

Ю. О. Кобринович

# УНИВЕРСАЛЬНОЕ НАЗНАЧЕНИЕ S-ФУНКЦИЙ

В статье дается описание гладких  $S$ -функций — нового аппарата теории функций и математического моделирования, который позволяет строить поверхности типа Ляпунова, а также решать задачи регуляризации и управления, визуальной аналитики и сжатия информации.

**Ключевые слова:**  $S$ -функции, теория функций, математическое моделирование

## 1. Введение

Функции, о которых идет речь в статье, относятся к разделу теории функции, подраздел конструктивная теория гладких функций, и наиболее эффективны в математическом моделировании, визуальной аналитике и задачах управления.

$S$ -функции (smooth) — гладкие функции, которые позволяют впервые строить поверхности типа поверхностей Ляпунова и решать обратные задачи дифференциальной геометрии. С помощью  $S$ -функций в асимптотическом приближении может быть описана любая граница области, или поверхность тела, состоящая из элементарных границ (поверхностей), записанная в виде единого аналитического выражения.

## 2. Постановка проблемы

Для решения краевых задач В. Л. Рвачевым были разработаны  $R$ -функции [1], описывающие геометрические области (объекты), задаваемые помощью элементарных функций и операций двузначной алгебры логики. Метод  $R$ -функций позиционировался как универсальный, но на практике оказалось, что он вступает в противоречие с основными теоремами теории приближений и пригоден лишь для решения некоторых частных задач.

$R$ -функции математически точно описывают углы и ребра объектов, из-за чего содержат в них разрывные производные, это приводит к возникновению фиктивных сингулярных особенностей в пространстве  $C^2$ . В решениях задач оптимизации и управлении образованиями форм это приводит к развалу итерационного процесса, в решениях краевых задач исследователи были вынуждены несобственные интегралы в проекционных методах заменять интегралами, имеющими конечные значения, что сводило математические методы к приближенным подходам и приводило к недопустимым погрешностям для задач с высокими градиентами искомой функции. Из-за разрывных производных выражения с  $R$ -функциями вступают в противоречие с теоремами Канторовича и Кнас-

тера — Тарского, что делало их непригодными в вычислительной информатике.

## 3. Основная часть

**3.1. Анализ литературных источников по теме исследования.** А. П. Слесаренко для задач аналитической и дифференциальной геометрии были предложены четыре класса  $S$ -функций [2, 3], которые лишены недостатков  $R$ -функций, и обладают рядом дополнительных преимуществ:

- $S$ -функции — гладкие функции, дифференцируемые до  $(2k - 1)$  производной, позволяют строить поверхности типа поверхностей Ляпунова и соответствуют теоремам теории приближений и вычислительной информатики;
- $S$ -функции описывают границы и поверхности тел в асимптотическом приближении, с заданным радиусом скругления на углах и ребрах объектов;
- в регионально-структурном методе  $S$ -функции сохраняют геометрические свойства моделируемого процесса и позволяют строить консервативные структуры решения [4, 5];
- в  $S$ -функции входят тейлоровские опорные функции, которые обеспечивают управление образованием форм весовых функций.

В решении краевых задач  $S$ -функции не создают искусственных сингулярных особенностей, но благодаря тейлоровским опорным функциям позволяют учесть естественные сингулярные особенности (например, точечные источники) моделируемого процесса.  $S$ -функции применяются в задачах управления образованием форм и процессами нагрева — охлаждения [6–9]. В визуальной аналитике  $S$ -функции позволяют решать обратные геометрические задачи [2], а так же эффективно решать задачи визуального моделирования, что является следующим этапом после решения задач визуальной аналитики.

**3.2. Результаты исследований.** В регионально-структурном методе, а так же методах, базирующихся на нем,  $S$ -функции входят в состав структур решений, отражая геометрические свойства моделируемого объекта. На базе  $S$ -функций

и структурно-разностного метода [10] моделировались высокоградиентные высокотемпературные процессы, включая процессы с тепловым ударом и осциллирующими условиями теплообмена [11, 12], для этого метода было найдено спектральное условие устойчивости Неймана [10].

Исследована роль тейлоровских опорных функций [11, 12] — в моделировании высокоскоростных температурных процессов — тейлоровские опорные функции определяют ширину граничного «пояска» области, по аналогии с методами граничных элементов.

### Литература

1. Рвачев В. Л. Теория R-функция и некоторые ее приложения [Текст] / В. Л. Рвачев. — Киев : Наук. Думка, 1982. — 552 с.
2. Слесаренко А. П. S-функции в обратных задачах дифференциальной геометрии и управлении образования форм [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2012. — Т. 1, № 4(55). — С. 4–10.
3. Слесаренко А. П. S-функции в обратных задачах аналитической геометрии и моделировании тепловых процессов [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2011. — Т. 3, №4 (51). — С. 41–46.
4. Слесаренко А. П. S-функции в построении консервативных структур решения геометрических обратных краевых задач [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2012. — Т. 2, № 4(56). — С. 60–66.
5. Слесаренко А. П. Развитие алгебрологического метода и его приложения к многомерным нелинейным задачам теплопроводности для однородных и композитных сред [Текст] : автореф. дис. ...д-ра физ.-мат. наук: 01.04.14, 01.01.02 / А. П. Слесаренко. — М., 1984. — 36 с.
6. Слесаренко А. П. Математическое моделирование тепловых процессов в телах сложной формы при нестационарных граничных условиях [Текст] / А. П. Слесаренко // Проблемы машиностроения — 2002. — Т. 5, № 4. — С. 72–80.
7. Слесаренко А. П. Моделирование и управление нестационарными температурными режимами при ограничениях на управление и скорость нагрева [Текст] / А. П. Слесаренко // Доповіді НАН України. — 2009. — № 2. — С. 83–88.
8. Слесаренко А. П. Математическое моделирование регионального управления образования форм и сложных поверхностей тел [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2011. — Т. 4, № 4(52). — С. 52–58.
9. Слесаренко А. П. Регионально-аналитические преобразования данных при моделировании и прогнозировании тепловых процессов [Текст] / А. П. Слесаренко, А. С. Сорока, С. Ю. Загоруйко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2011. — Т. 4, № 4(52). — С. 28–31.
10. Слесаренко А. П. Структурно-разностный подход к математическому моделированию высокоскоростных тепловых процессов с нестационарным теплообменом на поверхности конструктивных элементов / А. П. Слесаренко, Ю. О. Кобринович // Проблемы машиностроения. — 2011. — Т. 14, № 13. — С. 66–75.
11. Слесаренко А. П. Математическое моделирование высокоскоростных тепловых процессов при точном учете нестационарных осциллирующих условий теплообмена на поверхности конструктивных элементов / А. П. Слесаренко, Ю. О. Кобринович // Вісник Кременчуцького нац. університета. — 2011. — Т. 5(70). — С. 35–38.
12. Кобринович Ю. О. Консервативные структуры решения в математическом моделировании высокоскоростного осциллирующего теплообмена [Текст] : Сб. тезисов докладов междунар. конф. / Ю. О. Кобринович // Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях. — Харьков : «Апостроф», 2012. — С. 58.

### УНІВЕРСАЛЬНЕ ПРИЗНАЧЕННЯ S-ФУНКЦІЙ

**Ю. О. Кобринович**

У статті надається опис гладких S-функцій — нового апарата теорії функцій та математичного моделювання, який дозволяє будувати поверхні типу Ляпунова, і вирішувати завдання регуляризації та управління, візуальної аналітики та стиснення інформації.

**Ключові слова:** S-функції, теорія функцій, математичне моделювання.

*Юлія Олегівна Кобринович, аспірант, відділ моделювання та ідентифікації теплових процесів, Інститут проблем машинобудування НАУ України ім. А. М. Підгорного, тел.: (093) 734-84-22, e-mail: Kobrinovich.jul@mail.ru.*

### MULTI-PURPOST S-FUNCTIONS

**J. Kobrinovich**

The article describes smooth S-functions — a new apparatus of the function theory and mathematical modeling, which allows you to build surface of Lyapunov type, as well as to solve the problems of regularization and management, visual analytics and data compression.

**Keywords:** S-functions, function theory, mathematical modeling.

*Julija Kobrinovich, graduate student of Modeling and Identification of Thermal Processes Department, The A. N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems, NAS of Ukraine, tel.: (093) 734-84-22, e-mail: Kobrinovich.jul@mail.ru.*