = \mu_{120} - k_2 - \mu_g - \mu_{C1}, \quad (16)$$

$$S_4 = -v_0 - \frac{k_1}{\vartheta_A} + k_1(\vartheta_A + \vartheta_B) + k_2 \frac{\vartheta_A}{2}, \quad (17)$$

$$\Psi' = \arcsin\left(\frac{S_3}{M'_m}\right). \quad (18)$$

### 5. Результаты формирования выражений, определяющих параметры движения кабины лифта с учетом упругих свойств механических передач

Законы изменения скорости, ускорения и рывка, а также пути, проходимого кабиной лифта, определяются по выражениям:

$$\begin{aligned} v = & v_0 + k_2 \vartheta + k_1 \frac{\vartheta^2}{2\vartheta_A} - \\ & - M_m \left[ \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \vartheta + \Psi + \delta) \exp(-\xi \vartheta) - \sin(\Psi + \delta) \right], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\alpha = k_2 + k_1 \frac{\vartheta}{\vartheta_A} + M_m \left[ \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \vartheta + \Psi) \exp(-\xi \vartheta) \right], \quad (20)$$

$$\rho = \frac{k_1}{\vartheta_A} - M_m \left[ \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \vartheta + \Psi - \delta) \exp(-\xi \vartheta) - \sin(\Psi - \delta) \right], \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \varphi = & \varphi_0 + v_0 \vartheta + k_2 \frac{\vartheta^2}{2\vartheta_A} + k_1 \frac{\vartheta^3}{6\vartheta_A} + \\ & + M_m \left[ \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \vartheta + \Psi + 2\delta) \exp(-\xi \vartheta) - \sin(\Psi + 2\delta) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

при замене  $M_m$  на  $M'_m$ . При этом, однако, следует помнить о различии в базовых постоянных времени,

обусловленном различием в частотах колебаний элементов системы при реализации закона (3) [3].

Закон изменения усилия, необходимого для реализации заданной произвольной диаграммы (рис. 1) изменения скорости механизма, находится из первого уравнения (6), которое в относительных единицах имеет вид:

$$\frac{dv_{\text{кш}}}{d\vartheta} = \frac{m_1}{m_2 + m_3} \left( \mu - \mu_{12} + \frac{m_3}{m_1} \mu_g - \mu_{C3} \right). \quad (23)$$

С учетом (3) и (11) из (23):

$$\begin{aligned} \mu = & \mu_{C3} + \frac{m_1 - m_3}{m_1} \mu_g + \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1} \left( k_2 + k_1 \frac{\vartheta}{\vartheta_A} \right) + \\ & + M'_m \left[ \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \vartheta + \Psi') \exp(-\xi \vartheta) \right], \end{aligned} \quad (24)$$

где:

$$F_m = M'_m m_1 a_{11}. \quad (25)$$

### 6. Обсуждение результатов особенности применения сформированных выражений

Следует подчеркнуть, что определенные математические выражения могут быть использованы и в случае, например, когда диаграмма момента или скорости двигателя формируется с учетом сторонних ограничений (например, по нагреву) [12]. Отличие заключается лишь в том, что модель коэффициента  $k_1$  (табл. 1) на участках 3 и 5 (рис. 1) будет меньше единицы:  $0 > k_1 > -1$ . В случае, когда необходимо формирование «вырожденных» треугольных диаграмм изменения момента или скорости двигателя лебедки, для использования полученных соотношений понадобится лишь корректировка начальных условий на каждом из участков диаграммы [10, 13].

Таблица 1

Значения переключающих функций

№ участка	Длительность участка оптимальной диаграммы	Величины функций			
		$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
1	$t_A$	1	0	0	0
2	$t_B$	0	1	1	0
3	$t_A$	-1	1	-1	0
4	$t_V$	0	0	0	1
5	$t_A$	-1	0	0	1
6	$t_B$	0	-1	-1	1
7	$t_A$	1	-1	1	0

Выполненные исследования основываются на ранее проведенных, в которых оптимальные диаграммы движения формируются с учетом механических упругостей, но для общепринятого закона управления (1). Продолжение приведенных исследований предполагается

в формировании универсальных графических номограмм, характеризующих влияние упругих связей на движение произвольных лифтовых подъемных механизмов. Такие зависимости могли бы быть непосредственно использованы как для количественной оценки влияния упругих связей на диаграммы движения произвольных пассажирских лифтов, так и при синтезе их параметров и законов управления.

## 7. Выводы

Полученные математические соотношения, при любых заданных параметрах подъемных механизмов пассажирских лифтов, позволяют, с учетом упругих свойств канатной передачи, рассчитать фактическую диаграмму движения кабины, определить максимальные значения скорости, ускорения и рывка при вариативных законах управления.

Фактическое максимальное ускорение кабины пассажирского лифта может на 20,0–40,0 % превышать величину, определенную без учета упругих связей. Увеличение рывка еще более значительное и может достигать 60,0–140,0 %, в зависимости от параметров пассажирского лифта.

Определенные выражения рекомендовано применять для количественной оценки влияния упругих связей на оптимальные диаграммы движения произвольных пассажирских лифтов, а так же при синтезе их параметров или законов управления.

## Литература

- Janovsky, L. Analysis of Stress in Guide Rails [Text] / L. Janovsky // Elevator Technology. — Rome, 1990. — № 3.
- Борцов, Ю. А. Влияние упругих звеньев и зазоров механических передач на работу промышленных установок и динамику электроприводов [Текст] / Ю. А. Борцов, А. И. Бычков // Известия Ленинградского ордена Ленина электротехнического института им. В. И. Ульянова (Ленина). — Иваново: ИГЭУ им. В. И. Ленина, 1974. — № 138. — С. 40–44.
- Jong, J. The advantage of PMSM Elevator Technology in High Rise Building [Text] / J. Jong, H. Nakala // Elevator Technology. — Berlin, 2000. — № 10. — 284 p.
- Добробаба, Ю. П. Анализ влияния упругости троса на динамику электроприводов лифтов при типовой тахограмме двигателя [Текст] / Ю. П. Добробаба, А. И. Сафронович, С. А. Воеводов // Труды КубГТУ. Серия: Энергетика. — Краснодар: КубГТУ, 2002. — Т. 14, № 3. — С. 126–135.
- Komatsu, T. Elevator Traction-Machine Motors [Text] / T. Komatsu, A. Daikoku // Mitsubishi Advance. — 2003. — Vol. 103. — P. 73–77.
- Бойко, А. А. Учет влияния упругостей механических передач на оптимальные диаграммы движения пассажирских лифтов [Текст] / А. А. Бойко, Н. А. Бойко, А. А. Бесараб // Электромеханичні і енергозберігаючі системи. — Кременчук: КрНУ, 2015. — № 1 (11). — С. 111–121.
- Schiffner, G. Machine Room-less Lifts [Text] / G. Schiffner // Proceedings of Elevcon. — 2000. — P. 71.
- Соколов, М. М. К вопросу выбора оптимального закона движения кабины пассажирского лифта [Текст] / М. М. Соколов, В. В. Чупрасов, А. В. Шинянский // Электротехническая промышленность. — 1992. — С. 8–15.
- Strakosch, G. R. The Vertical Transportation Handbook [Text] / G. R. Strakosch, R. S. Caporale. — New-York: John Wiley & Sons, 2010. — 610 p. doi:10.1002/9780470949818
- Бойко, А. А. Синтез и анализ диаграмм движения лифтовых подъемных механизмов [Текст]: зб. наук. праць / А. А. Бойко // Інформаційні технології в освіті, науці та виробництві. — Одеса: Бахва, 2013. — № 4(5). — С. 83–91.
- Strakosch, G. R. The Vertical Transportation Handbook [Text] / G. R. Strakosch. — New-York: John Wiley & Sons, 1998. — 564 p. doi:10.1002/9780470172865
- Поляков, Л. М. Оптимальное управление динамическими процессами в электроприводах с упругими связями [Текст] / Л. М. Поляков, П. Э. Херунцев // Электричество. — 1979. — № 3. — С. 34–39.
- Пятибратов, Т. Я. Оптимизация систем подчиненного регулирования при учете упругости механических передач [Текст] / Т. Я. Пятибратов // Электромеханика. — 1986. — № 6. — С. 72–82.

## ФОРМУВАННЯ ДІАГРАМ РУХУ ЛІФТОВИХ ПІДЙОМНИХ МЕХАНІЗМІВ З УРАХУВАННЯМ ПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПЕРЕДАЧ

У статті виконано синтез математичних співвідношень, які при довільно заданих параметрах ліфтових підйомних механізмів дозволяють, з урахуванням пружних властивостей ливових передач, розрахувати фактичну діаграму руху кабіни, визначити максимальне значення швидкості, прискорення, ривка. Це дозволяє оцінити параметри руху пасажирських ліфтів при довільних законах керування.

**Ключові слова:** діаграма руху, кабіна ліфта, підйомний механізм, закон керування, пружні властивості.

**Бойко Андрій Александрович**, кандидат технічних наук, доцент, директор Інституту електромеханіки та енергетичного менеджмента, кафедра електромеханічних систем з комп'ютерним управлінням, Одеський національний політехнічний університет, Україна.

**Шабовта Михайл Юрьевич**, кандидат технічних наук, доцент, кафедра електрообладнання і енергетичного менеджмента, Одеський національний політехнічний університет, Україна, e-mail: poststudent@ukr.net.

**Бойко Надежда Анатольевна**, аспірант, кафедра електромеханічних систем з комп'ютерним управлінням, Одеський національний політехнічний університет, Україна.

**Бойко Андрій Олександрович**, кандидат технічних наук, доцент, директор Інституту електромеханіки та енергетичного менеджменту, кафедра електромеханічних систем з комп'ютерним управлінням, Одеський національний політехнічний університет, Україна.

**Шабовта Михайло Юрійович**, кандидат технічних наук, доцент, кафедра електропостачання і енергетичного менеджменту, Одеський національний політехнічний університет, Україна.

**Бойко Надія Анатоліївна**, аспірант, кафедра електромеханічних систем з комп'ютерним управлінням, Одеський національний політехнічний університет, Україна.

**Boyko Andrew**, Odessa National Polytechnic University, Ukraine.  
**Shabovta Mikhail**, Odessa National Polytechnic University, Ukraine,  
e-mail: poststudent@ukr.net.

**Boyko Nadezhda**, Odessa National Polytechnic University, Ukraine