

Б. М. Шифрин

## ПРИМЕР ИЗУЧЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПНЕВМОШАССИ

В статье описан пример применения теории поликомпонентного сухого трения для изучения колебаний механической системы с пневмоколом. Колебания обусловлены зависимостью нормальной реакции опорной поверхности от времени.

**Ключевые слова:** колебания, шасси, трение, увод

Изучение колебаний шасси автомобилей, самолетов, скутеров, автопоездов актуально, поскольку способствует повышению безопасности движения, ресурса и комфортабельности. В [1] обращено внимание на существование механизма поперечных колебаний опор шасси, обусловленного временной зависимостью нормальной реакции опорной поверхности  $N = N(t)$ ,  $t$  — время в секундах, и уводом пневмоколеса. Само существование такого механизма представляется очевидным. Однако обсуждаемый механизм изучен слабо. С развитием теории поликомпонентного сухого трения [2–4] появилась возможность его подробного теоретического изучения.

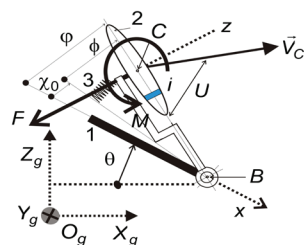


Рис. 1. Расчетная схема

Обратимся к рис. 1. Цифрой «1» выделен фрагмент корпуса машины, к которому в точке  $B$  присоединена изучаемая механическая система с пневмоколом. Цифрами «2», «3» обозначены пневмоколесо и пружина, жесткость которой определяется жесткостями элементов цепи «рулевое колесо — пневмоколесо». Пневмоколесо установлено с выносом назад,  $C$  — его центр масс. Показаны также элементарная часть пневмоколеса « $i$ » и ось его качения — ось  $z$ . Пневмоколесо в режиме управления повернуто на угол  $\chi_0 = \text{const} > U_{cr}$ , после чего управление заблокировано и происходят колебания  $\phi(t)$ , где  $\phi(t) = \varphi(t) - \chi_0$ , а  $U_{cr}$  — угол увода, при превышении которого на всем участке контакта с опорной поверхностью происходит боковое скольжение. Движение пневмоколеса относительно корпуса машины определяется функцией  $\phi(t)$ , которую следует изучить с помощью математической модели.

Выделим частный случай движения машины. Пусть точка  $B$  движется со скоростью  $V = \text{const}$  по дуге окружности радиуса  $R$ . Тогда

$$\begin{aligned} \omega_\theta &= V/R = \text{const}, \quad \theta = \omega_\theta t, \\ V_{BX} &= V \cos \theta, \quad V_{BZ} = -V \sin \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Задачу решим при условии (1) и предположении реализации чистого увода [5].

Последовательно находим:

$$\vec{V}_i = V_{iX} \vec{i} + V_{iZ} \vec{k}, \quad (2)$$

$V_{iX}, V_{iZ}$  — проекции абсолютной скорости точки « $i$ » на оси  $O_g X_g$  и  $O_g Z_g$ , соответственно,

$$V_{iX} = V \cos \theta + \Omega r_i \sin \Theta, V_{iZ} = -V \sin \theta + \Omega r_i \cos \Theta, \quad (3)$$

где  $\Omega = \omega_\theta + \omega_\phi$ ,  $\omega_\xi = d\xi/dt$ ,  $\xi = \theta, \phi$ ;  $\Theta = \theta + \phi$ ;  $r_i$  — расстояние от точки « $i$ » до точки  $B$ .

Напомним,  $\omega_\theta = \text{const}$ ,  $\omega_\phi = \omega_\phi(t)$ . Далее находим

$$V_i^2 = V^2 + 2V\Omega r_i \sin \phi + \Omega^2 r_i^2; \quad Lgr = T_e - U_e,$$

$$U_e = \frac{1}{2} c_\phi (r_C \phi)^2,$$

где  $Lgr$  и  $T_e, U_e$  — функция Лагранжа, а также кинетическая и потенциальная энергии системы;  $c_\phi$  — жесткость пружины;  $r_C$  — расстояние между точками  $B, C$ . Находим

$$T_e/m_n = \frac{1}{2} V^2 + V\Omega r_C \sin \phi + \frac{1}{2} \Omega^2 \rho_B^2,$$

где  $\rho_B$  — радиус инерции пневмоколеса относительно точки  $B$ . Далее считаем, что  $\rho_B = r_C$ .

Получим уравнение Лагранжа 2-го рода:

$$\ddot{\phi} + \phi = C_0 - F/(m_n r_C \omega_\phi^2) - M/(m_n r_C^2 \omega_\phi^2), \quad (4)$$

где точками обозначено дифференцирование по безразмерному времени  $\tau_1 = \omega_\theta t$ ,  $\omega_\phi = \sqrt{c_\phi/m_n}$ ;  $C_0 = (V\omega_\theta)/(r_C \omega_\phi^2) = \text{const}$ . Уравнение получено при приближении  $\cos \phi = 1$ ,  $\sin \phi = \phi$ .

Представим аналитические выражения для поперечной силы трения и восстанавливающего момента (рис. 1):

$$F = \mu_* N f_*(W_n, \Omega, r_*) \cdot |W_n|/W_n, \quad M = \mu_* N m_*(W_n, \Omega, r_*) \cdot |\Omega|/\Omega, \quad (5)$$

где  $f_*, m_*$  — такие безразмерные функции:

$$f_* = W_n/(W_n + b_* r_* \Omega), \quad m_* = \frac{3\pi}{16} \cdot (\Omega r_*)/(a_* W_n + r_* \Omega), \quad (6)$$

$a_*, b_*$  — безразмерные постоянные поликомпонентного сухого трения,  $a_* = 15\pi/16$ ,  $b_* = 8/(3\pi)$ .

Положим

$$N(t) = N_0[1 + \varepsilon_N \sin(\omega_N t)]; r_* = r_*[N(t)], \quad (7)$$

где  $r_* = \sqrt{2R_n \delta_n}$ ,  $\delta_n = N/c_\delta$ ;  $N_0 = \text{const}$ ,  $c_\delta = \text{const}$ ,  $\omega_N = \text{const}$ ,  $\varepsilon_N = \text{const} \ll 1$ ,  $\delta_n$ ,  $R_n$  — обжатие шины и радиус пневмоколеса, соответственно;  $c_\delta$  — радиальная жесткость шины. Зависимость (7) реализуется, если, к примеру, колесо имеет статический дисбаланс.

Скорость точки  $C$  вдоль оси качения  $z$  равна:

$$W_n = V_{CZ} \cos \Theta + V_{CX} \sin \Theta, \quad (8)$$

где выражения для скоростей  $V_{CZ}$ ,  $V_{CX}$  найдем, если в (3) индекс « $i$ » заменим индексом « $C$ ».

Последовательно преобразуем (7), (8) и (5). В итоге найдем:

$$N(\tau_1) = N_0 n^*(\tau_1); r_*(\tau_1) = r_{*0} \sqrt{n^*(\tau_1)}, \quad (9)$$

где

$$n^* = 1 + \varepsilon_N \sin\left(\frac{\omega_N}{\omega_\phi} \cdot \tau_1\right)$$

и  $r_{*0} = \text{const} = \sqrt{2R_n \delta_0}$ ,  $\delta_0 = N_0/c_\delta$ ;

$$W_n(\tau_1) = V \sin \varphi(\tau_1) + r_C \Omega(\tau_1),$$

где  $\varphi(\tau_1) = \chi_0 + \phi(\tau_1)$ ,  $\Omega(\tau_1) = \omega_\theta + \omega_\phi \dot{\phi}(\tau_1)$ .

Введем в рассмотрение пять безразмерных постоянных параметров задачи и две безразмерные функции:

$$p_\xi = \omega_\xi / \omega_\phi, \quad \xi = \theta, N; \quad \alpha_0 = r_C \omega_\phi / V; \quad \beta_0 = r_{*0} / r_C;$$

$$\gamma_0 = (\mu_* N_0) / (m_* r_C \omega_\phi^2);$$

$$\alpha(\phi, \dot{\phi}) = \sin(\chi_0 + \phi) + \alpha_0 (p_\theta + \dot{\phi}),$$

$$\beta(\tau_1, \dot{\phi}) = \alpha_0 \beta_0 (p_\theta + \dot{\phi}) \sqrt{n^*(\tau_1)}.$$

Теперь вместо (4)–(8) получим:

$$\ddot{\phi} + \phi = (\alpha_0 p_\theta)^{-1} - \gamma_0 n^* \left( f_* \frac{|\alpha|}{\alpha} + \beta_0 m_* \sqrt{n^*} \frac{p_\theta + \dot{\phi}}{p_\theta + \dot{\phi}} \right), \quad (10)$$

$$f_* = \alpha / (\alpha + b_* \beta); \quad m_* = \beta / (a_* \alpha + \beta).$$

Уравнение (10) проинтегрируем методом Рунге — Кутты при нулевых начальных условиях движения. Опишем принимаемые параметры задачи:

$$\chi_0 = 0,25; \quad p_\theta = 0,125; \quad p_N = 0,95; \quad \varepsilon_N = 0,1;$$

$$\alpha_0 = 0,2; \quad \beta_0 = 0,5; \quad \gamma_0 = 2,0.$$

Осциллограмма  $\dot{\phi}(\tau_1)$  представлена на рис. 2. Пунктиром показаны результаты моделирования при  $f_* = \text{const} = 1$ ;  $m_* = \text{const} = 0$ .

В статье с помощью теории поликомпонентного сухого трения изучены крутильные колебания

пневмоколеса, если машина движется по криволинейной траектории, а нормальная реакция опорной поверхности зависит от времени, что имеет место, если, к примеру, пневмоколесо несбалансировано.

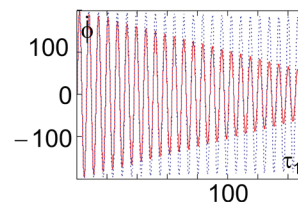


Рис. 2. Результаты моделирования

### Литература

1. Шифрин Б. М. Неканоническое шимми и защита от него [Текст] / Б. М. Шифрин // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2011. — № 6/7(54). — С. 58–60.
2. Андронов В. В. Сухое трение в задачах механики [Текст] / В. В. Андронов, В. Ф. Журавлев. — М. — Ижевск: РХД, 2010. — 184 с.
3. Журавлев В. Ф. О механизме явления шимми [Текст] / В. Ф. Журавлев, Д. М. Климов // Доклады РАН. — 2009. — Т. 428, № 6. — С. 761–764.
4. Киреевков А. А. Связанные модели трения скольжения и верчения: от теории к эксперименту [Текст] / А. А. Киреевков, С. В. Семендяев // Труды МФТИ «Аэрокосмические исследования, прикладная механика». — 2010. — Т. 2, № 3. — С. 174–181.
5. Gim G. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips [Текст] / G. Gim, P. E. Nikraves // Int. J. of Vehicle Design. — 1990. — V. 11, № 6. — P. 589–618.

### ПРИКЛАД ВИВЧЕННЯ КОЛИВАНЬ ПНЕВМОШАСІ

#### Б. М. Шифрин

У статті описаний приклад застосування теорії полікомпонентного сухого тертя для вивчення коливань механічної системи із пневмоколесом. Коливання зумовлені залежністю нормальної реакції опорної поверхні від часу.

**Ключові слова:** коливання, шасі, тертя, відведення.

*Борис Меерович Шифрин, доцент кафедри загально-технічних дисциплін та авіаційної хімії Кіровоградської льотної академії Національного авіаційного університету, тел.: (095) 541-31-05, e-mail: B\_Shifrin@mail.ru.*

#### EXAMPLE OF STUDY OF VIBRATIONS A CHASSIS WITH AN AIR CASTER

#### B. Shifrin

The article describes an example of applying the theory of multi-component dry friction in studying oscillations of mechanical system with an air caster. Oscillations are caused by dependence of normal reaction of supporting surface on time.

**Keywords:** oscillations, chassis, friction, slip.

*Boris Shifrin, associate professor of Department of general technical disciplines and aviation chemistry, Kirovograd Airline Academy of The National Aviation University, tel.: (095) 541-31-05, e-mail: B\_Shifrin@mail.ru.*