



Рачкевич Р. В.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ МЕХАНИКИ СТЕРЖНЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НАСОСНО-КОМПРЕССОРНОЙ КОЛОННЫ

Розроблено метод аналізу напружено-деформованого стану колони насосно-компресорних труб, що знаходиться в просторово викривленому локальному перегині осі свердловини. Встановлено, що в таких ділянках свердловини істотно збільшується величина напружень згину, а зміна осевого зусилля, викликана зворотно-поступальним рухом штангової підвіски, може ініціювати виникнення циклічних згинальних моментів у насосно-компресорних трубах.

Ключові слова: напружено-деформований стан, насосно-компресорна колона, локальний перегин осі свердловини.

1. Введение

На сегодняшний день существует три принципиально разных способа добычи углеводородов из продуктивного пласта. Первый — фонтанный. Этот способ наиболее часто используется при разработке новых месторождений, когда пластовое давление залежи больше давления на устье скважины. Таким образом, добываемая смесь самостоятельно поднимается на поверхность без каких-либо дополнительных затрат энергии.

Второй способ — компрессорный или газлифтный. В данном случае в скважину компрессором закачивают газ, который смешивается с нефтью. Следовательно, плотность нефти снижается, забойное давление становится ниже пластового, что вызывает движение жидкости к поверхности земли. Иногда вместо газа используют воздух. Одним из недостатков данного метода является повышенная коррозия соединительных трубопроводов.

И, на конец, третий способ — насосный. При этом способе эксплуатации на определенную глубину спускают насосы, которые приводятся в действие за счет энергии передаваемой извне. Наиболее часто используют либо электроцентробежные либо штанговые насосы. Последние приводятся в движение при помощи возвратно-поступательного движения колонны насосных штанг. Сегодня количество скважин, эксплуатируемых глубинно-насосным способом, составляет примерно две трети от их общего фонда.

Наряду с преимуществами, среди которых, например, возможность добычи углеводородов с малодобитных скважин, третий способ имеет и ряд недостатков, основным из которых является чрезвычайно тяжелые условия эксплуатации насосно-компрессорных труб (НКТ). Поэтому проблема анализа напряженно-деформированного состояния последних является весьма актуальной.

2. Объект исследования и его технологический аудит

Объект исследования — колонна насосно-компрессорных труб.

Основной функцией колонны насосно-компрессорных труб, которая составляется из НКТ путем их последовательного свинчивания, является транспортировка углеводородов из продуктивного пласта. Ее верхний конец подвешивается на фонтанной арматуре, а к нижнему могут быть прикреплены погружные насосы, в частности штанговые.

Условия работы насосно-компрессорной колонны могут существенно отличаться в зависимости от профиля и плана эксплуатируемой скважины. Часто наличие наклонных и криволинейных участков ствола обуславливает возникновение в поперечном сечении НКТ нормальных напряжений изгиба, достигающих критических величин. Особенно следует отметить так называемые локальные перегибы оси скважины, где происходит резкое изменение зенитного и азимутального углов на относительно небольшом участке ее длины. Такие места ствола особенно опасны с точки зрения возникающих напряжений изгиба.

Зачастую результатом эксплуатации в таких условиях может быть нарушение работы или даже разрушение насосно-компрессорной колонны, с последующей остановкой технологического процесса добычи нефти и газа, влекущей за собой существенные временные и финансовые потери.

Для предотвращения такого рода аварий необходимо, среди всего прочего, производить аудит напряженно-деформированного состояния НКТ с последующим сопоставлением эксплуатационных напряжений с критическими величинами и принятия решения о возможности или длительности эксплуатации в заданных условиях.

3. Цель и задачи исследования

Целью исследования является разработка математической модели для анализа напряженно-деформированного состояния участка колонны насосно-компрессорных труб в пространственно искривленном стволе скважины.

При этом модель должна обеспечивать:

— учет возможности отклонения оси колонны НКТ от оси скважины;

- расчет для скважины с произвольной пространственной ориентацией оси;
- учет реакций, которые могут возникнуть в точке контакта насосно-компрессорной колонны со стенкой скважины;
- адекватный учет влияния весовых характеристик колонны НКТ и внешних усилий на деформацию ее упругой оси.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) используя положения механики стержней подобрать метод расчета удовлетворяющий поставленной цели;
- 2) разработать алгоритм решения уравнений равновесия упругой оси насосно-компрессорной колонны;
- 3) опираясь на инклинометрические и геометрические показатели скважины и НКТ разработать граничные условия их взаимодействия;
- 4) провести анализ полученных зависимостей и результатов.

4. Анализ литературных данных

Обзор научных публикаций, касающихся данной проблематики, приведен, например, в работе [1]. Авторами отмечено ряд трудов по аналитическому моделированию продольных и поперечных колебаний колонн НКТ, указано на результаты исследований их пространственной деформации под влиянием растягивающих усилий и скручивающего момента в вертикальном прямолинейном стволе скважины.

В этой же публикации проанализировано напряженно-деформированное состояние участка насосно-компрессорной колонны в криволинейном стволе скважины при изменении только зенитного угла. В качестве математической модели использована весома балка на двух шарнирных опорах, нагруженная осевой и поперечными силами. Как видим, для расчета выбрана довольно упрощенная математическая модель.

С другой стороны, существуют методы, например для бурильных колонн, позволяющие решать задачу изгиба трубных конструкций в постановке, более точно отвечающей реальным условиям эксплуатации НКТ. Например, в работе [2] предложены приемы аналитического моделирования устойчивости длинных вертикальных колонн, учитывая их весовые и инерционные характеристики, а также влияние потока жидкости во внутритрубном пространстве. Впрочем, ограничивающее влияние стенок скважины не учтено. Авторами [3–8] представлены результаты исследования устойчивости стержней, прогиб которых ограничен цилиндрической полостью с прямолинейной осью. Для аналитического описания прогиба таких стержней выбрано синусоидальную кривую и винтовую спираль с постоянным или переменным шагом. Рассмотрены как статические, так и динамические постановки задачи. В работе [9] изложены методы теоретического исследования изгиба длинных бурильных колонн уже в криволинейной скважине. При этом авторами сделано предположение, что оси колонны и скважины совпадают, что имеет место далеко не во всех случаях.

Как видим, решение задач, поставленных в данной работе, нацелено на усовершенствование методов расчета, касающихся именно криволинейных участков скважины.

5. Материалы и методы исследований

Мощным инструментом достижения поставленной в работе цели являются положения механики стержней [10], для которых система векторных дифференциальных уравнений равновесия записывается в виде:

$$\frac{d\vec{Q}}{d\varepsilon} + \vec{\chi} \times \vec{Q} + \vec{P} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{M}}{d\varepsilon} + \vec{\chi} \times \vec{M} + \vec{e}_1 \times \vec{Q} + \vec{T} = 0, \quad (2)$$

$$\vec{M} = A(\vec{\chi} - \vec{\chi}_0^{(1)}), \quad (3)$$

$$L \frac{d\vec{\vartheta}}{d\varepsilon} + L_2 \vec{\chi}_0^{(1)} - A^{-1} \vec{M} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\vec{u}}{d\varepsilon} + \vec{\chi} \times \vec{u} + (l_{11} - 1)\vec{e}_1 + l_{21}\vec{e}_2 + l_{31}\vec{e}_3 = 0, \quad (5)$$

где Q и M — векторы внутренних сил и моментов; ε — безразмерная криволинейная координата; P, T — векторы внешних сил и моментов; $\chi, \chi_0^{(1)}$ — вектор текущей и начальной кривизны стержня; e_1, e_2, e_3 — единичные векторы подвижной системы координат (подвижной системы координат, направление осей которой совпадает с направлением главных осей инерции поперечного сечения стержня); A — матрица жесткостей стержня; L, L_2 — матрицы перехода между векторными базами; ϑ — вектор угла поворота подвижной системы координат относительно исходного положения; u — вектор перемещения; l_{11}, l_{21}, l_{31} — элементы матрицы L .

В свою очередь, векторы P и T определяются из формул:

$$\vec{P} = \vec{q} + \sum_{i=1}^n \vec{P}^{(i)} \delta(\varepsilon - \varepsilon_i),$$

$$\vec{T} = \vec{\mu} + \sum_{v=1}^p \vec{T}^{(v)} \delta(\varepsilon - \varepsilon_v),$$

где q — вектор распределенной силы; $P^{(i)}$ — вектор сосредоточенной силы; μ — вектор распределенного момента; $T^{(v)}$ — вектор сосредоточенного момента; $\varepsilon_i, \varepsilon_v$ — криволинейные координаты приложения соответствующих векторов.

Для дальнейшего исследования напряженно-деформированного состояния гибкого стержня следует ввести две системы координат: неподвижную (локальную) ортогональную систему координат $Ox_1x_2x_3$, относительно которой определяется его положение и подвижную ортогональную систему координат $Oe_1e_2e_3$, жестко связанную с осью стержня [10]. Учитывая рекомендации [10], решение системы (1)–(5) будем проводить при помощи проектирования ее на подвижные оси.

Дополнительно введем глобальную систему координат $OXYZ$, в отношении которой рассматривается положение оси скважины, и которая задана дискретно с помощью инклинометрических исследований в виде набора OX точек с координатами (X'_i, Y'_i, Z'_i) . При этом вдоль оси OX откладывается абсолютная глубина X'_i , вдоль OY — отклонение в направлении «Север-Юг» Y'_i , вдоль OZ — отклонение в направлении «Восток-Запад» Z'_i .

Следовательно, в качестве математической модели участка колонны насосно-компрессорных труб используем весомый гибкий стержень, изображенный на рис. 1.

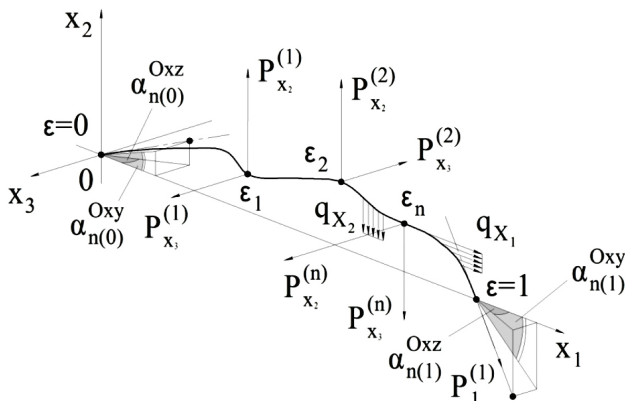


Рис. 1. Модель участка колонны насосно-компрессорных труб в криволинейной части ствола скважины

Начало $\epsilon = 0$ и конец $\epsilon = 1$ стержня примем жестко заземленными. Пусть в этих точках касательные к осям скважины и насосно-компрессорной колонны совпадают. При этом углы между проекциями указанных касательных на плоскости Ox_1x_3 и Ox_1x_2 и осью x_1 будут соответственно равны $\alpha_{n(0)}^{Oxz}$, $\alpha_{n(0)}^{Oxy}$ и $\alpha_{n(1)}^{Oxz}$, $\alpha_{n(1)}^{Oxy}$ (рис. 1). Отметим, что конец стержня $\epsilon = 1$ имеет возможность перемещаться вдоль оси Ox_1 .

Реакции между стенками скважины и колонной насосно-компрессорных труб смоделируем с помощью сосредоточенных сил $P_{x_2}^{(i)}$ и $P_{x_3}^{(i)}$. Эти усилия параллельны соответственно осям Ox_2 и Ox_3 неподвижной системы координат (рис. 1). Их проекции на оси подвижной системы координат будут выглядеть [10]:

$$P_1^{(i)} = l_{12} \sum_{i=1}^n P_{x_2}^{(i)} + l_{13} \sum_{i=1}^n P_{x_3}^{(i)},$$

$$P_2^{(i)} = l_{22} \sum_{i=1}^n P_{x_2}^{(i)} + l_{23} \sum_{i=1}^n P_{x_3}^{(i)},$$

$$P_3^{(i)} = l_{32} \sum_{i=1}^n P_{x_2}^{(i)} + l_{33} \sum_{i=1}^n P_{x_3}^{(i)}.$$

Величины l_{12} , l_{13} , l_{22} , l_{23} , l_{32} и l_{33} являются компонентами матрицы L [10].

Следящая сосредоточена сила $P_1^{(1)}$ отражает нагрузки растяжения от колонны НКТ, находящейся ниже сечения $\epsilon = 1$ и периодической силы растяжения от столба жидкости над плунжером глубинного насоса.

Вес единицы длины насосно-компрессорной колонны разложим на две компоненты: параллельную оси $Ox_1 - q_{x1}$ и параллельную оси $Ox_2 - q_{x2}$. Эти компоненты соответственно равны:

$$q_{x1} = q_c \cos \alpha_q, \tag{6}$$

$$q_{x2} = q_c \sin \alpha_q, \tag{7}$$

где q_c — безразмерный приведенный вес единицы длины колонны НКТ в жидкости; α_q — зенитный угол скважины в месте, для которого производится расчет.

Предполагаем, что для всех положений локальной системы координат $Ox_1x_2x_3$ относительно глобальной величина q_{x3} будет равна нулю.

Поэтому проекции вектора распределенной силы на оси подвижной системы координат будут иметь вид:

$$q_1 = q_{x1}l_{11} + q_{x2}l_{12},$$

$$q_2 = q_{x1}l_{21} + q_{x2}l_{22},$$

$$q_3 = q_{x1}l_{31} + q_{x2}l_{32},$$

где l_{12} , l_{22} , та l_{32} — компоненты матрицы L перехода между векторными базами [10].

Возможным влиянием каких-либо внешних сосредоточенных или распределенных моментов на колонну насосно-компрессорных труб пренебрежем, поэтому:

$$\vec{T} = 0, \vec{\mu} = 0.$$

Стоит отметить, что все силы и моменты принимаются безразмерными.

Решение (1)–(5) производится с использованием следующей системы краевых условий:

$$u_1(0) = 0, u_2(0) = 0, u_3(0) = 0, \tag{8}$$

$$\vartheta_1(0) = 0, \vartheta_2(0) = -\alpha_{n(0)}^{Oxz}, \vartheta_3(0) = \alpha_{n(0)}^{Oxy}, \tag{9}$$

$$Q_1(1) = P_1^{(1)}, u_2(1) = 0, u_3(1) = 0, \tag{10}$$

$$\vartheta_1(1) = 0, \vartheta_2(1) = -\alpha_{n(1)}^{Oxz}, \vartheta_3(1) = \alpha_{n(1)}^{Oxy}, \tag{11}$$

где $u_i(\epsilon)$, $Q_i(\epsilon)$, $M_i(\epsilon)$ — проекции вектора перемещения, перерезывающей силы и изгибающего момента на оси подвижной системы координат; $i = 1, 2, 3$.

Для оценки отклонения упругой оси гибкого стержня от оси скважины, запишем проекции вектора перемещения на неподвижную систему координат:

$$u_{x_1}(\epsilon) = l_{11}u_1(\epsilon) + l_{21}u_2(\epsilon) + l_{31}u_3(\epsilon),$$

$$u_{x_2}(\epsilon) = l_{12}u_1(\epsilon) + l_{22}u_2(\epsilon) + l_{32}u_3(\epsilon),$$

$$u_{x_3}(\epsilon) = l_{13}u_1(\epsilon) + l_{23}u_2(\epsilon) + l_{33}u_3(\epsilon).$$

В зависимости от местонахождения участка насосно-компрессорной колонны, подлежащей анализу, положение начала локальной системы координат и направление ее осей будут меняться относительно глобальной системы координат. Впрочем, осуществлять перерасчет координат точек с глобальной к локальной системе можно по следующим формулам [11]:

$$x_1 = t_{11}(X - X_1) + t_{21}(Y - Y_1) + t_{31}(Z - Z_1), \tag{12}$$

$$x_2 = t_{12}(X - X_1) + t_{22}(Y - Y_1) + t_{32}(Z - Z_1), \tag{13}$$

$$x_3 = t_{13}(X - X_1) + t_{23}(Y - Y_1) + t_{33}(Z - Z_1), \tag{14}$$

где t_{ij} — направляющие косинусы осей $Ox_1x_2x_3$ по отношению к осям $OXYZ$; $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$; X_1, Y_1, Z_1 — координаты начала локальной системы.

Поэтому в дальнейшем будем считать, что координаты любой точки в $Ox_1x_2x_3$ получены с помощью формул (12)–(14).

Согласно (8)–(11), в начальной и конечной точке направление касательной к упругой оси гибкого стержня задается углами $\alpha^{Oxz}_{n(0)}$, $\alpha^{Oxy}_{n(0)}$, $\alpha^{Oxz}_{n(1)}$ та $\alpha^{Oxy}_{n(1)}$. Определим их.

Пусть в *локальной* системе координат заданы координаты трех последовательных точек $(x_{1(f-1)}, x_{2(f-1)}, x_{3(f-1)})$, $(x_{1(f)}, x_{2(f)}, x_{3(f)})$ и $(x_{1(f+1)}, x_{2(f+1)}, x_{3(f+1)})$ (рис. 2).

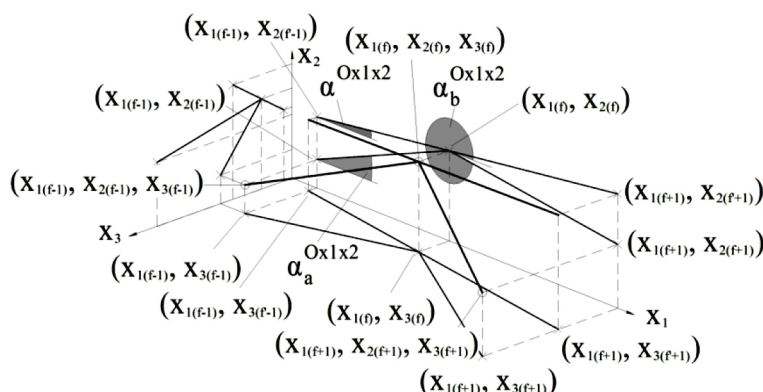


Рис. 2. Модель участка дискретно заданной оси скважины для определения углов наклона проекций касательной к ней в заданной точке инклинометрии

Пренебрегая подробным описанием необходимых аналитико-геометрических преобразований, можем записать формулы для определения следующих углов в плоскости Ox_1x_2 (рис. 2):

$$a^{Ox_1x_2} = \frac{a_a^{Ox_1x_2} + a_b^{Ox_1x_2}}{2}, \tag{15}$$

где:

$$a_a^{Ox_1x_2} = \arctg\left(\frac{x_{2(f)} - x_{2(f-1)}}{x_{1(f)} - x_{1(f-1)}}\right),$$

$$a_b^{Ox_1x_2} = \arctg\left(\frac{x_{2(f+1)} - x_{2(f)}}{x_{1(f+1)} - x_{1(f)}}\right).$$

Для плоскости Ox_1x_3 можно использовать аналогичные рассуждения. Итак, будем иметь:

$$a_a^{Ox_1x_3} = \arctg\left(\frac{x_{3(f)} - x_{3(f-1)}}{x_{1(f)} - x_{1(f-1)}}\right),$$

$$a_b^{Ox_1x_3} = \arctg\left(\frac{x_{3(f+1)} - x_{3(f)}}{x_{1(f+1)} - x_{1(f)}}\right),$$

$$a^{Ox_1x_3} = \frac{a_a^{Ox_1x_3} + a_b^{Ox_1x_3}}{2}. \tag{16}$$

Для дальнейших расчетов определим координаты точек $(x_{1(f-1)}, x_{2(f-1)}, x_{3(f-1)})$, $(x_{1(f+1)}, x_{2(f+1)}, x_{3(f+1)})$ и $(x_{1(f-1)}, x_{3(f-1)})$ и $(x_{1(f+1)}, x_{3(f+1)})$ (рис. 2). Используя несложные преобразования, запишем для плоскости Ox_1x_2 :

$$x_{2(f-1)} = k^{Ox_1x_2} x_{1(f-1)} + b^{Ox_1x_2}, \tag{17}$$

$$x_{2(f+1)} = k^{Ox_1x_2} x_{1(f+1)} + b^{Ox_1x_2}, \tag{18}$$

где:

$$k^{Ox_1x_2} = \tg a^{Ox_1x_2}, \tag{19}$$

$$b^{Ox_1x_2} = x_{2(f)} - k^{Ox_1x_2} x_{1(f)}. \tag{20}$$

Для пары координат $x_{3(f+1)}, x_{3(f-1)}$ можно использовать абсолютно аналогичные рассуждения, только применить их для плоскости Ox_1x_3 . В данном случае формулы (17)–(20) примут вид:

$$k^{Ox_1x_3} = \tg a^{Ox_1x_3},$$

$$b^{Ox_1x_3} = x_{3(f)} - k^{Ox_1x_3} x_{1(f)},$$

$$x_{3(f-1)} = k^{Ox_1x_3} x_{1(f-1)} + b^{Ox_1x_3},$$

$$x_{3(f+1)} = k^{Ox_1x_3} x_{1(f+1)} + b^{Ox_1x_3}.$$

Следовательно, если начало *локальной* системы координат совместить с т. $(x_{1(f)}, x_{2(f)}, x_{3(f)})$, ближайшей точке инклинометрии перед началом присвоить координаты $(x_{1(f-1)}, x_{2(f-1)}, x_{3(f-1)})$, а следующей после начала — $(x_{1(f+1)}, x_{2(f+1)}, x_{3(f+1)})$, величины углов $\alpha^{Oxy}_{n(0)}$, $\alpha^{Oxz}_{n(0)}$ можно определить по формулам (15) и (16) соответственно. Если же конец гибкого стержня будет иметь координаты $(x_{1(f)}, x_{2(f)}, x_{3(f)})$, а ближайшим к нему точкам инклинометрии в направлении с лева направо присвоить координаты $(x_{1(f-1)}, x_{2(f-1)}, x_{3(f-1)})$ и $(x_{1(f+1)}, x_{2(f+1)}, x_{3(f+1)})$ соответственно, по формулам (15) и (16) можно определить величины углов $\alpha^{Oxy}_{n(1)}$, $\alpha^{Oxz}_{n(1)}$.

При анализе напряженно-деформированного состояния насосно-компрессорных труб следует учитывать возможность их контакта с внутренней поверхностью обсадной колонны. В местах взаимного прикосновения будут возникать так называемые односторонние реакции. Для их определения необходимо наложить геометрические ограничения на перемещения упругой оси гибкого стержня.

Поскольку решение системы уравнений (1)–(5) предполагается получать численным методом, упругая ось насосно-компрессорной колонны будет набором точек с координатами $(\epsilon + u_{x1}(\epsilon), u_{x2}(\epsilon), u_{x3}(\epsilon))$, где ϵ — любое число от 0 до 1. С данного набора выберем две точки с координатами $(\epsilon_a + u_{x1}(\epsilon_a), u_{x2}(\epsilon_a), u_{x3}(\epsilon_a))$ и $(\epsilon_c + u_{x1}(\epsilon_c), u_{x2}(\epsilon_c), u_{x3}(\epsilon_c))$ пользуясь следующим условием:

$$\epsilon_a + u_{x1}(\epsilon_a) < x_{1(f)} < \epsilon_c + u_{x1}(\epsilon_c).$$

С другой стороны, в направлении от устья до забоя выделено три последовательные точки инклинометрии: $(x_{1(f-1)}, x_{2(f-1)}, x_{3(f-1)})$, $(x_{1(f)}, x_{2(f)}, x_{3(f)})$ и $(x_{1(f+1)}, x_{2(f+1)}, x_{3(f+1)})$ (рис. 3).

Через т. $(x_{1(f)}, x_{2(f)}, x_{3(f)})$ проходит плоскость Π_1 , перпендикулярная касательной к оси скважины. С центром в этой же точке построена сфера радиуса r_{adm} , которая, при пересечении с упомянутой плоскостью, образует круг, который назовем *расчетным сечением* ствола скважины.

Величину r_{adm} будем называть стрелой прогиба и определим по формуле:

$$r_{adm} = R_H - r_c,$$

где R_H — радиус ствола скважины; r_c — внешний радиус колонны.

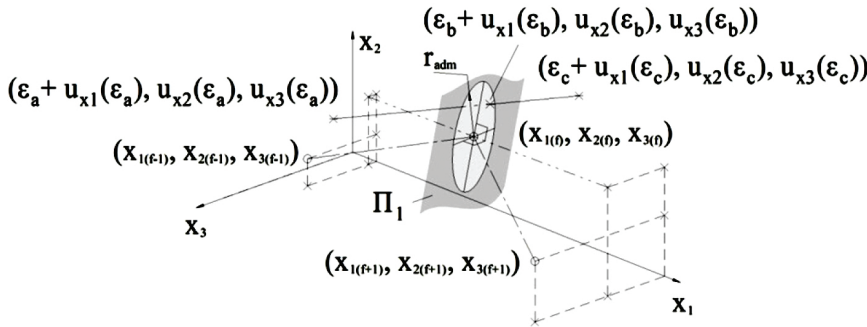


Рис. 3. Модель поперечного сечения скважины для определения наличия или отсутствия односторонней реакции

Если точки $(\epsilon_a + u_{x1}(\epsilon_a), u_{x2}(\epsilon_a), u_{x3}(\epsilon_a))$ и $(\epsilon_c + u_{x1}(\epsilon_c), u_{x2}(\epsilon_c), u_{x3}(\epsilon_c))$ соединить прямой, то последняя пересечет плоскость Π_1 в т. $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ (рис. 3).

Вполне очевидно, что в случае, когда т. $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ будет лежать в пределах круга, колонна НКТ не будет контактировать со стенками обсадной колонны в данной точке инклинометрии, и, следовательно, будет отсутствовать односторонняя реакция между ними. Однако возможен случай, когда т. $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ находится за пределами расчетного сечения. В эксплуатационных условиях такая ситуация абсолютно невозможна. Поэтому к гибкому стержню в точке $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ следует приложить сосредоточенную силу с таким модулем и направлением, чтобы указанная точка лежала на круге, что ограничивает расчетное сечение. Именно эта сила и будет односторонней реакцией. Определим ее.

Для начала запишем уравнения плоскости Π_1 [11]:

$$A(x_1 - x_{1(f)}) + B(x_2 - x_{2(f)}) + C(x_3 - x_{3(f)}) = 0,$$

где A, B, C — проекции вектора нормали к плоскости на оси системы координат $Ox_1x_2x_3$.

Найдем координаты точки $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$. Уравнение прямой, проходящей через т. $(\epsilon_a + u_{x1}(\epsilon_a), u_{x2}(\epsilon_a), u_{x3}(\epsilon_a))$ и т. $(\epsilon_c + u_{x1}(\epsilon_c), u_{x2}(\epsilon_c), u_{x3}(\epsilon_c))$ запишем в виде [12]:

$$\frac{x_1 - (\epsilon_a + u_{x1}(\epsilon_a))}{m} = \frac{x_2 - u_{x2}(\epsilon_a)}{n} = \frac{x_3 - u_{x3}(\epsilon_a)}{\rho},$$

где m, n, ρ — расчетные коэффициенты.

Согласно [12] координаты искомой точки будут равны:

$$\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b) = \epsilon_a + u_{x1}(\epsilon_a) + mt,$$

$$u_{x2}(\epsilon_b) = u_{x2}(\epsilon_a) + nt,$$

$$u_{x3}(\epsilon_b) = u_{x3}(\epsilon_a) + \rho t,$$

где t — параметр, который определяется по формуле [12]:

$$t = - \frac{A(\epsilon_a + u_{x1}(\epsilon_a)) + Bu_{x2}(\epsilon_a) + Cu_{x3}(\epsilon_a) + D}{Am + Bn + Cp},$$

где D — коэффициент, который составляет:

$$D = -Ax_{1(f)} - Bx_{2(f)} - Cx_{3(f)}.$$

Потом координаты полученной точки $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ следует подставить в уравнение сферы с центром в т. $(x_{1(f)}, x_{2(f)}, x_{3(f)})$ и радиусом равным стреле прогиба r_{adm} :

$$\begin{aligned} & (\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b) - x_{1(f)})^2 + \\ & + (u_{x2}(\epsilon_b) - x_{2(f)})^2 + \\ & + (u_{x3}(\epsilon_b) - x_{3(f)})^2 < r_{adm}^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Выполнение условия (21) свидетельствует, что в окрестности заданной точки инклинометрии колонна НКТ не будет контактировать с внутренней поверхностью обсадной колонны. Если же условие (21) не выполняется, то к гибкому стержню в т. $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ прикладывается сосредоточенная сила, величина и направление которой должны обеспечить выполнение равенства:

$$\begin{aligned} & (\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b) - x_{1(f)})^2 + (u_{x2}(\epsilon_b) - x_{2(f)})^2 + \\ & + (u_{x3}(\epsilon_b) - x_{3(f)})^2 = r_{adm}^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Собственно эту сосредоточенную силу и будем считать односторонней реакцией.

Впрочем, как видно с рис. 4, уравнению (22) будут удовлетворять координаты любой точки, которая находится на круге 1.

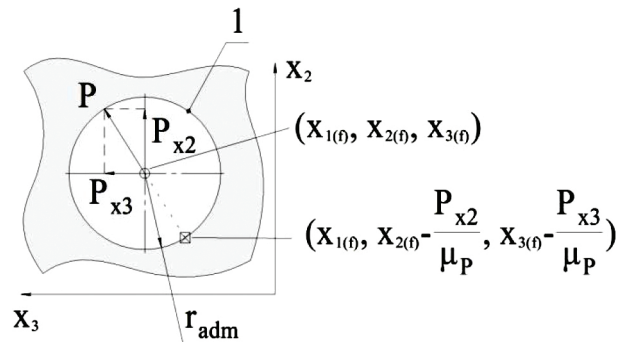


Рис. 4. Модель поперечного сечения скважины для определения координат точки контакта

Для определения положения именно той точки, через которую будет проходить упругая ось трубной колонны, предлагается следующий метод. На первом этапе расчета в т. $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ прикладывается две

сосредоточенные силы P_{x2} та P_{x3} . Величины этих сил определяются с помощью циклической процедуры из условия равенства координат точек $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ и $(x_{1(f)}, x_{2(f)}, x_{3(f)})$. Как видно с рис. 4, можно записать следующее равенство:

$$\left(\frac{P_{x2}}{\mu_P}\right)^2 + \left(\frac{P_{x3}}{\mu_P}\right)^2 = r_{adm}^2. \quad (23)$$

Величину μ_P назовем *масштабным коэффициентом* и, опираясь на (23), определим по формуле:

$$\mu_P = \frac{\sqrt{P_{x2}^2 + P_{x3}^2}}{r_{adm}}.$$

Итак, координаты искомой точки, назовем ее *точкой контакта*, будут следующими (рис. 4):

$$\left(x_{1(f)}, x_{2(f)} - \frac{P_{x2}}{\mu_P}, x_{3(f)} - \frac{P_{x3}}{\mu_P}\right). \quad (24)$$

Второй этап расчета заключается в изменении величин сил P_{x2} и P_{x3} с тем, чтоб точка упругой оси гибкого стержня с координатами $(\epsilon_b + u_{x1}(\epsilon_b), u_{x2}(\epsilon_b), u_{x3}(\epsilon_b))$ попала в *точку контакта*. Именно эти значения сил будем считать величинами компонентов реакции между колонной НКТ и обсадной колонной в заданной точке инклинометрии.

Как уже было отмечено, при анализе напряженно-деформированного состояния насосно-компрессорной колонны в работе использовались две системы координат: *глобальную* и *локальную*. В *глобальной* системе координат направление вектора веса единицы длины труб будет совпадать с направлением оси Ox . Пусть начало данного вектора совпадает с началом локальной системы координат (X_1', Y_1', Z_1') . Тогда конец данного вектора будет иметь координаты $(X_1'+1, Y_1', Z_1')$. В то же время координаты начала и окончания оси Ox_1 *локальной* системы координат соответственно равны (X_1', Y_1', Z_1') и (X_2', Y_2', Z_2') . Найдем угол между прямой, проходящей через точки (X_1', Y_1', Z_1') , $(X_1'+1, Y_1', Z_1')$ и осью Ox_1 [11]. После несложных аналитических преобразований формула примет вид:

$$\cos \alpha_q = \frac{(X_2' - X_1')}{\sqrt{(X_2' - X_1')^2 + (Y_2' - Y_1')^2 + (Z_2' - Z_1')^2}},$$

$$\sin \alpha_q = \sqrt{1 - \left(\frac{(X_2' - X_1')}{\sqrt{(X_2' - X_1')^2 + (Y_2' - Y_1')^2 + (Z_2' - Z_1')^2}}\right)^2}.$$

Указанные углы дают возможность определить компоненты веса единицы длины НКТ по формулам (6), (7).

В аналитическом виде решение системы (1)–(5) получить довольно трудно, особенно, если учесть тот факт, что необходимо рассмотреть обратную задачу об изгибе гибкого стержня, то есть по заданному прогибу упругой оси определить силы, которые вызвали этот прогиб. Учитывая это, как уже отмечалось, система (1)–(5) была решена численным методом. Причем величины прило-

женных сил определялись путем автоматизированного подбора. Это дало возможность решать прямую задачу при анализе напряженно-деформированного состояния гибкого стержня и значительно упростить расчеты. Рассмотрим подробнее алгоритм решения.

Используя результаты инклинометрических исследований скважины, в *глобальной* системе координат выбирается потенциально опасный участок. Обычно таковыми являются интервалы с наибольшей интенсивностью изменения зенитного и азимутального угла. Далее фиксируется *средняя точка* опасного участка.

Начало *локальной* системы координат помещается в точку инклинометрических исследований, которая находится выше средней. Длина стержня выбирается таким образом, чтобы его *нижний* конец попал в точку инклинометрии, которая находится ниже *средней*. Напомним, через эту точку будет проходить также и ось Ox_1 .

Далее, по формулам (12)–(14) рассчитываются координаты начала и конца гибкого стержня, а также координаты всех промежуточных точек инклинометрических исследований, попавших в рассматриваемый интервал. Дополнительно определяются координаты точек, которые лежат непосредственно перед начальной и после конечной точек гибкого стержня.

Следующим этапом, по формулам (15), (16) определяются углы $\alpha^{Oxy}_{n(0)}$, $\alpha^{Oxz}_{n(0)}$, $\alpha^{Oxy}_{n(1)}$ и $\alpha^{Oxz}_{n(1)}$, входящие в систему краевых условий. К конечной точке гибкого стержня прикладывается сила $P_1^{(1)}$, которая считается известной. Задаются физико-геометрические характеристики гибкого стержня.

Рассмотрим общий случай и предположим, что между началом и окончанием гибкого стержня находится заданное количество промежуточных точек инклинометрических исследований. Будем считать, что криволинейные координаты $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_n$ точек приложения сил $P_{x2}^{(1)}, P_{x2}^{(2)}, P_{x2}^{(3)}, \dots, P_{x2}^{(n)}, P_{x3}^{(1)}, P_{x3}^{(2)}, P_{x3}^{(3)}, \dots, P_{x3}^{(n)}$ к гибкому стержню в недеформированном состоянии будут совпадать с координатами вдоль оси Ox_1 промежуточных точек инклинометрических исследований.

В общем, алгоритм расчета следующий. Выбирается схема нагрузки гибкого стержня в последовательности, указанной в табл. 1, 2.

Стоит отметить, что табл. 1, 2 иллюстрируют случаи, когда одновременно не равны нулю модули одной или двух пар сил. На самом же деле расчеты проводятся до тех пор, пока величина ни одной из пар сил не будет равна нулю.

Как видим, на любом этапе нагрузки, кроме первого, определенным парам сил задаются значения с заранее установленного диапазона и проводятся численные решения системы (1)–(5). С полученных таким образом дискретных значений прогибов выбираются те наборы, в которых упругая ось гибкого стержня проходит через те точки инклинометрических исследований, координаты которых вдоль оси Ox_1 равны криволинейным координатам пар сил с модулями отличными от нуля. Для таких наборов величины приложенных пар сил используются для определения координат точек (по формуле (24)), через которые в действительности должна проходить упругая ось гибкого стержня. Затем, значение прикладываемых сил корректируются с тем, чтобы упругая ось гибкого стержня проходила через точки с найденными по равенству (24) координатами.

Для всех оставшихся точек инклинометрии проверяется выполнение условия (21). В случае справедливости неравенства (21), определяется потенциальная энергия изгиба единицы длины гибкого стержня по формуле:

$$U = \frac{1}{l_b} \sum_{i=2}^3 \int_0^{l_b} \frac{M_i(l_b)}{2EI} dl_b,$$

где l_b — длина гибкого стержня; $M_i(l_b)$ — функция изгибающего момента вдоль его оси; EI — жесткость на изгиб.

Значения U и l_b фиксируются для дальнейшего использования.

В случае, если существует хотя бы одна точка инклинометрии, для которой условие (21) не выполняется, схема нагрузки стержня меняется на следующую и проводятся все вышеуказанные расчеты.

После завершения расчетов по последней схеме нагрузки (когда ни одна из пар сил не равна нулю), из всех зафиксированных ранее дискретных наборов функций упругих осей выбирается тот, для которого значение потенциальной энергии единицы длины гибкого стержня является минимальным. Он и будет считаться таким, который описывает напряженно-деформированное состояние участка колонны насосно-компрессорных труб заданной длины l_b .

Таблица 1

Последовательность нагрузки гибкого стержня одной парой сил

Этап 1	Этап 2	Этап 3
$P_{x2}^{(1)} = 0,$	$(P_{x2}^{(1)})_{\min} < P_{x2}^{(1)} < (P_{x2}^{(1)})_{\max},$	$P_{x2}^{(1)} = 0,$
$P_{x3}^{(1)} = 0,$	$(P_{x3}^{(1)})_{\min} < P_{x3}^{(1)} < (P_{x3}^{(1)})_{\max},$	$P_{x3}^{(1)} = 0,$
$P_{x2}^{(2)} = 0,$	$P_{x2}^{(2)} = 0,$	$(P_{x2}^{(2)})_{\min} < P_{x2}^{(2)} < (P_{x2}^{(2)})_{\max},$
$P_{x3}^{(2)} = 0,$	$P_{x3}^{(2)} = 0,$	$(P_{x3}^{(2)})_{\min} < P_{x3}^{(2)} < (P_{x3}^{(2)})_{\max},$
$P_{x2}^{(3)} = 0,$	$P_{x2}^{(3)} = 0,$	$P_{x2}^{(3)} = 0,$
$P_{x3}^{(3)} = 0,$	$P_{x3}^{(3)} = 0,$	$P_{x3}^{(3)} = 0,$
...
$P_{x2}^{(n)} = 0,$	$P_{x2}^{(n)} = 0,$	$P_{x2}^{(n)} = 0,$
$P_{x3}^{(n)} = 0,$	$P_{x3}^{(n)} = 0,$	$P_{x3}^{(n)} = 0,$
Этап 4	...	Этап n
$P_{x2}^{(1)} = 0,$		$P_{x2}^{(1)} = 0,$
$P_{x3}^{(1)} = 0,$		$P_{x3}^{(1)} = 0,$
$P_{x2}^{(2)} = 0,$		$P_{x2}^{(2)} = 0,$
$P_{x3}^{(2)} = 0,$		$P_{x3}^{(2)} = 0,$
$(P_{x2}^{(3)})_{\min} < P_{x2}^{(3)} < (P_{x2}^{(3)})_{\max},$...	$P_{x2}^{(3)} = 0,$
$(P_{x3}^{(3)})_{\min} < P_{x3}^{(3)} < (P_{x3}^{(3)})_{\max},$		$P_{x3}^{(3)} = 0,$
...		...
$P_{x2}^{(n)} = 0,$		$(P_{x2}^{(n)})_{\min} < P_{x2}^{(n)} < (P_{x2}^{(n)})_{\max},$
$P_{x3}^{(n)} = 0,$		$(P_{x3}^{(n)})_{\min} < P_{x3}^{(n)} < (P_{x3}^{(n)})_{\max},$

Таблица 2

Последовательность нагрузки гибкого стержня двумя парами сил

Этап 1.1	Этап 1.2	Этап 1.n
$(P_{x2}^{(1)})_{\min} < P_{x2}^{(1)} < (P_{x2}^{(1)})_{\max},$	$(P_{x2}^{(1)})_{\min} < P_{x2}^{(1)} < (P_{x2}^{(1)})_{\max},$	$(P_{x2}^{(1)})_{\min} < P_{x2}^{(1)} < (P_{x2}^{(1)})_{\max},$
$(P_{x3}^{(1)})_{\min} < P_{x3}^{(1)} < (P_{x3}^{(1)})_{\max},$	$(P_{x3}^{(1)})_{\min} < P_{x3}^{(1)} < (P_{x3}^{(1)})_{\max},$	$(P_{x3}^{(1)})_{\min} < P_{x3}^{(1)} < (P_{x3}^{(1)})_{\max},$
$(P_{x2}^{(2)})_{\min} < P_{x2}^{(2)} < (P_{x2}^{(2)})_{\max},$	$P_{x2}^{(2)} = 0,$	$P_{x2}^{(2)} = 0,$
$(P_{x3}^{(2)})_{\min} < P_{x3}^{(2)} < (P_{x3}^{(2)})_{\max},$	$P_{x3}^{(2)} = 0,$	$P_{x3}^{(2)} = 0,$
$P_{x2}^{(3)} = 0,$	$(P_{x2}^{(3)})_{\min} < P_{x2}^{(3)} < (P_{x2}^{(3)})_{\max},$	$P_{x2}^{(3)} = 0,$
$P_{x3}^{(3)} = 0,$	$(P_{x3}^{(3)})_{\min} < P_{x3}^{(3)} < (P_{x3}^{(3)})_{\max},$	$P_{x3}^{(3)} = 0,$
...
$P_{x2}^{(n)} = 0,$	$P_{x2}^{(n)} = 0,$	$(P_{x2}^{(n)})_{\min} < P_{x2}^{(n)} < (P_{x2}^{(n)})_{\max},$
$P_{x3}^{(n)} = 0,$	$P_{x3}^{(n)} = 0,$	$(P_{x3}^{(n)})_{\min} < P_{x3}^{(n)} < (P_{x3}^{(n)})_{\max},$
Этап 2.1	Этап 2.1	Этап 2.n
$(P_{x2}^{(1)})_{\min} < P_{x2}^{(1)} < (P_{x2}^{(1)})_{\max},$	$P_{x2}^{(1)} = 0,$	$P_{x2}^{(1)} = 0,$
$(P_{x3}^{(1)})_{\min} < P_{x3}^{(1)} < (P_{x3}^{(1)})_{\max},$	$P_{x3}^{(1)} = 0,$	$P_{x3}^{(1)} = 0,$
$(P_{x2}^{(2)})_{\min} < P_{x2}^{(2)} < (P_{x2}^{(2)})_{\max},$	$(P_{x2}^{(2)})_{\min} < P_{x2}^{(2)} < (P_{x2}^{(2)})_{\max},$	$(P_{x2}^{(2)})_{\min} < P_{x2}^{(2)} < (P_{x2}^{(2)})_{\max},$
$(P_{x3}^{(2)})_{\min} < P_{x3}^{(2)} < (P_{x3}^{(2)})_{\max},$	$(P_{x3}^{(2)})_{\min} < P_{x3}^{(2)} < (P_{x3}^{(2)})_{\max},$	$(P_{x3}^{(2)})_{\min} < P_{x3}^{(2)} < (P_{x3}^{(2)})_{\max},$
$P_{x2}^{(3)} = 0,$	$(P_{x2}^{(3)})_{\min} < P_{x2}^{(3)} < (P_{x2}^{(3)})_{\max},$	$P_{x2}^{(3)} = 0,$
$P_{x3}^{(3)} = 0,$	$(P_{x3}^{(3)})_{\min} < P_{x3}^{(3)} < (P_{x3}^{(3)})_{\max},$	$P_{x3}^{(3)} = 0,$
...
$P_{x2}^{(n)} = 0,$	$P_{x2}^{(n)} = 0,$	$(P_{x2}^{(n)})_{\min} < P_{x2}^{(n)} < (P_{x2}^{(n)})_{\max},$
$P_{x3}^{(n)} = 0,$	$P_{x3}^{(n)} = 0,$	$(P_{x3}^{(n)})_{\min} < P_{x3}^{(n)} < (P_{x3}^{(n)})_{\max},$
Этап 3.1	Этап 3.2	Этап 3.n
$(P_{x2}^{(1)})_{\min} < P_{x2}^{(1)} < (P_{x2}^{(1)})_{\max},$	$P_{x2}^{(1)} = 0,$	$P_{x2}^{(1)} = 0,$
$(P_{x3}^{(1)})_{\min} < P_{x3}^{(1)} < (P_{x3}^{(1)})_{\max},$	$P_{x3}^{(1)} = 0,$	$P_{x3}^{(1)} = 0,$
$P_{x2}^{(2)} = 0,$	$(P_{x2}^{(2)})_{\min} < P_{x2}^{(2)} < (P_{x2}^{(2)})_{\max},$	$P_{x2}^{(2)} = 0,$
$P_{x3}^{(2)} = 0,$	$(P_{x3}^{(2)})_{\min} < P_{x3}^{(2)} < (P_{x3}^{(2)})_{\max},$	$P_{x3}^{(2)} = 0,$
$(P_{x2}^{(3)})_{\min} < P_{x2}^{(3)} < (P_{x2}^{(3)})_{\max},$	$(P_{x2}^{(3)})_{\min} < P_{x2}^{(3)} < (P_{x2}^{(3)})_{\max},$	$(P_{x2}^{(3)})_{\min} < P_{x2}^{(3)} < (P_{x2}^{(3)})_{\max},$
$(P_{x3}^{(3)})_{\min} < P_{x3}^{(3)} < (P_{x3}^{(3)})_{\max},$	$(P_{x3}^{(3)})_{\min} < P_{x3}^{(3)} < (P_{x3}^{(3)})_{\max},$	$(P_{x3}^{(3)})_{\min} < P_{x3}^{(3)} < (P_{x3}^{(3)})_{\max},$
...
$P_{x2}^{(n)} = 0,$	$P_{x2}^{(n)} = 0,$	$(P_{x2}^{(n)})_{\min} < P_{x2}^{(n)} < (P_{x2}^{(n)})_{\max},$
$P_{x3}^{(n)} = 0,$	$P_{x3}^{(n)} = 0,$	$(P_{x3}^{(n)})_{\min} < P_{x3}^{(n)} < (P_{x3}^{(n)})_{\max},$

Вычисления по описанному выше алгоритму следует провести для длин l_b , определяемых используя, например, следующее правило. Сначала начало гибкого стержня помещается в точку, непосредственно находящуюся над *средней*, а конец — в точку, находящуюся непосредственно под *средней*. Проводятся все необходимые расчеты. Далее длина гибкого стержня l_b увеличивается. Для этого, его *верхний* конец перемещается на одну точку инклинометрии по направлению к устью скважины, а *нижний* — по направлению к забою скважины. Согласно вышеупомянутому алгоритму производится расчет, в результате которого получается следующее возможное положение упругой оси.

Длина стержня увеличивается до тех пор, пока зависимость $U(l_b)$ не приобретет четко выраженного минимума. Функция упругой оси, которая соответствует этому минимуму и является искомым положением насосно-компрессорной колонны на рассматриваемом участке скважины.

Практически данный алгоритм реализован в среде «Waterloo Maple».

6. Результаты исследований

Используя разработанный метод, были проведены расчеты для одной из скважин Надворнянского нефтегазодобывающего управления.

Прежде всего, было исследовано фонд скважин на предмет количества отказов колонн НКТ по месторождениям (табл. 3).

Таблица 3

Количество отказов насосно-компрессорных колонн на месторождениях Надворнянского нефтегазодобывающего управления в период с 2006 по 2013 гг.

Название месторождения	Количество скважин, на которых зафиксировано отказы НКТ
Довбушанка	52
Бытков	36
Луква	35
Лопушня	5
Рудавец	5
Монастырчаны	3
Гвизд	3
Мыкульчын	2
Делятын	1
Пасична	1
Пнив	1
Пд. Гвизд	1

Как видно из табл. 3, более 80 % отказов приходится на Довбушанское, Бытковское и Луквливское месторождения. Поэтому для дальнейших расчетов выберем одну из скважин Довбушанского месторождения, а именно – № 52. Эксплуатация скважины происходит насосно-компрессорными трубами со следующими характеристиками: внешний и внутренний диаметры соответственно 73 мм и 62 мм; вес единицы длины 93,2 Н/м; модули упругости первого и второго рода для материала соответственно $2,1 \cdot 10^{11}$ Па и $0,8 \cdot 10^{11}$ Па.

В результате анализа инклинометрии данной скважины был выделен криволинейный участок. В качестве средней точки опасного интервала выбрано т. № 107 (глубина вдоль оси скважины 2650 м; абсолютная глубина 2537,0 м; отклонения вдоль оси «юг-север» 431,17 м; отклонения вдоль оси «запад-восток» 3,17 м).

Компоненту силы растяжения $P_1^{(1)}$ от колонны НКТ, находящейся ниже сечения $\epsilon = 1$, приняли равной нулю. На основе промысловых данных зададимся максимальной величиной компоненты усилия $P_1^{(1)}$, которая меняется периодически в зависимости от положения штанговой подвески. Примем 14500 Н. Окончательно

будем иметь минимальную величину $P_1^{(1)} = 0$, максимальную – $P_1^{(1)} = 14500$ Н.

Используя вышеупомянутый алгоритм, получены в дискретном виде функции упругой оси насосно-компрессорной колонны для минимальной и максимальной величины силы $P_1^{(1)}$ (рис. 5). Визуальное отличие между графиками незначительное, поэтому приведен только один.

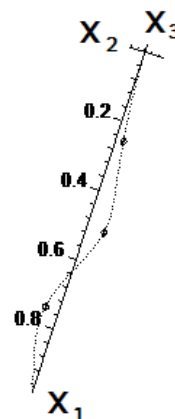


Рис. 5. Пространственная упругая ось участка колонны насосно-компрессорных труб в искривленном стволе скважины

Также получены графические зависимости нормальных напряжений изгиба в поперечном сечении насосно-компрессорных труб. Как уже отмечалось, расчет произведен как для случая движения полированного штока вверх, так и для случая движения полированного штока вниз. Визуальные отличия между графиками опять же не заметны, поэтому для иллюстрации общей тенденции изменения нормальных напряжений приведены зависимости, соответствующие случаю $P_1^{(1)} = 0$ (рис. 6).

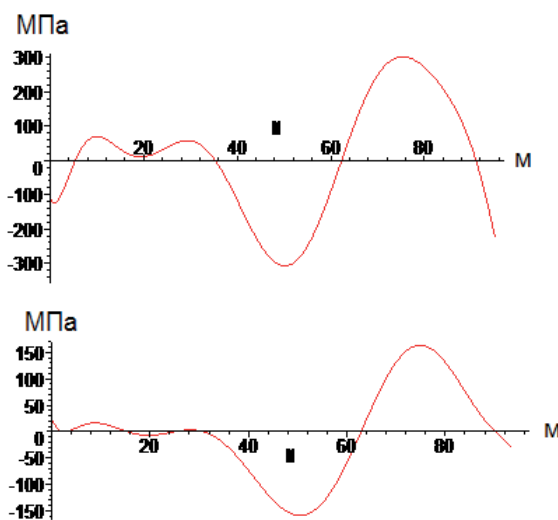


Рис. 6. Графические зависимости нормальных напряжений изгиба вокруг главных осей инерции поперечного сечения колонны НКТ

Стоит отметить, что для рассматриваемого криволинейного участка напряжения изгиба определены по общепринятому методу и составляют 34 МПа. Однако зависимости, приведенные на рис. 6, свидетельствуют о значительно более высоком уровне напряжений обусловленном локальным искривлением скважины

в окрестности *средней точки* опасного интервала. Следовательно, использование методов анализа напряженно-деформированного состояния НКТ, не учитывающих особенности искривления ствола скважины, может привести к получению заниженных значений эксплуатационных напряжений изгиба, что, в свою очередь, обусловит ошибочные выводы при принятии решений об возможности и длительности работы насосно-компрессорной колонны в заданных условиях.

С другой стороны, при обработке результатов расчета, наблюдается отличие в максимальной величине напряжений, полученных при движении полированного штока вверх и вниз. Обработав их с позиции цикличности, получим следующее: минимальное напряжение цикла $\sigma_{\min} = 303$ МПа; максимальное напряжение цикла $\sigma_{\max} = 346$ МПа; амплитуда напряжений цикла $\sigma_a = 43$ МПа; коэффициент асимметрии цикла нагрузки $R_\sigma = 0,88$. Отметим, что такая картина нагрузки позволяет с уверенностью говорить о циклической усталости насосно-компрессорной колонны.

7. SWOT-анализ результатов исследования

В качестве преимущества предложенного выше метода можно выделить возможность анализа напряженно-деформированного состояния колонны НКТ на участке скважины именно с произвольной интенсивностью изменения как зенитного, так и азимутального углов. При этом учитываются возможность несовпадения осей колонны и скважины, а также реакции в месте их контакта. Такая информация может быть необходимой для прогнозирования как статической, так и усталостной прочности насосно-компрессорных труб.

Как слабую сторону разработанной методики отметим моделирование взаимодействия НКТ со стенкой ствола исключительно с помощью сосредоточенных усилий. В то же время, в эксплуатационных условиях, реакция между ними может распределяться вдоль линии или поверхности на насосно-компрессорной колонне. Обратим внимание также и на сложность расчетов и необходимость для их реализации персонального компьютера со специальным программным обеспечением.

Соответственно, перспективным путем усовершенствования разработанного метода будет моделирование особенностей взаимодействия насосно-компрессорной колонны со стенкой скважины с помощью как сосредоточенных усилий, так и усилий распределенных по некоторому закону вдоль линии или пятна контакта между ними. Дополнительным преимуществом могло бы стать создание отдельного программного обеспечения для расчета.

Тем не менее, во многих случаях для решения задач сопротивления материалов, к коим относятся и проводимые в данной работе исследования, используется метод конечных элементов. Он является мощным инструментом для анализа напряженно-деформированного состояния твердых тел практически любой формы, при каком угодно сложном воздействии. Впрочем, практическая реализация данного метода сопряжена с использованием дорогостоящего программного обеспечения и требует использования персональных компьютеров с наибольшими вычислительными возможностями.

8. Выводы

Для моделирования напряженно-деформированного состояния участка колонны НКТ использованы положения механики гибких стержней. Анализ равновесия упругой оси проведен с помощью системы 5-ти векторных дифференциальных уравнений в проекциях на оси подвижной системы координат.

Для решения системы уравнений равновесия использован численный итерационный метод с циклическими процедурами, реализованный в программно-ориентируемой математической среде. Это дало возможность решать прямую задачу изгиба стержней и, таким образом, упростить вычисления.

Определение местоположения точек контакта насосно-компрессорной колонны со стенками скважины, а также величины и направления возникающих при этом реакций, сделано с помощью предложенной методики, базирующейся на обработке результатов инклинометрического и профилометрического исследования ствола скважины, а также геометрических размеров НКТ.

Расчеты, произведенные для одной из скважин Надворнянского нефтегазодобывающего управления, показали, что нормальные напряжения от изгиба насосно-компрессорной колонны в пространственно искривленном стволе, особенно в месте локального изгиба его оси, могут достигать предела текучести для материала НКТ. К тому же, возвратно-поступательное движение колонны насосных штанг в совокупности с радиальным зазором между стенкой скважины и насосно-компрессорной колонной могут вызывать изменение величины нормальных напряжений в поперечном сечении НКТ и, таким образом, увеличить вероятность протекания в материале труб усталостных процессов.

Литература

1. Крижанівський, Є. І. Втомна довговічність різьбових з'єднань насосно-компресорних труб в криволінійних ділянках свердловин [Текст] / Є. І. Крижанівський, В. М. Івасів, Р. В. Рачкевич, В. Я. Василюшин // Науковий вісник НГУ. — 2015. — № 5. — С. 14–21.
2. Gulyaev, V. I. Stability of drillstrings in ultradeep wells: an integrated design model [Text] / V. I. Gulyaev, I. L. Solov'ev, I. V. Gorbunovich // International Applied Mechanics. — 2009. — Vol. 45, № 7. — P. 772–779. doi:10.1007/s10778-009-0219-2
3. Miller, J. T. Buckling-induced lock-up of a slender rod injected into a horizontal cylinder [Text] / J. T. Miller, T. Su, E. B. Dussan V., J. Pabon, N. Wicks, K. Bertoldi, P. M. Reis // International Journal of Solids and Structures. — 2015. — Vol. 72. — P. 153–164. doi:10.1016/j.ijsolstr.2015.07.025
4. Miller, J. T. Buckling of a thin elastic rod inside a horizontal cylindrical constraint [Text] / J. T. Miller, T. Su, J. Pabon, N. Wicks, K. Bertoldi, P. M. Reis // Extreme Mechanics Letters. — 2015. — Vol. 3. — P. 36–44. doi:10.1016/j.eml.2015.03.002
5. Mitchell, R. F. The Effect of Friction on Initial Buckling of Tubing and Flowlines [Text] / R. F. Mitchell // SPE Drilling & Completion. — 2007. — Vol. 22, № 2. — P. 112–118. doi:10.2118/99099-pa
6. Mitchell, R. F. Tubing Buckling — The State of the Art [Text] / R. F. Mitchell // SPE Drilling & Completion. — 2008. — Vol. 23, № 4. — P. 361–370. doi:10.2118/104267-pa
7. Thompson, J. M. T. Helical post-buckling of a rod in a cylinder: with applications to drill-strings [Text] / J. M. T. Thompson, M. Silveira, G. H. M. van der Heijden, M. Wiercigroch // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — 2012. — Vol. 468, № 2142. — P. 1591–1614. doi:10.1098/rspa.2011.0558

8. Gao, G. Stability Analysis of Pipe With Connectors in Horizontal Wells [Text] / G. Gao, Q. Di, S. Miska, W. Wang // SPE Journal. — 2012. — Vol. 17, № 3. — P. 931–941. doi:10.2118/146959-pa
9. Gulyaev, V. I. Theoretical identification of forces resisting longitudinal movement of drillstrings in curved wells [Text] / V. I. Gulyaev, P. Z. Lugovoi, S. N. Khudolii, L. V. Glovach // International Applied Mechanics. — 2007. — Vol. 43, № 11. — P. 1248–1255. doi:10.1007/s10778-007-0128-1
10. Светлицкий, В. А. Механика стержней [Текст]. Ч. 1. Статика: учеб. для вузов; в 2-х ч / В. А. Светлицкий. — М.: Высшая школа, 1987. — 320 с.
11. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) [Текст]: пер. с англ. / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Наука, 1973. — 832 с.
12. Шнейдер, В. Е. Краткий курс высшей математики [Текст]: учеб. пособие для вузов / В. Е. Шнейдер, А. И. Слуцкий, А. С. Шумов. — М.: Высшая школа, 1972. — 640 с.

ВИКОРИСТАННЯ ПОЛОЖЕНЬ МЕХАНІКИ СТЕРЖНІВ ДЛЯ АНАЛІЗУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НАСОСНО-КОМПРЕСОРНОЇ КОЛОНИ

Разработан метод анализа напряженно-деформированного состояния колонны насосно-компрессорных труб, находящейся

в пространственно искаженном локальном перегибе оси скважины. Установлено, что в таких участках скважины существенно увеличивается величина напряжений изгиба, а изменение осевого усилия, вызванное возвратно-поступательным движением штанговой подвески, может инициировать возникновение циклических изгибающих моментов в насосно-компрессорных трубах.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, насосно-компрессорная колонна, локальный перегиб оси скважины.

Рачкевич Руслан Володимирович, кандидат технічних наук, доцент, кафедра механіки машин, Івано-Франківський національний університет нафти і газу, Україна, e-mail: ruslanvr79@gmail.com.

Рачкевич Руслан Владимирович, кандидат технических наук, доцент, кафедра механики машин, Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа, Украина.

Rachkevych Ruslan, Ivano Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ukraine, e-mail: ruslanvr79@gmail.com