УДК 05.01.01
DOI: 10.15587/2312-8372.2016.72032

Ковтун А. М.

РАЗРАБОТКА ВЕКТОРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО БИСПЛАЙНА ПЯТОЙ СТЕПЕНИ С УПРАВЛЯЮЩИМИ ТОЧКАМИ, ИНЦИДЕНТНЫМИ ПОВЕРХНОСТИ

Предлагается способ построения бисплайна (векторно-параметрической поверхности) с управляющими точками, инцидентными поверхности. Был разработан алгоритм получения бикубической поверхности с первым, а потом вторым и третьим, и четвертым порядками гладкости. Приведены тестовые примеры полученных бисплайнов.

Ключевые слова: *векторно-параметрический сплайн, бисплайн, сплайн с управляющими точками, инцидентными кривой, гладкость.*

1. Введение

Для описания поверхностей и линий применяются различные математические алгоритмы, дающие возможность моделировать кривые (а равно и порции поверхности являющиеся «строительными элементами» любого графического примитива) с наперед заданными свойствами. В современных условиях разработчику могут понадобиться кривые с «особыми свойствами», например: с высокой степенью гладкости. При этом зачастую возникает потребность работать в условиях, когда обвод не принадлежит первоначально заданному точечному каркасу. Это особенно актуально при построении объектов и аппаратов, работающих в движущейся среде. Примером могут служить: обводы судов, авиационной техники, детали машин и аппаратов, (например выпускной коллектор авиационного двигателя, лопатки турбин и т. д.).

Актуальность исследования продиктована потребностью дизайнеров, разработчиков промышленности и других пользователей САПР в расширении «инструментария». Что даст пользователю возможность выдавать более адекватный современным требованиям, а значит, более качественный продукт.

2. Объект исследования и его технологический аудит

Опыт показывает, что аналитически представленные кривые легче изобразить на рисунке. В промышленном производстве, например, судо-, автомобиле- и авиастроении, окончательная форма в реальном или близком к нему масштабе определяется в процессе доводки.

Автоматизация этого процесса представляла значительный интерес для машинной графики. Для описания пространственных кривых накоплен большой багаж алгоритмов. Это, в частности сплайны (кубические, нормализованные кубические сплайны, кривые Безье, Фергюссона, B-сплайны и др.). Например, форма математического сплайна повторяет контур физического сплайна, т. е. гибкой деревянной или пластмассовой линейки, проходящей через определенные точки. Для изменения формы сплайна используются свинцовые грузики. Меняя их количество и расположение, получившуюся кривую стараются сделать более гладкой, красивой и «приятной для глаза».

Иногда требуется аналитическое представление кривой, первоначально заданной точками. С математической точки зрения это проблема интерполяции. Для того чтобы провести кривую через все заданные точки, применяется метод *кусочной полиномиальной интерполяции*.

Но, часто, при построении гладких обводов возникает необходимость работать с управляющими точками инцидентными (принадлежащими) кривой. Неудобство возникает, когда управляющие точки не принадлежат первоначально заданному точечному ряду. К тому же, существует опасность волнообразования (осцилляций).

3. Цель и задачи исследования

Цель исследования заключается в облегчении проектирования гладких криволинейных обводов с управляющими точками, принадлежащими кривой. Причем скорость затухания осцилляций будет выше, чем у кубических сплайнов.

Для достижения поставленной цели необходимо выполнить такие *задачи*:

1. На базе полинома пятой степени построить гладкую кривую с управляющими точками, инцидентными (принадлежащими) кривой.
2. На основании гладкой кривой получить векторно-параметрический сплайн пятой степени.
3. Описать бисплайн пятой степени на основе сегмента полинома пятой степени по заданным двум точкам и первым и вторым производным в них.
4. Построить бисплайн с управляющими точками, инцидентными поверхности, со вторым порядком гладкости.

4. Анализ литературных данных

Для описания гладких кривых и поверхностей разработан богатый инструментарий: на основе функций

Ферюсона, Безье, на основании рациональных функций [1–3], на основе кривой в форме Фергюсона и строятся векторно-параметрические кубические сплайны.

На практике не всегда можно определить касательные векторы, а тем более определить их длину, что влияет на форму кривой. Как правило, в машиностроении первичными данными является точечный ряд точек без касательных. Таким образом, актуальным является последующее исследование в разработке других вариантов представления кривых. А именно: с управляющими точками, инцидентными кривой (в форме Лагранжа). Что дает возможность более удобно конструировать реальный объект, руководить кривизной и гладкостью.

5. Материалы и методы исследований

Показана методика получения бисплайна с управляющими точками, инцидентными поверхности, с достижением гладкости вплоть до четвертого порядка. Применен подход получения формулы полинома в форме Лагранжа. По методу получения векторно-параметрического сплайна они задаются в виде $r = r(u)$, что означает: по каждой координате существуют отдельные кривые, а именно: $x = x(u)$, $y = y(u)$, $z = z(u)$.

Методы получения сплайнов высших степеней [1–5] а на их основе и бисплайнов показали, что решение необходимых систем линейных уравнений во многих случаях является устойчивым и однозначным.

6. Результаты исследований и их обсуждение

Полином пятой степени определяется по формуле:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5. \tag{1}$$

Очевидно, что полином пятой степени полностью определяется шестью коэффициентами, а значит, шестью геометрическими условиями. Эти условия можно представить в разных вариантах. Предлагается один из наиболее приемлемых на практике способов задания сплайна — это определение сплайна з*аданными двумя конечными точками, первыми и вторыми производными в них* [6].

В этом случае полином будет иметь вид:

$$y = \alpha_0(u)y_0 + \alpha_1(u)y_1 + h[\beta_0(u)y_0' + \beta_1(u)y_1'] + \\ + h^2[\gamma_0(u)y_0'' + \gamma_1(u)y_1''], \tag{2}$$

где x_0, y_0 — координаты начальной точки; x_1, y_1 — координаты конечной точки; y_0', y_1', y_0'', y_1'' — первые и вторые производные в начальной и конечной точках; $u = (x - x_0)/(x_1 - x_0)$; $a_i(u)$, $\beta_i(u)$, $\gamma_i(u)$ — функции от параметра u.

Из полинома (2) предлагается сконструировать *векторно-параметрический сплайн пятой степени на базе полинома по заданным двум точкам и первым и вторым производным в них*.

Уравнением векторно-параметрической кривой является уравнение типа:

$$r = r(u), \tag{3}$$

или:

$$\left.\begin{aligned} x &= x(u), \\ y &= y(u), \\ z &= z(u). \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Пусть имеем заданный ряд узловых точек $i = 0$, 1, ..., N. Назначим для каждой точки параметры $u_i = i$. Применим варианты, рассмотренные в [6, 7] сплайн-интерполяций по каждой координате. Получим кривые, заданные векторно-параметрическими сплайнами. Рассмотрим их более обстоятельно.

На основании формулы (2) можно записать:

$$r = \alpha_0(u)r_0 + \alpha_1(u)r_1 + \beta_0(u)r_0' + \beta_1(u)r_1' + \\ + \gamma_0(u)r_0'' + \gamma_1(u)r_1'', \tag{5}$$

где:

$$\begin{aligned} \alpha_0(u) &= 1 - 10u^3 + 15u^4 - 6u^5, \\ \alpha_1(u) &= 10u^3 - 15u^4 + 6u^5, \\ \beta_0(u) &= 1 - 6u^3 + 8u^4 - 3u^5, \\ \beta_1(u) &= -4u^3 + 7u^4 - 3u^5, \\ \gamma_0(u) &= 0{,}5u^2 - 1{,}5u^3 + 1{,}5u^4 - 0{,}5u^5, \\ \gamma_1(u) &= 0{,}5u^3 - u^4 + 0{,}5u.^5 \end{aligned}$$

Поскольку в этом варианте уже заданы первые и вторые производные в узловых точках, то сплайн с первым и вторым порядками гладкости задается автоматически по заданным условиям.

6.1. Бисплайн пятой степени на основе сегмента полинома пятой степени по заданным двум точкам и первым и вторым производным в них. На основе сегмента (5) для порции поверхности можно записать:

$$r = \left[\alpha_0(u)\alpha_1(u)\beta_0(u)\beta_1(u)\gamma_0(u)\gamma_1(u)\right] \times \\ \times \begin{bmatrix} r_{00} & r_{01} & r_{00}^{v} & r_{01}^{v} & r_{00}^{vv} & r_{01}^{vv} \\ r_{10} & r_{11} & r_{10}^{v} & r_{11}^{v} & r_{10}^{vv} & r_{11}^{vv} \\ r_{00}^{u} & r_{01}^{u} & r_{00}^{uv} & r_{01}^{uv} & r_{00}^{vvu} & r_{01}^{vvu} \\ r_{10}^{u} & r_{11}^{u} & r_{10}^{uv} & r_{11}^{uv} & r_{10}^{vvu} & r_{11}^{vvu} \\ r_{00}^{uu} & r_{01}^{uu} & r_{00}^{uuv} & r_{01}^{uuv} & r_{00}^{uuvv} & r_{01}^{uuvv} \\ r_{10}^{uu} & r_{11}^{uu} & r_{10}^{uuv} & r_{11}^{uuv} & r_{10}^{uuvv} & r_{11}^{uuvv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0(v) \\ \alpha_1(v) \\ \beta_0(v) \\ \beta_1(v) \\ \gamma_0(v) \\ \gamma_1(v) \end{bmatrix}, \tag{6}$$

где α_i, β_i, γ_i — рассчитываются по формулам (5).

Для задания такой порции необходимо иметь не только первые и вторые производные, но и смешанные третьи, и четвертые производные.

Пусть имеем две порции: $(i - 1)$-порция и i-я порция. Направление «i» совпадает с направлением параметра u. Для сохранения первого порядка гладкости по u вдоль границы по параметру v необходимо придерживаться требования:

$$r_{u(u-1)}^{'(i-1)}(u,v) = r_{u(u=o)}^{'(i)}(u,v). \tag{7}$$

Для получения сплайнов с первым, вторым, третьим и четвертым порядками гладкости необходимо обеспечить условия склеивания (7), (12), (13), (14), (15), (18) соответственно. Для этого применяются формулы (8) и (9).

6.2. Сплайн с третьим порядком гладкости. Можно задать системой из [6]:

$$\begin{aligned}&8r^{'(i-1)}+8r^{'(i+1)}+r^{''(i-1)}+6r^{''(i)}+r^{''(i+1)}=\\&=-20\left[r^{(i-1)}+2r^{(i)}+r^{(i+1)}\right],\ i=1,2,...,N-1.\end{aligned}\tag{8}$$

6.3. Сплайны с четвертым порядком гладкости. Аналогично для векторно-параметрического сплайна можно записать:

$$\left.\begin{aligned}&A_{(2i-1)}r^{'(i-1)}+B_{(2i-1)}r^{''(i-1)}+C_{(2i-1)}r^{'(i)}+\\&+D_{(2i-1)}r^{''(i)}+E_{(2i-1)}r^{'(i+1)}=G_{(2i-1)},\\&A_{(2i)}r^{''(i-1)}+B_{(2i)}r^{'(i)}+C_{(2i)}r^{''(i)}+\\&+D_{(2i)}r^{'(i+1)}+E_{(2i)}r^{''(i+1)}=G_{(2i)},\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

$i = 1, 2, ..., N-1$; A, B, C, D, E, F — рассчитываются из (10), (11).

$$\begin{aligned}&\left[h^{(1)}\right]^3\left[y_0^{(0)}-3y_1^{(0)}+3y_2^{(0)}-y_3^{(0)}\right]=\\&\left[h^{(0)}\right]^3\left[y_0^{(1)}-3y_1^{(1)}+3y_2^{(1)}-y_3^{(1)}\right],\end{aligned}\tag{10}$$

$$\begin{aligned}&\left[h^{(N-1)}\right]^3\left[y_0^{(N-2)}-3y_1^{(N-2)}+3y_2^{(N-2)}-y_3^{(N-2)}\right]=\\&=\left[h^{(N-2)}\right]^3\left[y_0^{(N-1)}-3y_1^{(N-1)}+3y_2^{(N-1)}-y_3^{(N-1)}\right].\end{aligned}\tag{11}$$

Имеем систему из $2(N-1)$ линейных уравнений с пятидиагональной матрицей и $2(N+1)$ неизвестных $r'^{(j)}$, $r''^{(j)}$, $j = 0, 1, ..., N$. Таким образом, для определения сплайна с четвертым порядком гладкости необходимо доказать четыре краевых условия. Типы условий определены в [6].

Для получения гладкости второго порядка нужно аналогично конструировать бисплайн со вторым порядком гладкости в обоих u-v-направлениях, то есть обеспечить вместе с (13) такие уравнения:

$$\left.\begin{aligned}&r_{u(u=1)}^{'(i-1)}(u,v)=r_{u(u=0)}^{'(i)}(u,v),\ r_{v(v=1)}^{'(j-1)}(u,v)=r_{v(v=0)}^{'(j)}(u,v),\\&r_{uu(u=1)}^{''(i-1)}(u,v)=r_{uu(u-1)}^{''(i)}(u,v),\ r_{vv(v=1)}^{''(j-1)}(u,v)=r_{vv(v=0)}^{''(j)}(u,v).\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

Но, чтобы достичь полной гладкости второго порядка (т. е. обеспечить непрерывность второй квадратичной формы по всей поверхности), необходимо еще обеспечить по линии склеивания и равные смешанные производные, то есть:

$$r_{uv(u=1)}^{''(i-1)}(u,v)=r_{uv(u=0)}^{''(i)}(u,v),\ r_{uv(v=1)}^{''(j-1)}(u,v)=r_{uv(v=0)}^{''(j)}(u,v).\tag{13}$$

Для обеспечения полной гладкости третьего порядка необходимо обеспечить также и равенство смешанных производных, то есть:

$$\left.\begin{aligned}&r_{uuv(u=1)}^{'''(i-1)}(u,v)=r_{uuv(u=0)}^{'''(i)}(u,v),\\&r_{uuv(v=1)}^{'''(j-1)}(u,v)=r_{uuv(v=0)}^{'''(j)}(u,v),\\&r_{uvv(u=1)}^{'''(i-1)}(u,v)=r_{uvv(u=0)}^{'''(i)}(u,v),\\&r_{uvv(v=1)}^{'''(j-1)}(u,v)=r_{uvv(v=0)}^{'''(j)}(u,v).\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

Но для полной гладкости четвертого порядка дополнительно необходимо обеспечить еще и равенство смешанных производных, а именно:

$$\left.\begin{aligned}&r_{uuuv(u=1)}^{''''(i-1)}(u,v)=r_{uuuv(u=0)}^{''''(i)}(u,v),\\&r_{uuuv(v=1)}^{''''(j-1)}(u,v)=r_{uuuv(v=0)}^{''''(j)}(u,v),\\&r_{uuvv(u=1)}^{''''(i-1)}(u,v)=r_{uuvv(u=0)}^{''''(i)}(u,v),\\&r_{uuvv(v=1)}^{''''(j-1)}(u,v)=r_{uuvv(v=0)}^{''''(j)}(u,v),\\&r_{uvvv(u=1)}^{''''(i-1)}(u,v)=r_{uvvv(v=1)}^{''''(i)}(u,v),\\&r_{uvvv(v=1)}^{''''(j-1)}(u,v)=r_{uvvv(v=0)}^{''''(j)}(u,v).\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

На основе сплайна четвертой степени аналогично с [6] можно записать уравнение для векторно-параметрической порции поверхности:

$$\begin{aligned}&r=\left[\alpha_0(u)\alpha_1(u)\alpha_2(u)\alpha_3(u)\alpha_4(u)\right]\times\\&\times\begin{bmatrix}r_{00}&r_{01}&r_{02}&r_{03}&r_{04}\\r_{10}&r_{11}&r_{12}&r_{13}&r_{14}\\r_{20}&r_{21}&r_{22}&r_{23}&r_{24}\\r_{30}&r_{31}&r_{32}&r_{33}&r_{34}\\r_{40}&r_{41}&r_{42}&r_{43}&r_{44}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_0(v)\\\alpha_1(v)\\\alpha_2(v)\\\alpha_3(v)\\\alpha_4(v)\end{bmatrix},\end{aligned}\tag{16}$$

где $\alpha_i(u)$ рассчитывается аналогично векторно-параметрическому сплайну четвертой степени с управляющими точками, инцидентными кривой.

Для обеспечения полной гладкости третьего порядка необходимо обеспечить также и равенство смешанных производных, то есть:

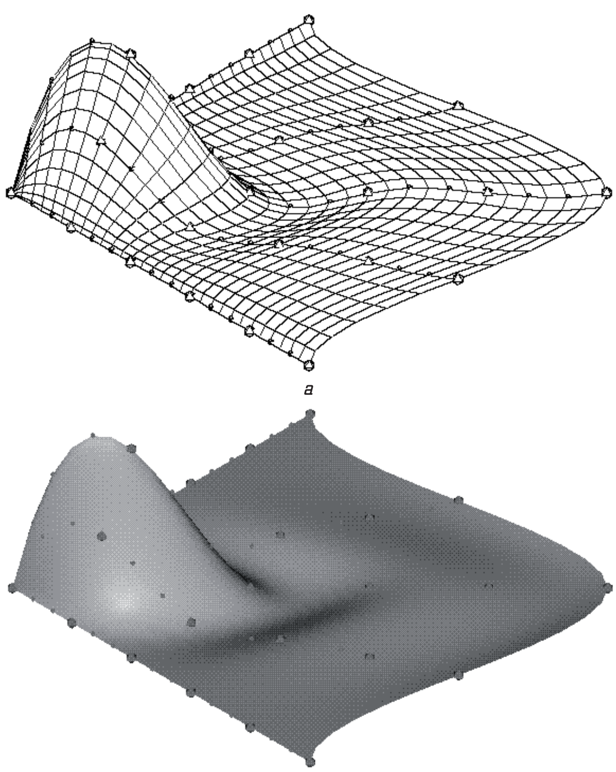
$$\left.\begin{aligned}&r_{uuv(u=1)}^{'''(i-1)}(u,v)=r_{uuv(u=0)}^{'''(i)}(u,v),\\&r_{uuv(v=1)}^{'''(j-1)}(u,v)=r_{uuv(v=0)}^{'''(j)}(u,v),\\&r_{uvv(u=1)}^{'''(i-1)}(u,v)=r_{uvv(u=0)}^{'''(i)}(u,v),\\&r_{uvv(v=1)}^{'''(j-1)}(u,v)=r_{uvv(v=0)}^{'''(j)}(u,v).\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

Для этого следует применить формулы описания сплайна с первым, вторым и третьим порядками гладкости, например из [2–6].

Но для полной гладкости четвертого порядка дополнительно необходимо обеспечить еще и равенство смешанных производных, а именно:

$$
\begin{aligned}
&r_{uuuv(u=1)}^{''''(i-1)}(u,v)=r_{uuuv(u=0)}^{''''(i)}(u,v),\\
&r_{uuuv(v=1)}^{''''(j-1)}(u,v)=r_{uuuv(v=0)}^{''''(j)}(u,v),\\
&r_{uuvv(u=1)}^{''''(i-1)}(u,v)=r_{uuvv(u=0)}^{''''(i)}(u,v),\\
&r_{uuvv(v=1)}^{''''(j-1)}(u,v)=r_{uuvv(v=0)}^{''''(j)}(u,v),\\
&r_{uvvv(u=1)}^{''''(i-1)}(u,v)=r_{uvvv(v=1)}^{''''(i)}(u,v),\\
&r_{uvvv(v=1)}^{''''(j-1)}(u,v)=r_{uvvv(v=0)}^{''''(j)}(u,v).
\end{aligned}
\qquad (18)
$$

На рис. 1 приведен тестовый пример бисплайна с управляющими точками, инцидентными поверхности, со вторым порядком гладкости, который реализован на языке AutoLISP в среде AutoCAD.



а

б

Рис. 1. Тестовый пример. Бисплайн с управляющими точками, инцидентными поверхности, со вторым порядком гладкости: *а* — порции поверхности (обеспечено равенство соответствующих и смешанных производных); *б* — результат действия команды AutoCAD 3DMESH

С рис. 1,*а* видно, что управляющие точки инцидентны (принадлежат) кривой. При конструировании гладкого обвода это дает дополнительные удобства в решении технической задачи. Ведь равенство и закон изменения производных влияет на гладкость кривой, что важно при проектировании объектов и аппаратов, работающих в движущейся среде. Произведена «склейка» порций поверхности, при условии равенства первых и вторых производных. Данные исследования могут быть полезны разработчикам программного обеспечения, пользователям САПР, дизайнерам, конструкторам и т. д. На рис. 1,*б* показана работа команды AutoCAD 3DMESH, поверхность выглядит более гладкой, красивой и «приятной для глаза».

Работа является логическим продолжением исследований [4–15]. Автор статьи планирует продолжить данные исследования, ввиду их очевидной полезности потребителям.

7. Выводы

В результате исследований:

1. На базе полинома пятой степени построена гладкая кривая с управляющими точками, инцидентными (принадлежащими) кривой.
2. Показана способность сплайнов пятой степени давать векторно-параметрические сплайны. Свойства векторно-параметрических сплайнов пятой степени адекватны свойствам полиномиальных сплайнов пятой степени.
3. Из векторно-параметрических сегментов соответствующей степени гладкости получены порции поверхности. Исследованные векторно-параметрические порции поверхностей дают возможность получать бисплайны полной (вплоть до четвертой) степени гладкости.
4. В работе предложен алгоритм построения бисплайна пятой степени с управляющими точками, инцидентными поверхности.

Результат исследования заключается в облегчении проектирования гладких криволинейных обводов с управляющими точками, принадлежащими кривой. Причем скорость затухания осцилляций будет выше, чем у кубических сплайнов.

Литература

1. Фокс, А. Вычислительная геометрия [Текст]: пер. с англ. / А. Фокс, М. Пратт. — Москва: Мир, 1982. — 304 с.
2. Завьялов, Ю. С. Методы сплайн функций [Текст] / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко. — Москва: Наука, 1982. — 352 с.
3. Jaklič, G. Lagrange geometric interpolation by rational spatial cubic Bézier curves [Text] / G. Jaklič, J. Kozak, V. Vitrih, E. Žagar // Computer Aided Geometric Design. — 2012. — Vol. 29, № 3–4. — P. 175–188. doi:10.1016/j.cagd.2012.01.002
4. Ковтун, О. М. Поліноміальна крива третього степеня із керуючими точками, що належать кривій [Текст] / О. М. Ковтун // Сучасні проблеми моделювання. — 2015. — № 4. — С. 63–67.
5. Jaklič, G. Geometric Lagrange interpolation by planar cubic Pythagorean-hodograph curves [Text] / G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar // Computer Aided Geometric Design. — 2008. — Vol. 25, № 9. — P. 720–728. doi:10.1016/j.cagd.2008.07.006
6. Бадаев, Ю. И. Специальные сплайны из полиномов третей, четвертой и пятой степеней в геометрическом моделировании [Текст]: монография / Ю. И. Бадаев, А. М. Ковтун. — Одесса: Феникс, 2011. — 315 с.
7. Ковтун, О. М. Поліноміальна крива третього степеня із керуючими точками, що належать кривій [Текст] / О. М. Ковтун // Водний транспорт. — 2015. — Вип. 1. — С. 166–170.
8. Бадаєв, Ю. І. Апроксимація сплайнами на основі кривих з інцидентними точками [Текст]: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції; праці Національного університету «Львівська політехніка» (спецвипуск) / Ю. І. Бадаєв, О. М. Ковтун // Сучасні проблеми геометричного моделювання. — Львів: Національний університет «Львівська політехніка», 2003. — С. 75–77.
9. Бадаєв, Ю. І. Векторно-параметричні сегменти, поверхні та тіла за інцидентними з ними точками [Текст] / Ю. І. Бадаєв, О. М. Ковтун // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — 2003. — № 4(18). — С. 37–40.
10. Baye, D. The Lagrange-mesh method [Text] / D. Baye // Physics Reports. — 2015. — № 565. — P. 1–107. doi:10.1016/j.physrep.2014.11.006

11. Chudinov, A. V. Interpolational and smoothing cubic spline for mass spectrometry data analysis [Text] / A. V. Chudinov, W. Gao, Z. Huang, W. Cai, Z. Zhou, V. V. Raznikov, I. V. Sulimenkov // International Journal of Mass Spectrometry. — 2016. — № 396. — P. 42–47. doi:10.1016/j.ijms.2015.11.008
12. Kvasov, B. I. (2000). Methods of Shape-Preserving Spline Approximation [Text]: monograph / B. I. Kvasov. — World Scientific, 2000. — 356 p. doi:10.1142/9789812813381
13. Matt, M. A. Trivariate Local Lagrange Interpolation and Macro Elements of Arbitrary Smoothness [Text] / M. A. Matt. — Vieweg+Teubner Verlag, 2012. — 370 p. doi:10.1007/978-3-8348-2384-7
14. Jiwari, R. Lagrange interpolation and modified cubic B-spline differential quadrature methods for solving hyperbolic partial differential equations with Dirichlet and Neumann boundary conditions [Text] / R. Jiwari // Computer Physics Communications. — 2015. — № 193. — P. 55–65. doi:10.1016/j.cpc.2015.03.021
15. Moore, P. Efficient energy evaluations for active B-Spline/NURBS surfaces [Text] / P. Moore, D. Molloy // Computer-Aided Design. — 2014. — № 47. — P. 12–31. doi:10.1016/j.cad.2013.08.011

РОЗРОБКА ВЕКТОРНО-ПАРАМЕТРИЧНОГО БІСПЛАЙНА П'ЯТОГО СТЕПЕНЯ З КЕРУЮЧИМИ ТОЧКАМИ, ЩО ІНЦИДЕНТНІ ПОВЕРХНІ

Досліджено спосіб отримання бісплайна (векторно-параметричної поверхні) за допомогою сплайна п'ятого степеня з керуючими точками, що інцидентні поверхні. Було розроблено алгоритми для отримання бікубічної поверхні з першим, а потім другим та третім, і четвертим порядками гладкості. Наведено тестові приклади отриманих бісплайнів.

Ключові слова: векторно-параметричний сплайн, бісплайн, сплайн з керуючими точками, що інцидентні кривій, гладкість.

Ковтун Александр Михайлович, кандидат технических наук, доцент, кафедра общеинженерных дисциплин, Дунайский институт Национального университета «Одесская морская академия», Измаил, Одесская обл., Украина, ***e-mail: ikra55@list.ru***.

Ковтун Олександр Михайлович, кандидат технічних наук, доцент, кафедра загальноінженерних дисциплін, Дунайський інститут Національного університету «Одеська морська академія», Ізмаїл, Одеська обл., Україна.

Kovtun Alexander, Danube Institute of National University «Odessa Maritime Academy», Izmail, Odessa Region, Ukraine,
e-mail: ikra55@list.ru

УДК 664.144
DOI: 10.15587/2312-8372.2016.72035

Соколовська О. О.

МОДЕЛЮВАННЯ РЕЦЕПТУРИ ПАСТИЛЬНИХ ВИРОБІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ НЕТРАДИЦІЙНОЇ СИРОВИНИ ВІДПОВІДНО ЗАДАНИХ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ

Враховуючи проблему сьогодення, пов'язану з порушенням роботи ендокринної системи через вживання простих цукрів та дефіциту йоду, запропоновано розробку рецептури пастильних виробів із використанням нетрадиційної сировини шляхом моделювання рецептури з повною або частковою заміною цукру білого з одночасним фортифікацією виробів йодом.

Ключові слова: *моделювання рецептури, пастильні вироби, пастила, цукор білий, підсолоджувач, стевія, еламін.*

1. Вступ

В умовах погіршення екологічної ситуації та зниження фізичної активності структура харчування населення не відповідає сучасним вимогам нутриціології, що пов'язано з надлишком вживання простих цукрів. В зв'язку з цим захворювання на цукровий діабет набуло епідеміологічного характеру, на ряду з яким нагального вирішення потребує проблема йододифициту. На сьогодні, завданням харчової промисловості, особливо кондитерської галузі, є пошук шляхів зменшення вуглеводного навантаження цукристих кондитерських виробів, а саме зниження масової частки цукру з одночасною фортифікацією мінеральними речовинами, зокрема йодом.

Доцільність такого підходу викладено в наукових роботах [1–3].

Серед асортименту цукристих кондитерських виробів, особливе місце займають пастильні вироби, які мають збиту драглеподібну консистенцію, що надзвичайно приваблює споживачів. Однак, в їх рецептурі достатньо висока масова частка цукру білого до 48,0 %, що призводить до суттєвої надлишкової калорійності виробів та незбалансованості хімічного складу. У заданих концентраціях цукор білий приймає участь у формуванні каркасу пінної структури та притаманного смаку виробів. Саме тому значне його зменшення в рецептурі вимагає одночасне застосування підсолоджувача та структуроутворюючої речовини для збереження притаманних властивостей, які є нетрадиційною сировиною для пастильних виробів.

Ураховуючи особливості формування якості пастильних виробів в процесі виробництва та властивостей