

Сизова Н. Д.

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ОРЕБРЕННЫХ ТЕЛ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

Приводятся результаты исследования упругопластических деформаций пространственных элементов неклассической геометрической формы. Рассматриваются малые упругопластические деформации, описываемые системой нелинейных уравнений, для линейризации которых применяется метод переменных параметров упругости. Приближенное решение линейризованной упругой задачи на каждой итерации строится на основе теории R-функций. Представлены численные результаты для оребренных цилиндрических и конических тел.

Ключевые слова: упругопластическое деформирование, нелинейные уравнения, линейризация, R-функции, структурные модели, вычислительный эксперимент.

1. Введение

Решения многих сложных технических задач в настоящее время реализуются не только опытными испытаниями, которые зачастую приводят к необходимости использования дорогостоящих материалов, но и с помощью компьютерной техники. Проблемы компьютерного моделирования в исследовании процессов оптимальной эксплуатации конкретных объектов и установок относятся к одному из развиваемых современных направлений — компьютерному моделированию.

В современной технике предъявляются повышенные требования к точности определения полей исследуемых элементов и узлов, поэтому объяснимо стремление создать универсальные методы и высокоточные алгоритмы решения таких задач.

В настоящее время популярностью в области решения задач исследования физико-механических полей пользуются системы и программные комплексы, разработанные на базе метода конечных элементов (МКЭ) [1–4].

Конкуренцию МКЭ может составлять математический аппарат — теория R-функций (RFM) и созданный на его основе программный продукт ПОЛЕ [1–8].

Широкое применение в конструкциях различного назначения находят оребренные полые цилиндрические и конические тела с различным количеством ребер на внешней поверхности, которые подвергаются нагрузкам, приводящим к возникновению упругопластических деформаций [9–14]. Определение и анализ деформаций является одной из задач, которая позволяет выяснить вопросы работоспособности, надежности и устойчивости работы элементов и всей конструкции в целом.

В связи с этим, актуальной является задача определения допустимой величины нагрузки, которая не превышает границы текучести, но большей, чем в границах упругости. Это позволяет установить прочность нагруженных конструкций с оребренными элементами, которые предназначены для продолжительной работы под нагрузкой. Определение этой допустимой нагрузки проводит к экономии материальных ресурсов и оптимизирует геометрические параметры элементов конструкции и позволяет прогнозировать режимы оптимальной эксплуатации всей конструкции [14].

2. Объект исследования и его технологический аудит

Объектом исследования являются полые цилиндрические и конические элементы, подкрепленные ребрами жесткости на внешней поверхности. Как правило, подкрепление выполняется одним, двумя и тремя ребрами. Внешней нагрузкой является равномерное внутреннее давление. Наличие ребер существенно влияет на напряженно-деформированное состояние элементов и соответственно всей конструкции, содержащей эти элементы.

Данные элементы подвергаются комплексному исследованию в несколько этапов. Прежде всего, рассматривается задача определения напряженно-деформированного состояния элементов при заданных нагрузках в линейной постановке [15]. Далее, на втором этапе, проводится анализ изменения внутренних нагрузок, таким образом, чтобы достичь допустимой нагрузки, не превышающей границы текучести материала, что является задачей упругопластического деформирования. Кроме того, на следующем этапе исследуется термонапряженное состояние элементов, т. е. решается задача термоупругости.

Рассматриваются тела конечных размеров для материалов, обладающих упрочнением без площадки текучести и не обладающих упрочнением.

Исследование упругопластического деформирования проводилось с использованием теории R-функций (RFM), что позволило создать аналитические соотношения (GSS) или структурные формулы. Они имеют вид функциональных соотношений, состоящих из элементарных функций или суперпозиции элементарных и специальных функций. На аналитическом уровне учитываются граничные условия и геометрия области исследования задачи, кроме того, возможно учитывать имеющуюся априорную информацию о точном решении (если оно есть) и приблизиться к нему в метрике соответствующего функционального пространства.

На основе структурных формул (GSS) созданы алгоритмы и компьютерные модели, позволившие провести обширный вычислительный эксперимент. Эксперимент проводился в условиях эксплуатации системы ПОЛЕ [10], которая является многофункциональным и высокопродуктивным программным продуктом.

Следует отметить, что вычислительный эксперимент можно выполнить также с привлечением математического аппарата метода конечных элементов (МКЭ) и одного из программных продуктов на его основе. Это позволит провести сравнение полученных результатов для подтверждения их достоверности.

3. Цель и задачи исследования

Целью настоящей статьи является исследование упругопластических деформаций, возникающих в конечных телах неклассической геометрической формы [7–9].

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) разработать структурные, компьютерные модели и алгоритмы процесса упругопластических деформаций в конечных пространственных телах;
- 2) провести вычислительный эксперимент по определению параметров определения допустимой величины нагрузки, которая не превышает границы текучести для полых цилиндрических и конических элементов, подкрепленных ребрами жесткости;
- 3) провести анализ, прогноз и оптимизацию физических и геометрических параметров пространственных элементов, подкрепленных ребрами жесткости.

В качестве инструмента для решения поставленной задачи использовался аппарат теории R-функций (RFM).

4. Анализ литературных источников

Как известно [16–18], особенностью упругого деформирования тела является то, что оно полностью восстанавливает свою начальную конфигурацию после снятия нагрузки. Гипотеза упругости справедлива для многих материалов лишь для небольших уровней нагрузок, когда напряжения не превышают предела текучести материала. Если действующие на тело внешние воздействия вызывают напряжения, большие предела текучести, то отдельные части тела переходят в пластическое состояние, когда после снятия нагрузки первоначальная конфигурация тела восстанавливается лишь отчасти. В таком случае зависимости напряжения и деформации становятся нелинейными. Это приводит к необходимости рассмотрения нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих процесс исследования напряженно-деформированного состояния тела.

Важным классом задач механики деформируемого твердого тела являются геометрически нелинейные задачи, которые позволяют перейти от найденного напряженно-деформированного состояния к исследованию задач устойчивости элементов и конструкций [16].

Геометрически нелинейными называют задачи теории упругости, в которых учитывается нелинейность в зависимостях деформаций и перемещений, в то время как напряжения и деформации связаны линейно. Таким образом, рассматриваются нелинейные краевые задачи.

Нелинейность дифференциальных уравнений позволяет применять аналитические подходы в ограниченных случаях, что приводит к необходимости использования численно-аналитических и численных методов [1–7, 11–13].

Решение нелинейной задачи в предположении малости упругопластических деформаций предполагает использование методов последовательных приближений, дополнительных нагрузок, переменных параметров упру-

ги и др. [16, 19, 20]. Данные методы линеаризуют нелинейную задачу и сводят ее к решению последовательности линейных задач.

Одним из часто применяемых к линеаризации нелинейных задач является метод переменных параметров упругости, который представляет решение как процесс итераций. Линеаризованная задача на первом шаге итераций рассматривается как упругая краевая задача.

В данной работе решение линеаризованной упругой задачи на каждой итерации строится с использованием теории R-функций [5–8], т. е. структурная модель (GSS) процесса упруго-пластического деформирования конечных пространственных тел.

Структуры (GSS) или структурные формулы имеют вид функциональных соотношений, состоящих из элементарных функций или суперпозиции элементарных и специальных функций. При этом учитываются на аналитическом уровне граничные условия и геометрия области исследования задачи, кроме того, возможно учитывать имеющуюся априорную информацию о точном решении (если оно есть) и приблизиться к нему в метрике соответствующего функционального пространства.

Следует заметить, что с использованием подхода, основанного на теории R-функций, исследовано упруго-пластическое состояние таких полых тел вращения, находящихся под внутренней равномерно распределенной нагрузкой, как круговой цилиндр, круговой цилиндр с тороидальной выточкой, круговой усеченный конус [8]. Наличие ребер на внешней поверхности цилиндра (конуса) существенно влияет на их деформированное состояние.

5. Материалы и методы исследований

Математическая модель процесса исследования упруго-пластических деформаций описывается системой дифференциальных уравнений [16, 19, 20] следующего вида (1).

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \nabla^2 u_r + \left(\frac{E}{3(1-2\nu)} + \frac{1}{9} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \right) \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \frac{u_r}{r^2} + \\ & + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \right) \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) - \frac{2}{9} e \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \right) = 0, \\ & \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \nabla^2 u_z + \left(\frac{E}{3(1-2\nu)} + \frac{1}{9} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \right) \frac{\partial e}{\partial z} + \\ & + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \right) \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) - \frac{2}{9} e \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \right) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где отношение σ_i/ε_i характеризует диаграмму деформирования материала; E — модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона;

$$e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r}; \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2},$$

u_r, u_z — компоненты тензора перемещений.

Граничные условия записываются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \left(\frac{E}{3(1-2\nu)} + \frac{4}{9} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \right) \left(\frac{\partial u_r}{\partial n} l_1 + \frac{\partial u_z}{\partial n} l_2 \right) + \\ &+ \left(\frac{E}{3(1-2\nu)} - \frac{2}{9} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \right) \left(\frac{\partial u_z}{\partial \tau} l_1 - \frac{\partial u_r}{\partial \tau} l_2 + \frac{u_r}{r} \right) = f_1, \\ \tau_n &= \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(\frac{\partial u_r}{\partial n} l_2 - \frac{\partial u_z}{\partial n} l_1 + \frac{\partial u_r}{\partial \tau} l_1 + \frac{\partial u_z}{\partial \tau} l_2 \right) = f_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где l_1, l_2 — направляющие косинусы внешней нормали n ; f_1, f_2 — интенсивности нагрузок соответственно на внутренней и внешней граничных поверхностях элементов.

Соотношения (1), (2) являются нелинейными. Для их линеаризации использовался метод переменных параметров упругости [16, 19, 20], в соответствии с которыми приведенные модуль упругости E^* и коэффициент Пуассона ν^* , зависят от напряженно-деформированного состояния материала и определяются таким образом:

$$E^* = \frac{\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}{1 + \frac{1-2\nu}{3E} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}, \quad \nu^* = \frac{\frac{1-2\nu}{3E} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}{1 + \frac{1-2\nu}{3E} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}. \quad (3)$$

Параметры λ^*, μ^* есть функциями координат и определяются решением задачи предыдущего ($k-1$) приближения, исходя с принятых диаграмм деформирования:

$$\lambda^* = \lambda^{(k)} = \frac{E}{3(1-2\nu)} - \frac{2}{9} \frac{\sigma_i^{(k-1)}}{\varepsilon_i^{(k-1)}}; \quad \mu^* = \mu^{(k)} = \frac{1}{3} \frac{\sigma_i^{(k-1)}}{\varepsilon_i^{(k-1)}}. \quad (4)$$

В качестве начального (нулевого) приближения берутся параметры $E^* = E, \nu^* = \nu$ и на первой итерации решается задача теории упругости для изотропного тела.

На следующих итерациях рассматриваются линейные задачи для неоднородных упругих тел с параметрами λ^*, μ^* , обусловленными соотношениями (4). Основанием окончания итерационного процесса может служить стабилизация решения и параметров λ^*, μ^* на итерациях.

Приближенное решение линейной упругой задачи на k -той итерации представляется в соответствии с теорией R -функций [6–8] соотношениями (GSS):

$$\begin{aligned} u_r^{(k)} &= u_{r0}^{(k)} + \sum_{i=1}^n C_i^{(k)} u_{ri}^{(k)}, \\ u_z^{(k)} &= u_{z0}^{(k)} + \sum_{i=1}^n F_i^{(k)} u_{zi}^{(k)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где u_r, u_z — компоненты вектора перемещений;

$$\begin{aligned} u_{r0}^{(k)} &= \frac{1}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}} \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} f_1 + \frac{1}{\mu^{(k)}} \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} f_2; \\ u_{ri}^{(k)} &= \Phi_1 - \omega D_1 \Phi_1 - \frac{\lambda^{(k)}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}} \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\Phi_1}{r} + \\ &+ 2 \frac{\lambda^{(k)} + \mu^{(k)}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}} \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial z} T_1 \Phi_1 + \\ &+ \omega \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 - \frac{\lambda^{(k)}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}} \left(\frac{\partial \omega}{\partial r} \right)^2 \right] T_1 \Phi_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{z0}^{(k)} &= \frac{1}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}} \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} f_1 - \frac{1}{\mu^{(k)}} \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} f_2; \\ u_{zi}^{(k)} &= \Phi_2 - \omega D_1 \Phi_2 - \frac{\lambda^{(k)}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}} \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\Phi_1}{r} - \\ &- 2 \frac{\lambda^{(k)} + \mu^{(k)}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}} \omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial z} T_1 \Phi_2 + \\ &+ \omega \left[- \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 - \frac{\lambda^{(k)}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}} \left(\frac{\partial \omega}{\partial r} \right)^2 \right] T_2 \Phi_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где ω — уравнение границы области исследования; операторы:

$$T = \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r}, \quad D = \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z},$$

Φ_1, Φ_2 — неопределенные компоненты структурных формул (GSS) (6), которые представляются разложениями:

$$\Phi_1 = \sum_{i,j} C_{ij}^{(1)} \varphi_i(r) \varphi_j(z), \quad \Phi_2 = \sum_{i,j} C_{ij}^{(2)} \psi_i(r) \psi_j(z),$$

$\varphi_i(r), \varphi_j(z), \psi_i(r), \psi_j(z)$ — элементарные функции или функции с локальными носителями.

Коэффициенты разложений $C_{ij}^{(1)}, C_{ij}^{(2)}$ определяются с условия минимума, соответствующего данной краевой задаче (1), (2) функционала:

$$\begin{aligned} I(u_r^{(k)}, u_z^{(k)}) &= \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left\{ \lambda^{(k)} \left[\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} + \frac{u_r^{(k)}}{r} \right]^2 + \right. \\ &+ 2\mu^{(k)} \left(\left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r^{(k)}}{r} \right)^2 \right) + \\ &\left. + \mu^{(k)} \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right)^2 \right\} r dr dz - \int_{\partial \Omega} (f_1 u_r^{(k)} - f_2 u_z^{(k)}) r dr. \end{aligned} \quad (7)$$

Следует заметить, что соотношение (7) структурной модели упругопластического деформирования тел неклассической формы и имеет общий вид, позволяет за счет выбора функции $\omega(x)$ описать границу области и исследовать напряженно-деформированное состояние различных конструктивных элементов произвольной геометрической формы [5].

Алгоритм решения предполагает такие основные моменты исследования задачи:

- ввод физических характеристик и геометрических параметров исследуемой задачи;
- описание геометрии изучаемой области и ее границы;
- представление аналитического решения задачи (1), (2) в виде (6);
- определение неизвестных коэффициентов $C_{ij}^{(1)}, C_{ij}^{(2)}$ с условий минимума функционала (7) на каждом шаге итерационного процесса;
- определение напряженно-деформированного состояния, зон пластичности, анализ полученных результатов, прогнозирование и оптимизация параметров конструктивных элементов.

6. Результаты исследований

На основе структурной модели (GSS) в условиях эксплуатации программного комплекса ПОЛЕ [10] разработана компьютерная модель исследования упругопластических деформаций в объектах сложной геометрической формы, которые находятся под произвольным характером нагружения. Компьютерная модель позволила провести широкий вычислительный эксперимент и определить зоны пластичности и оптимальные параметры работы пространственных тел конечной длины, подкрепленных ребрами.

Вычислительный эксперимент проводился при условии равенства масс цилиндрических (конических) тел с различным количеством ребер при определенных значениях величин геометрических параметров высоты элемента — h , высоты ребра — h_1 , внутреннего радиуса — r_1 , радиуса параметра ребра — r_2 , внешнего радиуса элемента — r_3 . Значения нагрузки P выбирались зависящими от величины предела текучести σ_T .

Расчеты производились для материала сталь 40X в отожженном состоянии.

Оценка зоны пластических деформаций в сечении элемента осуществлялась на основе неравенства $\epsilon_i - \epsilon_T \geq 0$.

Стабилизация численных результатов для напряжений σ_θ при численной реализации происходила на 3–5 итерации.

Анализ численных результатов для напряжений σ_θ/σ_T показал, что в цилиндрической толстостенной конструкции зона пластической деформации на внутренней поверхности начинается при значении нагрузки, которое равно $P = 0,75\sigma_T$; с возрастанием нагрузки P эта зона увеличивается и охватывает в центральном сечении диапазон $0,36 \leq r/r_3 \leq 0,55$.

Наличие центрального ребра на цилиндрической поверхности приводит к тому, что в центральном сечении напряжений σ_θ/σ_T пластические деформации начинают появляться при нагрузке $P = 0,25\sigma_T$ (рис. 1, а).

Торцевые ребра в сечении $z = 0$ вызывают пластические деформации при нагрузке $P = 0,75\sigma_T$. Зона этих деформаций здесь значительно больше, чем при наличии центрального ребра (рис. 1, б).

Изменение нагрузки в цилиндрическом элементе с двумя торцевыми и одним центральным ребром, показало, что пластические деформации наблюдаются в сечении $z = 0$ при $P = 0,4\sigma_T$, а на торце $z = h$ при $P = 0,25\sigma_T$ (рис. 1, в).

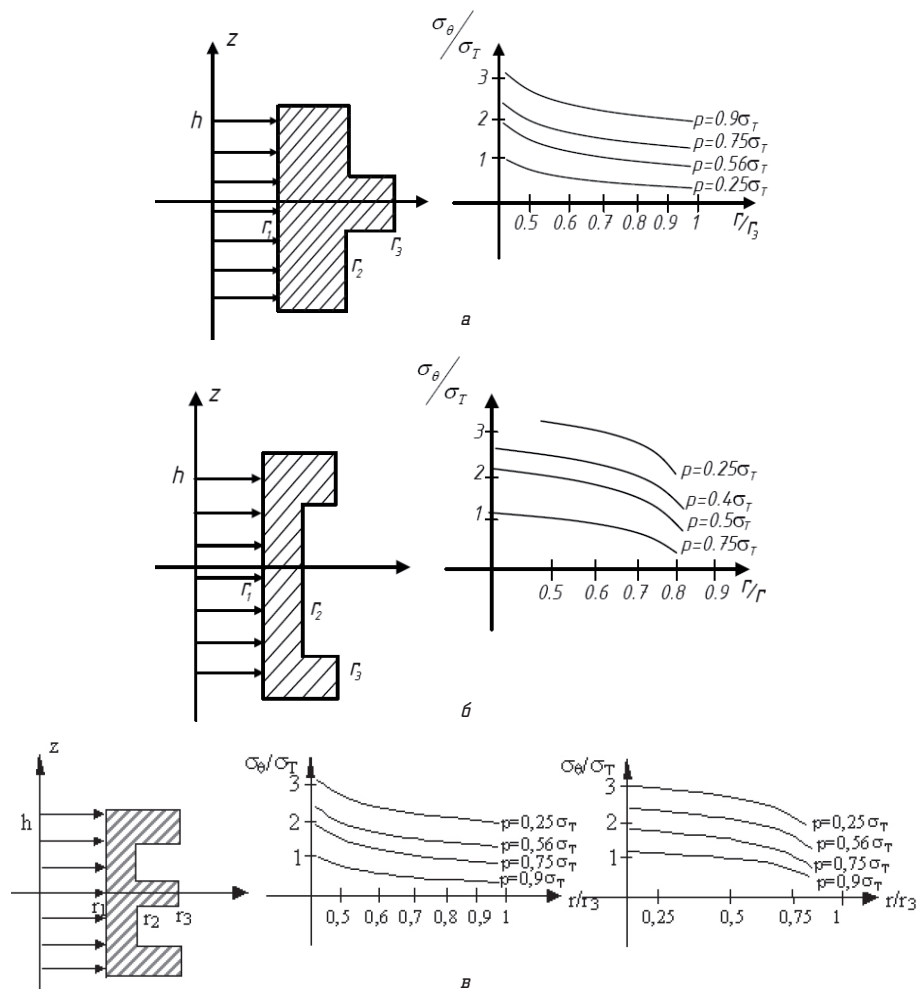


Рис. 1. Распределение напряжений σ_θ/σ_T в цилиндрическом элементе: а — с одним ребром на внешней поверхности элемента; б — с двумя ребрами на внешней поверхности элемента; в — с тремя ребрами на внешней поверхности элемента

В табл. 1 приведены значения напряжений σ_θ/σ_T в зависимости от высоты элемента z/h и радиуса ребра r_2 для соответствующих нагрузок.

Таблица 1

Значения напряжений σ_θ/σ_T в цилиндрическом элементе

Тип ребренного цилиндрического элемента	z/h	σ_θ/σ_T			
		$r_2/r_3 = 0,5$	$r_2/r_3 = 0,6$	$r_2/r_3 = 0,7$	$r_2/r_3 = 0,8$
с одним ребром жесткости, $P = 0,25\sigma_\theta$	0,2	0,9976	0,4658	0,2897	0,1445
	0,4	0,8754	0,4347	0,2691	0,1325
	0,6	0,5743	0,4089	0,2349	0,1298
	0,8	0,3126	0,3864	0,2099	0,1169
с двумя ребрами жесткости, $P = 0,75\sigma_\theta$	0,2	0,9765	0,4326	0,2654	0,1339
	0,4	0,8142	0,4002	0,2311	0,1287
	0,6	0,5401	0,3875	0,2043	0,1104
	0,8	0,2978	0,3368	0,1875	0,0987
с тремя ребрами жесткости, $P = 0,9\sigma_\theta$	0,2	0,9345	0,4123	0,2439	0,1247
	0,4	0,7868	0,3749	0,2106	0,1132
	0,6	0,5267	0,3467	0,1654	0,0945
	0,8	0,2548	0,3015	0,1309	0,0814

Следует заметить, что при выполнении вычислительного эксперимента изменялись параметры ребер h_1 , r_2 , т. е. высота и радиус. Рассматривались предельные случаи, когда $h_1 \rightarrow h$ (высота цилиндрического или конического тела) и $r_2 \rightarrow r_3$ (нагрузка P) оставалась постоянной. Это позволило аппроксимировать данные [21] и определить соответствующие аналитические зависимости высоты элемента h от величины r_2 (рис. 2), т. е. прогнозировать по этим зависимостям геометрические значения и нагрузки, например, для цилиндрического тела, нагруженного одним ребром (табл. 2). Аналогичные функциональные соотношения можно получить и для других случаев.

Таблица 2

Зависимость высоты тела от значений радиуса при нагрузке $P = 0,25\sigma_0$ для оребренного цилиндра с одним ребром жесткости

r	Функциональные соотношения
$r_2/r_3 = 0,5$	$y = 0,0364x^3 - 0,3077x^2 + 0,5464x + 0,7226$
$r_2/r_3 = 0,6$	$y = -0,0003x^3 + 0,0046x^2 - 0,427x + 0,5042$
$r_2/r_3 = 0,7$	$y = 0,0038x^3 - 0,0296x^2 + 0,0414x + 0,2739$
$r_2/r_3 = 0,8$	$y = -0,0032x^3 + 0,0242x^2 + 0,0617x + 0,1853$

Рис. 2 дает представление о характере зависимости высоты тела и радиуса ребра для оребренного цилиндра с одним ребром жесткости.

На рис. 3 представлены графики распределения напряжений σ_θ/σ_T для конического тела с одним центральным, двумя торцевыми и двумя торцевыми и одним центральным ребрами при различных нагрузках.

Результаты сравнения напряженно-деформированного состояния оребренных цилиндрических и конических элементов, позволили сделать следующие выводы:

- в коническом теле с одним ребром кривые напряжения σ_θ имеют качественное совпадение с аналогичными для цилиндра с одним ребром, эти напряжения ниже (рис. 3, а);
- два ребра в коническом элементе показывают упругоэластическое деформирование при нагрузке $P = 0,75 \cdot \sigma_T$ и качественно отличаются от напряженно-деформированного состояния цилиндра с двумя торцевыми ребрами (рис. 3, б);
- упругоэластическое деформирование для конуса с тремя ребрами на внутренней поверхности проявляется при нагрузке $P = 0,75 \cdot \sigma_T$ (рис. 3, в).

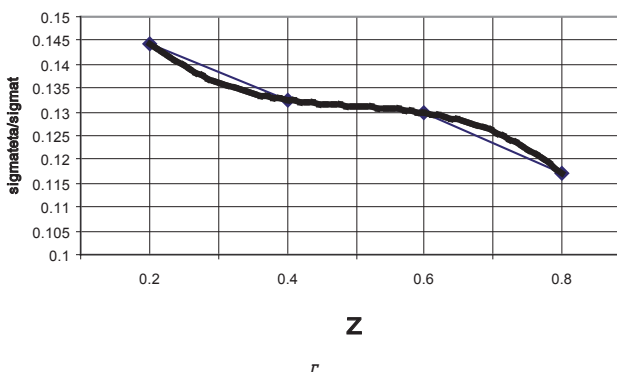
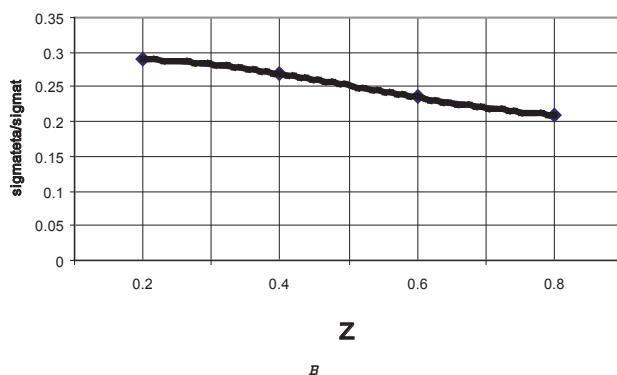
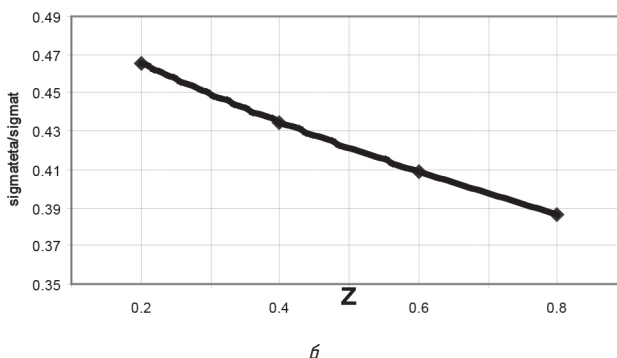
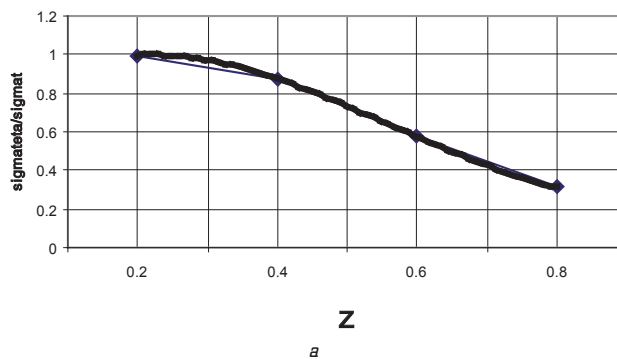


Рис. 2. Графики зависимости от высоты элемента z/h и радиуса ребра r_2 : а – для $r_2/r_3 = 0,5$; б – для $r_2/r_3 = 0,6$; в – для $r_2/r_3 = 0,7$; г – для $r_2/r_3 = 0,8$

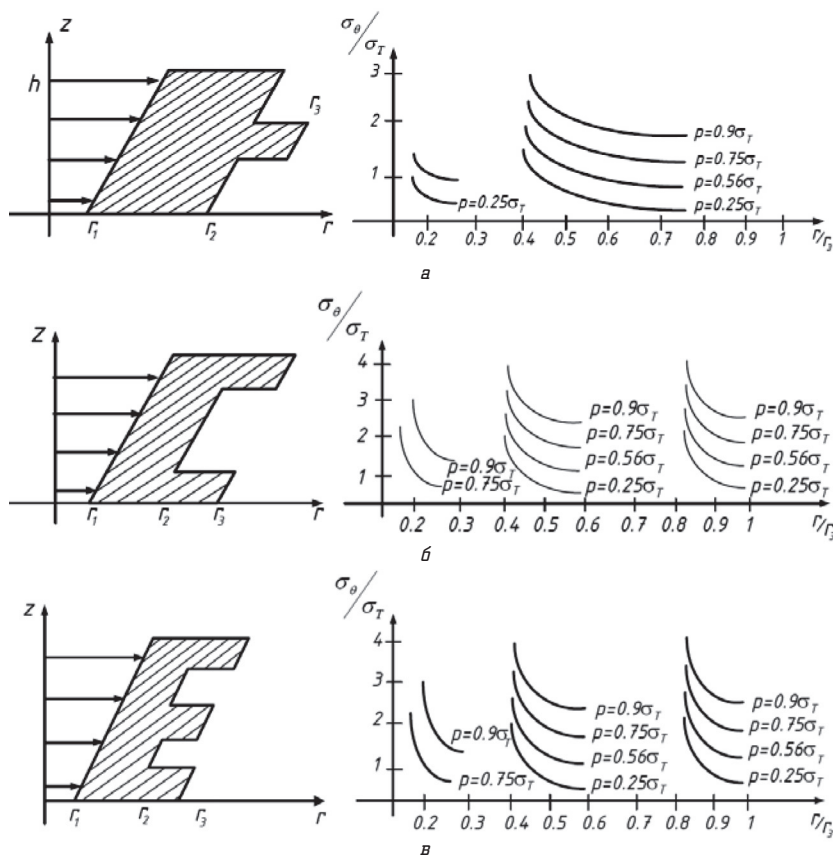


Рис. 3. Распределение напряжений σ_{θ}/σ_T в коническом элементе: а — с одним ребром на внешней поверхности элемента; б — с двумя ребрами на внешней поверхности элемента; в — с двумя торцевыми и одним центральным ребрами на внешней поверхности элемента

7. SWOT-анализ результатов исследований

Сильной стороной исследования является возможность использования единого аналитического выражения в виде структурной модели (GSS) к широкому классу задач в исследовании упругопластического деформирования. Кроме того, изменение геометрических и физических параметров не усложнит алгоритм. Возможно также проведение в рамках программного комплекса ПОЛЕ исследования напряженного состояния элементов произвольной формы, для чего достаточно заменить в GSS выражения, которые описывают геометрию исследуемого объекта.

Несмотря на возможность применения различных численных и численно-аналитических методов универсального назначения, а на их платформе программных продуктов, желательно иметь специализированный программный пакет для исследования упругопластических деформаций в произвольной области. Это приведет к повышению скорости работы специализированного пакета с соответствующим доступным интерфейсом и возможностью использования его специалистами, недостаточно подготовленными в области механики деформированного твердого тела и вычислительной математике.

В перспективе желательно развитие теории R -функций для новых классов задач, в частности, термовязкопластичности и их компьютерная реализация.

Угрозой для проведенного исследования является получение недостоверных результатов для практически важных задач, которые могут привести к негативным последствиям

в эксплуатации объектов. Это связано с необходимостью рассмотрения вопросов сходимости решений, определения априорных и апостериорных оценок, сравнения результатов с имеющимися в литературе или полученными другими методами и подходами.

8. Выводы

Изучение физических процессов, происходящих при работе тех или иных конструктивных элементов производственной сферы, предполагает построение модели, а на ее основе — основных математических соотношений, которые дают возможность оценить на стадии теоретических проработок работоспособность, надежность и устойчивость работы элементов и приборов.

1. На основе теории R -функций созданы структурная и компьютерная модели исследования напряженно-деформированного состояния элементов, подкрепленных ребрами. Проведен вычислительный эксперимент и определены оптимальные параметры эксплуатации элементов с ребрами в конструкциях технологической оснастки.

2. Анализ численных результатов позволил сделать выводы о зонах пластичности в цилиндрических

и конических элементах конструкции в зависимости от наличия центрального ребра, торцевых ребер, двух торцевых и одного центрального ребра.

3. Определены геометрические параметры ребер, высоты цилиндрических и конических элементов, оптимальные нагрузки на элементы и характеристики зон пластичности и деформации.

Подобный подход может быть использован для исследования и оптимизации характеристик конструктивных элементов сложной геометрической формы и для других физических характеристик.

Благодарность

21 октября 2016 года исполнилось бы 90 лет со дня рождения академика В. Л. Рвачева.

Автор статьи имел большую честь учиться и работать под его руководством.

С любовью, огромной благодарностью и признательностью автор посвящает эту работу академику Владимиру Логвиновичу Рвачеву.

Литература

- Gladman, B. LS-DYNA User's Manual. Version 971 [Text] / B. Gladman. — Livermore (California): LSTC, 2007. — Vol. 1. — 2206 p.
- Sultanov, L. The Algorithm of Solving the Problem of Large Elastic-Plastic Deformation by FEM [Text] / L. Sultanov, R. Davydov // Applied Mechanics and Materials. — 2015. — Vol. 725–726. — P. 875–880. doi:10.4028/www.scientific.net/amm.725-726.875

3. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике [Текст] / О. Зенкевич. — М.: Мир, 1975. — 349 с.
4. Сахаров, А. С. Метод конечных элементов в механике твердых тел [Текст] / под ред. А. С. Сахарова, И. Альтенбаха. — Киев: Вища школа; Лейпциг: Фаб Фахбухферлаг, 1982. — 420 с.
5. Рвачев, В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения [Текст] / В. Л. Рвачев. — Киев: Наукова думка, 1982. — 552 с.
6. Rvachev, V. L. R-Functions in Boundary Value Problems in Mechanics [Text] / V. L. Rvachev, T. I. Sheiko // Applied Mechanics Reviews. — 1995. — Vol. 48, № 4. — P. 151–188. doi:10.1115/1.3005099
7. Rvachev, V. L. On completeness of RFM solution structures [Text] / V. L. Rvachev, T. I. Sheiko, V. Shapiro, I. Tsukanov // Computational Mechanics. — 2000. — Vol. 25, № 2–3. — P. 305–317. doi:10.1007/s004660050479
8. Рвачев, В. Л. Метод R-функций в задачах теории упругости и пластичности [Текст] / В. Л. Рвачев, Н. С. Синекон. — Киев: Наукова думка, 1990. — 216 с.
9. Sizova, N. D. A Combined Use of the Finite Difference Method and Method of Integral Transformations for Solution of a Parabolic Multidimensional Initial Boundary – Value Problem [Text] / N. D. Sizova, M. A. Basarab // Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine. — 1999. — № 4. — P. 11–15.
10. Рвачев, В. Л. Программно-ориентированные языки и системы для инженерных расчетов [Текст] / В. Л. Рвачев, А. Н. Шевченко. — Киев: Техника, 1988. — 197 с.
11. Benisa, M. Computer – aided modeling of the rubber-pad forming process [Text] / M. Benisa, B. Babic, A. Grbovic, Z. Stefanovic // Materials and Technology. — 2012. — Vol. 46, № 5. — P. 503–510.
12. Sherief, H. H. Generalized thermoelasticity problem for a plate subjected to moving heat sources on both sides [Text] / H. H. Sherief, M. N. Anwar // Journal of Thermal Stresses. — 1992. — Vol. 15, № 4. — P. 489–505. doi:10.1080/01495739208946152
13. Kozin, O. Analysis of stress-strain state of the spherical shallow shell with inclusion [Text] / O. Kozin, O. Parkovskaya // Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. Pratsi. — 2016. — № 1(48). — P. 30–40. doi:10.15276/orp.148.2016.05
14. Богоявленский, К. Н. Штамповка полых деталей эластичной жидкостью [Текст] / К. Н. Богоявленский, Е. И. Сороков // Изготовление деталей пластическим деформированием. — Л.: Машиностроение, 1975. — С. 332–354.
15. Сизова, Н. Д. Оценка напряженно-деформированного состояния цилиндрических и конических элементов, подкрепленных ребрами жесткости [Текст] / Н. Д. Сизова // ScienceRise. — 2016. — № 6/2(23). — С. 58–65. doi:10.15587/2313-8416.2016.72566
16. Hardt, R. Elastic plastic deformation [Text] / R. Hardt, D. Kinderlehrer // Applied Mathematics & Optimization. — 1983. — Vol. 10, № 1. — P. 203–246. doi:10.1007/bf01448387
17. Markus, P. Grundlehrer zu tehrmoelastischen Spannungsanalisen [Text] / P. Markus, G. Biermann // VDI – Forschungsh. — 1989. — № 651. — P. 1–52.
18. Jankowska, M. A. On the application of the method of fundamental solutions for the study of the stress state of a plate subjected to elastic-plastic deformation [Text] / M. A. Jankowska, J. A. Kolodziej // International Journal of Solids and Structures. — 2015. — Vol. 67–68. — P. 139–150. doi:10.1016/j.ijsolstr.2015.04.015
19. Писаренко, Г. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести [Текст] / Г. С. Писаренко, Н. С. Можаровский. — Киев: Наукова думка, 1981. — 495 с.
20. Ильюшин, А. А. Упругопластические деформации полых цилиндров [Текст] / А. А. Ильюшин, П. М. Огибалов. — М.: Московский университет, 1960. — 277 с.
21. Калиткин, Н. Н. Численные методы [Текст] / Н. Н. Калиткин. — СПб.: БВХ-Петербург, 2011. — 586 с.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ОРЕБРЕНИХ ТІЛ КІНЦЕВИХ РОЗМІРІВ

Приводяться результати дослідження пружно-пластичних деформацій просторових елементів неklasичної геометричної форми. Розглядаються пружно-пластичні деформації, що описуються системою нелінійних рівнянь, для лінеаризації яких застосовується метод змінних параметрів пружності. Наближене рішення лінеаризованої пружної задачі на кожній ітерації будується з використанням теорії R-функцій. Представлено чисельні результати для оребрених циліндричних і конічних тіл.

Ключові слова: пружно-пластичне деформування, нелінійні рівняння, лінеаризація, R-функції, структурні моделі, обчислювальний експеримент.

Сизова Наталія Дмитрівна, доктор фізико-математических наук, професор, кафедра економічної кібернетики та інформаційних технологій, Харківський національний університет будівництва та архітектури, Україна, e-mail: sizova@ukr.net.

Сізова Наталія Дмитрівна, доктор фізико-математических наук, професор, кафедра економічної кібернетики та інформаційних технологій, Харківський національний університет будівництва та архітектури, Україна.

Sizova Natalia, Kharkiv National University of Construction and Architecture, Ukraine, e-mail: sizova@ukr.net

УДК 004.891:616-072.8(045)

DOI: 10.15587/2312-8372.2016.74649

**Кузовик В. Д.,
Гордєєв А. Д.**

СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ БІОРИТМІВ КОРИ ГОЛОВНОГО МОЗКУ

Представлено статистичний підхід до оцінювання параметрів інформаційно-енергетичного поля кори головного мозку людини на основі обробки стаціонарного та перехідних процесів біопотенціалів кори головного мозку людини з врахуванням психологічної характеристики операторів екстремальних видів діяльності. Представлений підхід включає в себе застосування робастних методів аналізу даних та імітаційного моделювання за методом Монте-Карло.

Ключові слова: робастний метод, Монте-Карло, електроенцефалограф, викликані потенціали, експертна система.

1. Вступ

В сучасному світі є потреба якісного і швидкого оцінювання психофізіологічного стану (ПФС) здоров'я

операторів екстремальних видів діяльності (ОЕВД), наприклад, льотчиків, полярників, спортсменів, водіїв та інші. Країнами світу витрачаються значні зусилля та кошти для якісного професійного відбору ОЕВД [1],