

Жученко О. А.,  
Хібеба М. Г.

## РОЗРОБКА СПРОЩЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ ВУГЛЕЦЕВИХ ВИРОБІВ

*Розроблена та досліджена спрощена математична модель процесу формування вуглецевих виробів, яка відрізняється від відомих моделей практично нульовим часом її розрахунку. Побудована спрощена математична модель надає можливість підвищити ефективність дослідження температурного режиму процесу формування вуглецевих виробів за рахунок скорочення часу дослідження, визначити температури у будь-якій точці процесу.*

**Ключові слова:** вуглецеві вироби, формування, математична модель, температурний режим.

### 1. Вступ

Споживачами вуглецевих виробів є різні галузі промисловості, в яких виробництво пов'язане з необхідністю використання електротермічних технологічних процесів. Зокрема, до таких виробництв відносяться підприємства чорної та кольорової металургії, машинобудування, хімічної промисловості та інші.

Виробництво вуглецевих виробів характеризується значною ресурсо- та енергоємністю, тому актуальною є задача підвищення ефективності даного виробництва шляхом впровадження оптимальних режимів роботи його складових технологічних процесів. Розв'язання даної задачі передбачає проведення експериментальних досліджень технологічних процесів, за результатами яких має бути створена і впроваджена система оптимального керування ними.

Одним з основних технологічних процесів виробництва вуглецевих виробів є формування вуглецевих виробів продавлюванням електродної маси через мундштук відповідної форми у гідравлічному пресі, бо саме на етапі пресування електродних заготовок закладаються в основному всі спадкові властивості, що визначають якість готових виробів [1, 2]. Проведення експериментальних досліджень з метою створення системи оптимального керування процесом пресування на діючому технологічному обладнанні практично неможливе за декількома причинами. До головних з них відносяться додаткові ресурсо- та енерговитрати, ймовірність виникнення аварійної ситуації, значні економічні втрати у зв'язку з ймовірним виробництвом бракованої продукції та інші.

Фактично єдиною альтернативою у цій ситуації є використання методу математичного моделювання технологічних процесів [3, 4], який дозволяє при наявності адекватної математичної моделі процесу проводити експериментальні дослідження практично у необмеженому діапазоні зміни технологічних параметрів, що дає можливість досконало дослідити технологічний процес.

### 2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит

Математичному моделюванню процесу пресування присвячена значна кількість наукових праць [5–8]. Враховуючи, що процес пресування як об'єкт математичного

моделювання є об'єктом з розподіленими параметрами, то у даних роботах, як правило, математична модель являє собою систему нелінійних нестационарних рівнянь у частинних похідних. Час розрахунку такої моделі на сучасному стаціонарному комп'ютері складає декілька годин. Така тривалість розрахунку, по-перше, суттєво ускладнює безпосередньо дослідження процесу формування вуглецевих виробів і, по-друге, робить неможливим використання такої моделі у системах керування реального часу.

Названі обставини висувають нагальну задачу спрощення початкової складної моделі, створюючи математичну модель, яка потребує невеликого часу розрахунку та задовольняє вимогам щодо її точності по відношенню до початкової моделі.

Пресування здійснюють з метою отримання заготовок з заданими геометричними розмірами. За цим способом попередньо ущільнена маса завантажується в контейнери пресу і видавлюється через мундштук, проходячи через три зони осередку деформації (рис. 1).

У зоні ущільнення I маса приймає форму круглої заготовки діаметром  $D_0$  і довжиною  $L_0$ .

В формувальній зоні II відбувається зміна форми заготовки до поперечного розміру  $d_1$ . Остаточне формування розмірів заготовки здійснюється в калібрувальній зоні III довжиною  $l_1$ . Формувальна зона мундштука довжиною  $l_\phi$  може мати різну форму робочої геометрії радіусом  $R$  і кутом нахилу  $\alpha$  хорди  $AB$  до осі пресування.

За свідченням багатьох авторів [1, 2, 5] температурний режим роботи пресу є визначальним, тобто таким, від якого фактично залежать якісні та кількісні характеристики процесу пресування. Тому при синтезі системи керування та її функціонуванні важливо, щоб математична модель процесу давала змогу розраховувати температуру у тих точках пресу, де встановлені вимірювальні прилади, сигнали з яких використовуються у системі керування. Для досліджуваного пресу такими точками є температури поверхні формувальної та калібрувальної зони мундштука ( $T_1$  та  $T_2$  відповідно), верхнього лівого та нижнього правого кута калібрувальної зони мундштука ( $T_3$  та  $T_4$  відповідно). За допомогою математичної моделі процесу ці температури мають бути зв'язані з керуваннями, до яких у даному випадку відносяться електричні потужності, що подаються на індуктори формувальної і калібрувальної зон мундштука та свічки для додаткового нагрівання кутів калібрувальної зони.

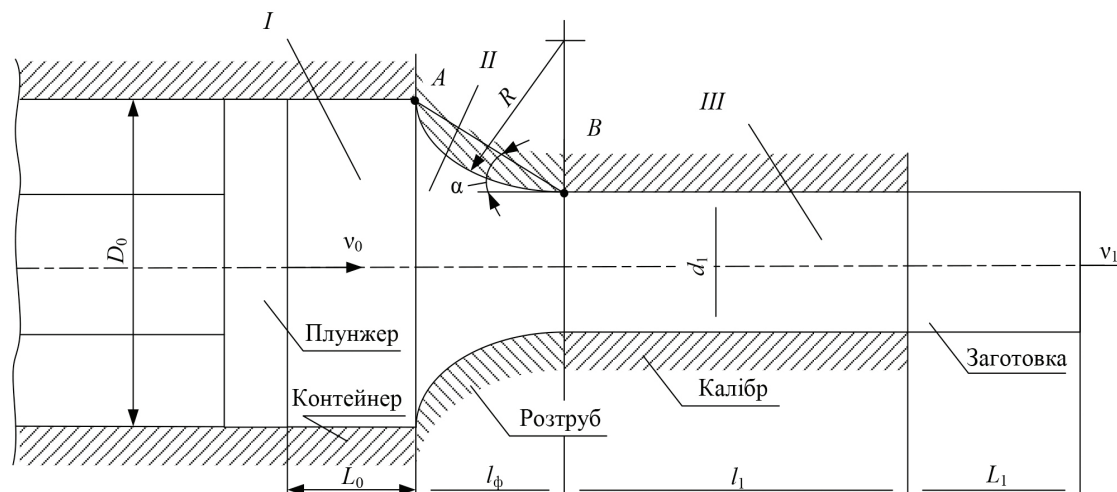


Рис. 1. Схема осередку деформації

Як початкова складна математична модель процесу формування вуглецевих виробів у даній роботі використана модель [9], яка є об'єктом дослідження, а як метод спрощення моделі — метод, запропонований у [10], оснований на методі Фур'є. Основним недоліком цієї моделі є час розрахунку, який на сучасному стаціонарному комп'ютері складає декілька годин. Як було зазначено вище, цей факт суттєво ускладнює безпосередньо дослідження процесу формування вуглецевих виробів і робить неможливим використання такої моделі у системах керування реальним часом. Це в свою чергу призводить до неможливості створення такої системи керування, яка б забезпечувала оптимальний перебіг процесу.

### 3. Мета та задачі дослідження

Виходячи з вищесказаного, метою дослідження є побудова та дослідження спрощеної математичної моделі процесу формування вуглецевих виробів, яка б потребувала невеликого часу розрахунку та відповідала вимогам щодо її точності по відношенню до початкової математичної моделі.

Для досягнення поставленої мети треба вирішити наступні задачі:

1. На основі аналізу літературних даних обрати оптимальний для даного дослідження метод побудови спрощених математичних моделей.

2. За допомогою обраного методу розробити спрощені математичні моделі процесу формування вуглецевих виробів, які б відповідали вищевказаним вимогам до спрощених моделей.

3. Обрати оптимальну спрощену модель на основі дослідження точності отриманих моделей.

### 4. Аналіз літературних даних

У наш час розроблений цілий ряд методів побудови спрощених математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами ОРП [11–18]. Всі вони можуть бути умовно поділені на дві основні групи згідно «предмету апроксимації» [19]. Перша група утворюється різними способами спрощеного пред-

ставлення самих вихідних диференціальних рівнянь об'єкта, наступний розв'язок яких відомими методами дозволяє отримати задовільні за точністю у визначених конкретних умовах опису властивостей ОРП у порівняно простому вигляді.

Методи другої групи базуються на наближеному представленні (як правило, у типовій для об'єктів з зосередженими параметрами (ОЗП) формі відповідних передатних функцій) точних розв'язків рівнянь у частинних похідних, які моделюють поведінку ОРП.

Можливе послідовне застосування до однієї й тієї самої ОРП різних методів апроксимації, що дозволяють, наприклад, спочатку перейти до спрощеного, що допускає точний аналітичний розв'язок, рівнянню об'єкта, для якого потім знайти дробово-раціональне наближення його передатної функції, що визначає результуюче наближення опису вихідної моделі об'єкта у вигляді типових моделей ОЗП.

Одним з найбільш ефективних методів побудови спрощеної математичної моделі ОРП є метод розділення змінних (метод Фур'є) [19–22], що передбачає представлення функції декількох змінних (часу і просторових координат) у формі нескінченного ряду, кожний член якого являє собою добуток двох функцій однієї змінної — часу та просторової координати:

$$T(\xi, t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) \varphi_i(\xi), \quad (1)$$

де апіорі невідомі функції  $a_i(t)$  та  $\varphi_i(\xi)$  мають бути вибрані таким чином, щоб керована змінна  $T(\xi, t)$  задовольняла граничним умовам задачі.

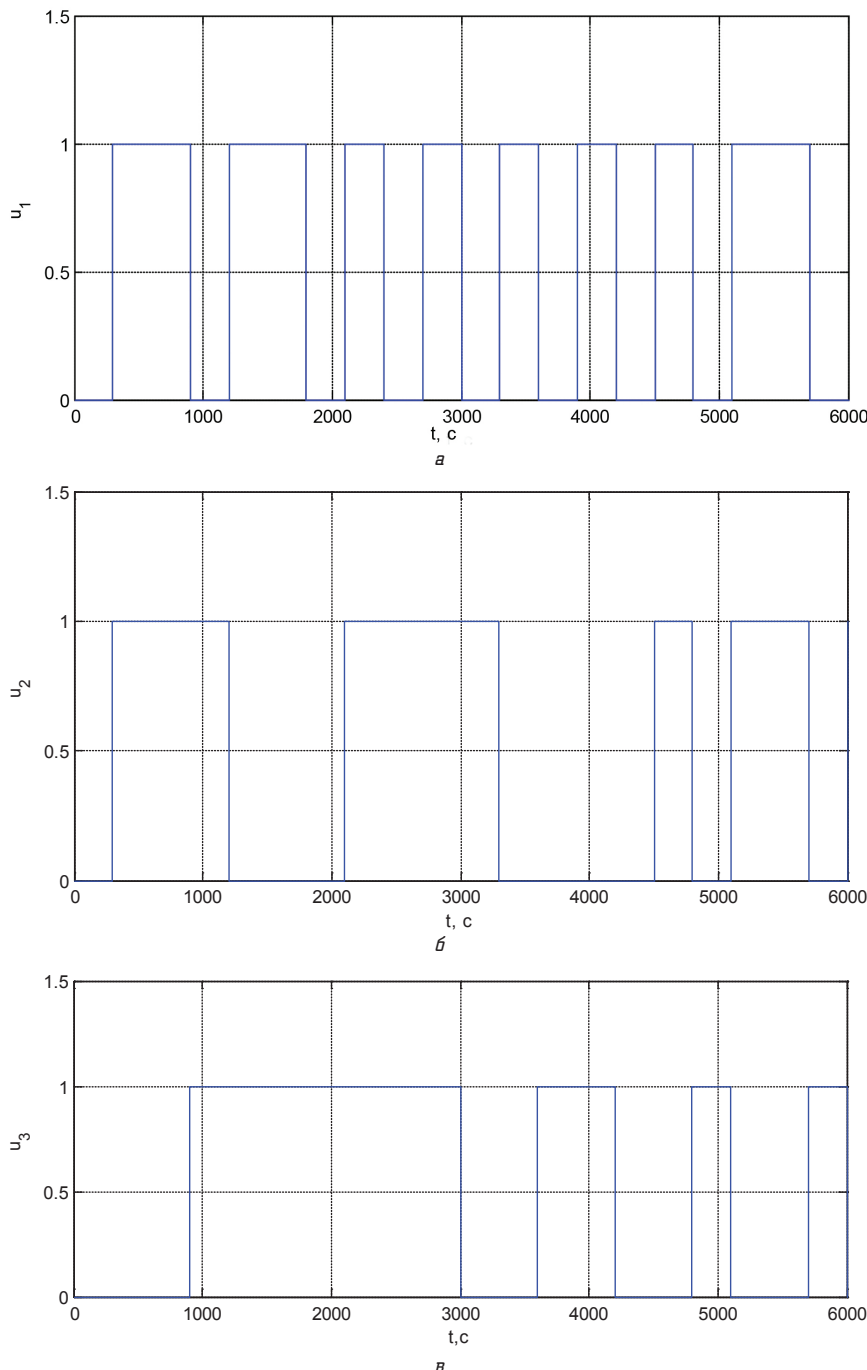
На практиці ряд (1) обмежують  $n$  членами:

$$\hat{T}(\xi, t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) \varphi_i(\xi), \quad (2)$$

і тоді задача апроксимації зводиться до визначення невідомих функцій  $a_i(t)$  та  $\varphi_i(\xi)$  із умови мінімізації певного функціонала похибки апроксимації та дослідженню збіжності  $\hat{T}(\xi, t)$  до  $T(\xi, t)$  при  $n \rightarrow \infty$ .

**5. Матеріали та методи дослідження**

Спрощення математичної моделі процесу формування вуглецевих виробів полягає у апроксимації результатів розрахунків за початковою складною моделлю менш складною моделлю (моделлю із меншою кількістю рівнянь). Таким чином, для проведення апроксимації спочатку треба розрахувати змінні  $T(\xi, t)$  (зразки) при різних значеннях вхідних змінних  $u(t)$  за допомогою початкової математичної моделі. Для формування більш представницьких зразків доцільно сигнал  $u(t)$  вибрати у вигляді послідовності псевдовипадкових двійкових сигналів [20]. Використані у даній роботі сигнали показані на рис. 2.



**Рис. 2.** Графіки зміни сигналів керування: потужність  $u_1$  індуктора формувальної (а) та  $u_2$  калібрувальної (б) зон; потужність  $u_3$  на свічки додаткового нагрівання (в)

Отримані у результаті розрахунків зразки представлені у вигляді матриці:

$$T_{\text{зраз}}(k) := \begin{bmatrix} \tilde{T}(\xi_1, t_1) & \tilde{T}(\xi_1, t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_1, t_K) \\ \tilde{T}(\xi_2, t_1) & \tilde{T}(\xi_2, t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_2, t_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{T}(\xi_N, t_1) & \tilde{T}(\xi_N, t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_N, t_K) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Ці дані по суті є рядом полів просторових змінних, що складаються з  $N$  точок, розрахованих для  $K$  моментів часу, які містять у собі інформацію щодо динаміки досліджуваного об'єкту.

Розрахунок розподілених у просторі змінних, що визначають стан досліджуваного процесу, здійснюється за формулою (2). Змінні  $T(\xi, t)$  виражаються у вигляді ряду ортонормованих базисних векторів (БВ)  $\varphi_i(\xi)$  координати  $\xi$ , кожна з яких помножена на функцію часу  $a_i(t)$  (коефіцієнти Фур'є).

Позначимо:

$$a(k) := \text{col} \{a_i(t_k)\}_{i=1}^N, \quad (4)$$

$$T(k) := \text{col} \{\tilde{T}(\xi_l, t_k)\}_{l=1}^N, \quad (5)$$

$$\varphi_i := \text{col} \{\tilde{\varphi}_i(\xi_l)\}_{l=1}^N$$

та  $\Phi := (\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_N)$ . (6)

Із урахуванням цього рівняння (2) можна записати так:

$$T(k) = \Phi a(k). \quad (7)$$

Оскільки стовпчики  $\Phi$  формують ортонормований базис, то матриця  $\Phi$  є ортогональною, що означає  $\Phi^T \Phi = I_N$ , де  $I_N$  — одинична матриця  $N \times N$ .

Для побудови спрощеної моделі (2) потрібно визначити БВ та коефіцієнти Фур'є. БВ  $\varphi_i(\xi)$  розраховуються із даних, що сформували матрицю (3). Після цього, рівняння моделі мають бути перетворені на залежність між входами моделі  $u(t)$  і коефіцієнтами Фур'є  $\{a_i(t)\}_{i=1}^n$ . На цьому етапі застосовуються алгоритми системної ідентифікації [21].

У подальшому всі потрібні розрахунки були проведені, користуючись програмними пакетами Identification Toolbox, Simulink та програмними засобами Matlab [22].

**6. Результати дослідження**

**6.1. Формування спрощеної математичної моделі.** Базис-вектори  $\varphi_i$  визначаються за допомогою роз-

кладу за сингулярними числами [23]. У табл. 1 наведені результати розрахунків для  $n = 1...9$ .

Таблиця 1

		Базис-вектори			
$\xi$	$n$	1	2	3	4
1	1	0,4841	0,4832	0,5139	0,5175
2	2	-0,5008	-0,4082	0,7568	0,0981
3	3	-0,0434	-0,4377	-0,3711	0,8178
4	4	0,7160	-0,6389	0,1593	-0,2315
5	5	$-8,877 \cdot 10^{-6}$	$7,134 \cdot 10^{-6}$	$-2,102 \cdot 10^{-6}$	$3,754 \cdot 10^{-6}$
6	6	$-2,714 \cdot 10^{-6}$	$2,540 \cdot 10^{-6}$	$1,732 \cdot 10^{-7}$	$-1,173 \cdot 10^{-8}$
7	7	$-3,689 \cdot 10^{-6}$	$2,753 \cdot 10^{-6}$	$-1,186 \cdot 10^{-6}$	$2,071 \cdot 10^{-6}$
8	8	$1,733 \cdot 10^{-6}$	$-2,153 \cdot 10^{-6}$	$5,688 \cdot 10^{-9}$	$3,457 \cdot 10^{-7}$
9	9	$-1,720 \cdot 10^{-6}$	$9,824 \cdot 10^{-7}$	$-7,737 \cdot 10^{-7}$	$1,508 \cdot 10^{-6}$

Надалі визначаються коефіцієнти  $\alpha_i(t)$  з рівняння:

$$A = [a(1) \ a(2) \ \dots \ a(K)] = \$^T T,$$

де  $\Phi$  – матриця, що складається з базис-векторів. Результати розрахунку представлені у табл. 2.

За отриманими даними обчислені середньоквадратичні похибки апроксимації для спрощених моделей різних структур (рис. 3).

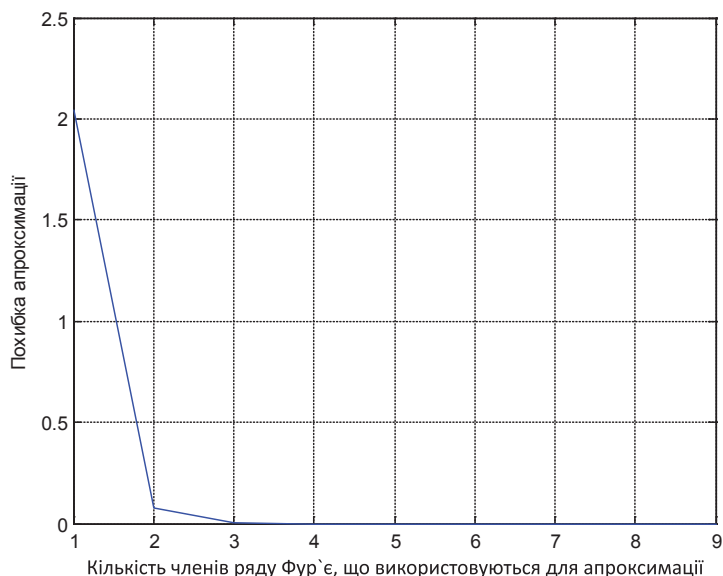


Рис. 3. Залежність похибки апроксимації від числа членів ряду (2)

З рис. 3 видно, що середньоквадратична похибка апроксимації для спрощених моделей з  $n \geq 4$  практично дорівнює нулю, тому у подальших дослідженнях будемо розглядати тільки моделі з  $n \leq 4$ .

Тепер необхідно побудувати математичну модель, яка зв'яже керування з коефіцієнтами Фур'є  $\alpha_i(t)$ . Для цього скористаємось моделлю авторегресії-ковзного середнього [24]:

Таблиця 2

Значення коефіцієнтів  $\alpha_i(t)$ 

$n$	$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	259,175	2,205	-0,749	0,031	$2,538 \cdot 10^{-6}$	$6,43 \cdot 10^{-7}$	$6,27 \cdot 10^{-6}$	$-5,67 \cdot 10^{-6}$	$5,50 \cdot 10^{-6}$
2	2	259,283	2,643	-0,406	0,011	$3,304 \cdot 10^{-6}$	$5,45 \cdot 10^{-7}$	$1,11 \cdot 10^{-6}$	$-5,31 \cdot 10^{-6}$	$5,96 \cdot 10^{-6}$
3	3	259,282	2,779	0,088	-0,045	$4,58 \cdot 10^{-6}$	$2,81 \cdot 10^{-7}$	$1,94 \cdot 10^{-6}$	$-4,88 \cdot 10^{-6}$	$6,67 \cdot 10^{-6}$
4	4	259,620	2,226	0,315	-0,066	$4,93 \cdot 10^{-6}$	$-1,36 \cdot 10^{-6}$	$2,29 \cdot 10^{-6}$	$-4,71 \cdot 10^{-6}$	$6,98 \cdot 10^{-6}$
5	5	259,962	1,509	0,391	-0,052	$4,62 \cdot 10^{-6}$	$-5,94 \cdot 10^{-7}$	$2,28 \cdot 10^{-6}$	$-4,62 \cdot 10^{-6}$	$7,03 \cdot 10^{-6}$
6	6	260,224	0,877	0,365	-0,015	$3,95 \cdot 10^{-6}$	$-9,86 \cdot 10^{-7}$	$2,05 \cdot 10^{-6}$	$-4,59 \cdot 10^{-6}$	$6,90 \cdot 10^{-6}$
7	7	260,391	0,364	0,270	0,032	$3,11 \cdot 10^{-6}$	$-1,28 \cdot 10^{-6}$	$1,69 \cdot 10^{-6}$	$-4,61 \cdot 10^{-6}$	$6,67 \cdot 10^{-6}$
8	8	260,484	-0,046	0,136	0,079	$2,26 \cdot 10^{-6}$	$-1,49 \cdot 10^{-6}$	$1,29 \cdot 10^{-6}$	$-4,67 \cdot 10^{-6}$	$6,40 \cdot 10^{-6}$
9	9	260,525	-0,402	0,002	0,114	$1,58 \cdot 10^{-6}$	$-1,63 \cdot 10^{-6}$	$9,60 \cdot 10^{-7}$	$-4,75 \cdot 10^{-6}$	$6,16 \cdot 10^{-6}$
10	10	260,547	-0,723	-0,113	0,132	$1,13 \cdot 10^{-6}$	$-1,72 \cdot 10^{-6}$	$7,32 \cdot 10^{-7}$	$-4,85 \cdot 10^{-6}$	$5,97 \cdot 10^{-6}$
11	11	260,119	-0,608	0,030	0,104	$1,65 \cdot 10^{-6}$	$-1,72 \cdot 10^{-6}$	$1,03 \cdot 10^{-6}$	$-4,75 \cdot 10^{-6}$	$6,20 \cdot 10^{-6}$
12	12	259,637	-0,432	0,217	0,054	$2,52 \cdot 10^{-6}$	$-1,66 \cdot 10^{-6}$	$1,49 \cdot 10^{-6}$	$-4,64 \cdot 10^{-6}$	$6,52 \cdot 10^{-6}$
13	13	259,661	-0,752	0,135	0,027	$2,66 \cdot 10^{-6}$	$-1,62 \cdot 10^{-6}$	$1,53 \cdot 10^{-6}$	$-4,82 \cdot 10^{-6}$	$6,48 \cdot 10^{-6}$
14	14	259,777	-1,185	-0,033	0,019	$2,44 \cdot 10^{-6}$	$-1,61 \cdot 10^{-6}$	$1,37 \cdot 10^{-6}$	$-5,06 \cdot 10^{-6}$	$6,30 \cdot 10^{-6}$
15	15	259,359	-1,161	0,009	-0,008	$2,82 \cdot 10^{-6}$	$-1,55 \cdot 10^{-6}$	$1,56 \cdot 10^{-6}$	$-5,07 \cdot 10^{-6}$	$6,40 \cdot 10^{-6}$
16	16	258,808	-1,019	0,082	-0,042	$3,35 \cdot 10^{-6}$	$-1,44 \cdot 10^{-6}$	$1,81 \cdot 10^{-6}$	$-5,05 \cdot 10^{-6}$	$6,56 \cdot 10^{-6}$
17	17	258,726	-1,323	-0,100	-0,047	$3,11 \cdot 10^{-6}$	$-1,36 \cdot 10^{-6}$	$1,63 \cdot 10^{-6}$	$-5,29 \cdot 10^{-6}$	$6,35 \cdot 10^{-6}$
18	18	258,302	-1,281	-0,104	-0,063	$3,31 \cdot 10^{-6}$	$-1,28 \cdot 10^{-6}$	$1,70 \cdot 10^{-6}$	$-5,33 \cdot 10^{-6}$	$6,37 \cdot 10^{-6}$
19	19	257,845	-1,106	-0,060	-0,087	$3,70 \cdot 10^{-6}$	$-1,16 \cdot 10^{-6}$	$1,87 \cdot 10^{-6}$	$-5,32 \cdot 10^{-6}$	$6,47 \cdot 10^{-6}$
20	20	257,924	-1,340	-0,251	-0,083	$3,37 \cdot 10^{-6}$	$-1,08 \cdot 10^{-6}$	$1,64 \cdot 10^{-6}$	$-5,54 \cdot 10^{-6}$	$6,23 \cdot 10^{-6}$
21	21	257,670	-1,252	-0,231	-0,100	$3,62 \cdot 10^{-6}$	$-9,99 \cdot 10^{-7}$	$1,75 \cdot 10^{-6}$	$-5,55 \cdot 10^{-6}$	$6,29 \cdot 10^{-6}$

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_ny(t-na) = b_1u(t-nk) + \dots + b_nu(t-nb-nk+1) + e(t),$$

коефіцієнти якої  $a_1 \dots a_n$  обчислюються у результаті параметричної ідентифікації [25] при подачі на вхід моделі сигналів, зображених на рис. 2.

Для знаходження оптимальної структури даної моделі, що визначається параметрами  $na$ ,  $nb$ ,  $nk$ , було проведене спеціальне дослідження, деякі результати якого представлені у табл. 3.

Таблиця 3

Дослідження структури моделі ідентифікації

$n$	$na$	$nb$	$nk$	Точність моделі, %
1	1	5	0	99,86
2	3	2	5	97,54
3	3	2	4	97,20
4	1	2	1	88,31

Точність моделі у відсотках наведена у табл. 3, розраховувалась за формулою:

$$100(1 - |T - \bar{T}|) / T.$$

Час розрахунку отриманих спрощених математичних моделей різних структур практично наближається до нуля, що задовольняє поставлений у дослідженні запит. Тепер потрібно дослідити їх відповідність складній математичній моделі щодо їх точності.

**6.2. Дослідження точності спрощених математичних моделей процесу формування вуглецевих виробів.** Дослідження точності спрощених моделей (рис. 4) проводилось шляхом порівняння значень температур, розрахованих за цими моделями, з температурами, обчисленими за початковою складною моделлю, які у даному випадку розглядаються як експериментальні дані і позначені «Exp».

Середньоквадратичні похибки апроксимації для спрощених моделей різних структур представлені у табл. 4.

Як видно з рис. 4, крім спрощеної моделі з  $n = 1$  решта моделей практично задовольняє вимогам точності апроксимації.

Найкращі результати дає модель з  $n = 3$ , яку і будемо використовувати у подальших дослідженнях як спрощену математичну модель процесу формування вуглецевих виробів.

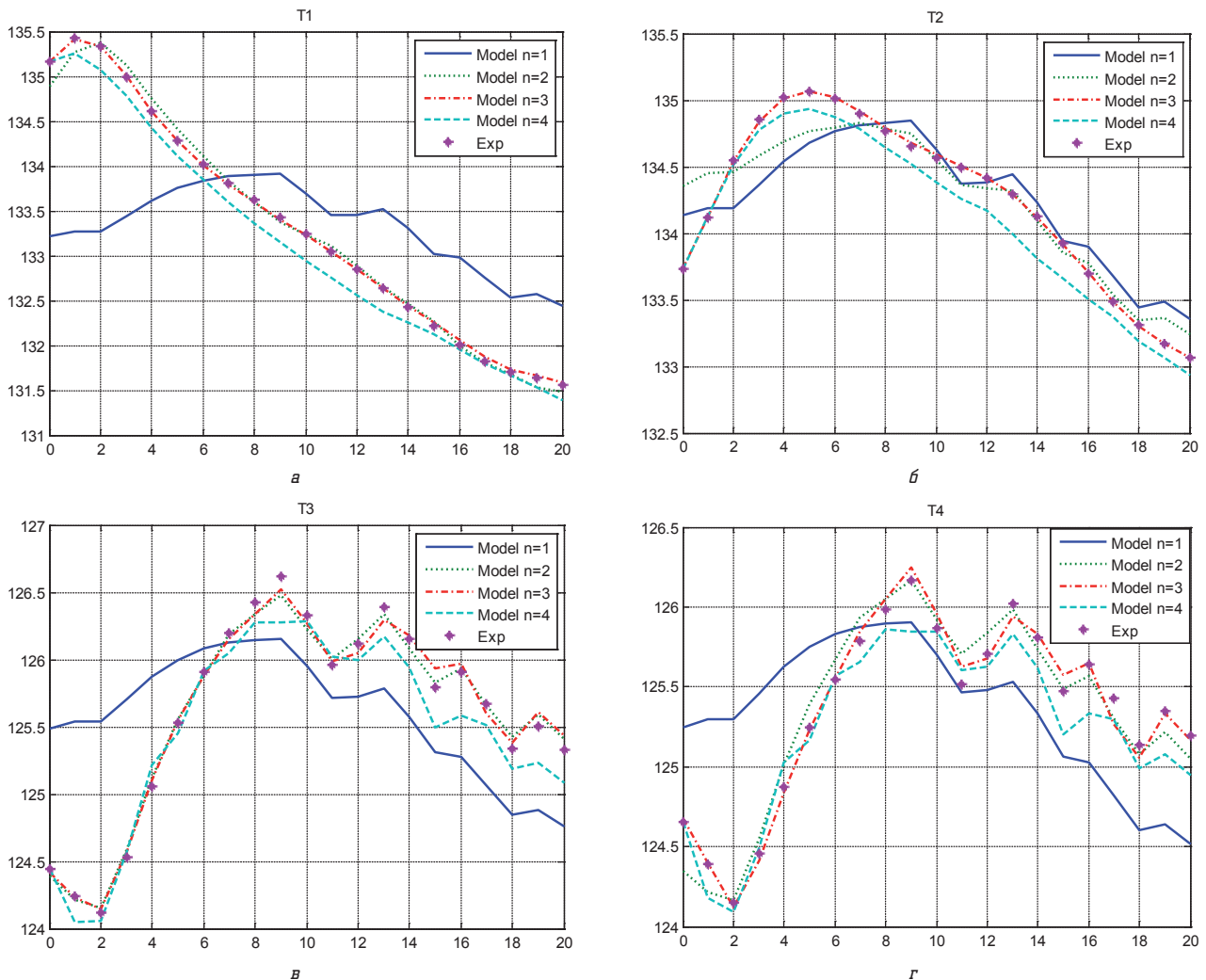


Рис. 4. Порівняння розрахованих за спрощеними моделями температур з експериментальними даними для температур: а — T1; б — T2; в — T3; г — T4

Таблиця 4  
Середньоквадратичні похибки апроксимації

$n$	1	2	3	4
Похибка	2,0406	0,0758	0,0096	0,1338

## 7. SWOT-аналіз результатів дослідження

У даній роботі розв'язана задача побудови спрощеної математичної моделі процесу формування вуглецевих виробів, яка відрізняється від відомих моделей практично нульовим часом її розрахунку. Проведене дослідження альтернативних спрощених моделей дозволило вибрати модель оптимальної структури, яка по точності у достатній мірі наближена до початкової складної математичної моделі. Розроблена спрощена математична модель надає можливість підвищити ефективність дослідження температурного режиму процесу формування вуглецевих виробів за рахунок скорочення часу дослідження, визначити температури у будь-якій точці процесу, навіть там, де немає вимірювальних пристроїв.

До недоліків створеної спрощеної математичної моделі можна віднести той факт, що така модель лише намагається відтворити динаміку складної моделі процесу формування і фізичної суті не несе, тому навіть при незначній зміні деякого параметру складної моделі виникає необхідність розробки нової спрощеної моделі. Також, через особливості складної моделі, що використовувалась у проведених дослідженнях, не було проведено дослідження точності спрощеної моделі при високій частоті зміни вхідних сигналів.

Дана модель може бути використана для синтезу системи керування процесом, а також у складі системи керування реальним часом, що становить предмет подальших досліджень.

## 8. Висновки

1. Здійснено системний аналіз запропонованих методів спрощення математичних моделей з літературних даних [5–8, 11–18] в результаті якого для розробки спрощеної моделі процесу формування вуглецевих виробів було обрано метод Фур'є.

2. Розроблено спрощені моделі процесу з різною структурою, яка змінюється у залежності від кількості членів ряду та параметрів  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_k$ . Різні структури моделей за результатами розрахунків мають різні значення середньоквадратичної похибки апроксимації, які наведені у табл. 4. Їх час розрахунку наближається до нуля за рахунок точності моделі, що відповідає поставленим вимогам. Дана модель може бути використана для синтезу системи керування процесом, а також у складі системи керування реальним часом.

3. Проведено дослідження точності отриманих моделей. В результаті в якості оптимальної спрощеної моделі процесу формування вуглецевих виробів обрано модель з кількістю членів ряду  $n = 3$ , що мала найменшу серед всіх моделей середньоквадратичну похибку 0,0096.

## Література

1. Чалых, Е. Ф. Технология и оборудование электродных и электроугольных предприятий [Текст] / Е. Ф. Чалых. — М.: Металлургия, 1972. — 432 с.

2. Санников, А. К. Производство электродной продукции [Текст] / А. К. Санников, А. Б. Сомов, В. В. Ключников и др. — М.: Металлургия, 1985. — 129 с.

3. Aris, R. Mathematical Modelling Techniques [Text] / R. Aris. — New York: Dover, 1994. — 286 p. — ISBN 0-486-68131-9.

4. Bender, E. A. An Introduction to Mathematical Modelling [Text] / E. A. Bender. — New York: Dover, 2000. — 272 p. — ISBN 0-486-41180-X.

5. Лазарев, Т. В. Оценка коэффициента термического расширения при нагреве образцов углеродистого материала необожженных графитовых электродов [Текст] / Т. В. Лазарев, С. В. Лелека // Вісник НТУУ «КПІ». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. — 2011. — № 1 (7), додаток. — С. 55–57.

6. Zhou, Y. C. Rolling friction in the dynamic simulation of sandpile formation [Text] / Y. C. Zhou, B. D. Wright, R. Y. Yang, B. H. Xu, A. B. Yu // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. — 1999. — Vol. 269, № 2–4. — P. 536–553. doi:10.1016/s0378-4371(99)00183-1

7. Panov, E. N. Mathematical Model of Solid-Fuel Gasification in a Fluidized Bed [Text] / E. N. Panov, A. Ya. Karvatskii, T. B. Shilovich, T. B. Lazarev, A. S. Moroz // Chemical and Petroleum Engineering. — 2014. — Vol. 50, № 5–6. — P. 312–322. doi:10.1007/s10556-014-9900-3

8. Mitsoulis, E. Flows of Viscoplastic Materials: Models and Computations [Text] / E. Mitsoulis // Rheology Reviews. — 2007. — P. 135–178.

9. Карвацкий, А. Я. Теоретические и экспериментальные исследования теплоэлектрического и механического состояния высокотемпературных агрегатов [Текст]: моногр. / А. Я. Карвацкий, Е. Н. Панов, С. В. Кутузов и др. — К.: НТУУ «КПІ», 2012. — 356 с.

10. Жученко, О. А. Метод спрощення математичних моделей об'єктів керування із розподіленими параметрами [Текст] / О. А. Жученко, В. С. Цапар // Автоматизація технологічних і бізнес-процесів. — 2015. — Vol. 7, № 1. — С. 15–25. doi:10.15673/2312-3125.21/2015.42858

11. Шевяков, А. А. Управление тепловыми объектами с распределенными параметрами [Текст] / А. А. Шевяков, Р. В. Яковлева. — Москва: Энергоатомиздат, 1986. — 208 с.

12. Девятков, Б. Н. Теория и методы анализа управляемых распределенных процессов [Текст] / Б. Н. Девятков, Н. Д. Демиденко. — Новосибирск: Наука, 1983. — 271 с.

13. Бутковский, А. Г. Теория оптимального управления системы с распределенными параметрами [Текст] / А. Г. Бутковский. — Москва: Наука, 1965. — 474 с.

14. Васильева, А. Б. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений [Текст] / А. Б. Васильева, В. Ф. Бутузов. — Москва: Высшая школа, 1990. — 208 с.

15. Маковский, В. А. Динамика металлургических объектов с распределенными параметрами [Текст] / В. А. Маковский. — Москва: Металлургия, 1971. — 384 с.

16. Рей, У. Методы управления технологическими процессами [Текст] / У. Рей. — Москва: Мир, 1983. — 368 с.

17. Чермак, И. Динамика регулируемых систем в теплоэнергетике и химии [Текст] / И. Чермак, В. Паперка, И. Заворка. — Москва: Мир, 1972. — 623 с.

18. Шевяков, А. А. Инженерные методы расчета динамики теплообменных аппаратов [Текст] / А. А. Шевяков, Р. В. Яковлева. — Москва: Машиностроение, 1968. — 314 с.

19. Рапопорт, Э. Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами [Текст] / Э. Я. Рапопорт. — Москва: Высшая школа, 2003. — 239 с.

20. Кошляков, Н. С. Уравнения в частных производных математической физики [Текст] / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. — Москва: Наука, 1970. — 712 с.

21. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики [Текст] / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — Москва: Наука, 1966. — 735 с.

22. Gilat, A. MATLAB: An Introduction with Applications [Text] / A. Gilat. — Ed. 3. — JohnWiley & Sons, 2008. — 384 p. — ISBN 978-0-470-10877-2.

23. Бідюк, П. І. Методи прогнозування [Текст] / П. І. Бідюк, О. С. Меньяйленко, О. В. Половцев. — Луганськ: Альма-матер, 2008. — 308 с.

24. Box, G. E. P. Time Series Analysis [Text] / G. E. P. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel. — Ed. 4. — JohnWiley & Sons, 2013. — 756 p. doi:10.1002/9781118619193

25. Эйхофф, П. Основы идентификации систем управления: оценивание параметров и состояния [Текст] / П. Эйхофф. — М.: Мир, 1975. — 683 с.

#### РАЗРАБОТКА УПРОЩЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ УГЛЕРОДНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Разработана и исследована упрощенная математическая модель процесса формирования углеродных изделий, которая отличается от известных моделей практически нулевым временем ее расчета. Построенная упрощенная математическая модель позволяет повысить эффективность исследования температурного режима процесса формирования углеродных изделий за счет сокращения времени исследования, определять температуры в любой точке процесса.

**Ключевые слова:** углеродные изделия, формирования, математическая модель, температурный режим.

*Жученко Олексій Анатолійович, кандидат технічних наук, доцент, кафедра автоматизації хімічних виробництв, Національний*

*технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Україна, e-mail: azhuch@ukr.net. Хібеба Микола Григорович, аспірант, кафедра автоматизації хімічних виробництв, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Україна.*

*Жученко Алексей Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, кафедра автоматизации химических производств, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского», Украина. Хибоба Николай Григорьевич, аспирант, кафедра автоматизации химических производств, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского», Украина.*

*Zhuchenko Oleksii, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine, e-mail: azhuch@ukr.net.*

*Khibeba Mykola, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine*

УДК 678.027.3:621.3.084.2

DOI: 10.15587/2312-8372.2016.81236

Івіцький І. І.,  
Сокольський О. Л.,  
Куриленко В. М.

## МОДЕЛЮВАННЯ ВВЕДЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ДАТЧИКІВ У РОЗПЛАВ ПОЛІМЕРНОГО КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ

Проведено моделювання процесу введення інтелектуальних датчиків, що застосовуються для моніторингу відповідальних деталей та вузлів, зокрема їх напружено-деформованого стану, у розплав полімерного композиційного матеріалу під час екструзії. Встановлено оптимальні параметри математичної моделі, оптимальні конструктивні параметри та величини впливу технологічних параметрів процесу на глибину занурення датчиків у розплав.

**Ключові слова:** полімерний композиційний матеріал, екструзія, інтелектуальні датчики, інтелектуальні полімерні матеріали.

### 1. Вступ

Прогрес в різних областях техніки, і перш за все в авіакосмічній техніці, робототехніці, електроніці, медицині, пов'язаний з широким використанням наукоємних технологій і нових матеріалів. Одним з найважливіших напрямків розвитку цих сфер є розробка на основі досягнень наукомістких технологій матеріалів, здатних здійснювати моніторинг відповідальних деталей та вузлів, зокрема їх напружено-деформованого стану, за допомогою введення у матеріал інтелектуальних датчиків, сигнали з яких у вигляді зміни електричного або магнітного поля змінюються під дією деформацій та напружень і зчитуються спеціальним обладнанням. При створенні таких матеріалів у їх структуру можливе введення не лише датчиків, а й актуаторів, які можуть вносити в структуру матеріалу зміни на основі сигналів, отриманих від датчиків [1].

При введенні інтелектуальних датчиків важливо досягти високої точності введення на певну глибину готового виробу. Експериментальний ітераційний підбір

необхідних технологічних режимів для точного введення призводить до значного збільшення часу налаштування обладнання. Визначення технологічних параметрів при моделюванні дозволить значно зменшити час налаштування та введення у експлуатацію.

### 2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит

Об'єктом дослідження є процес введення інтелектуальних датчиків у розплав полімерного композиційного матеріалу під час екструзії.

За основу взятий пристрій введення інтелектуальних датчиків, описаний у праці [1]. Схема каналу, що використовувалася для моделювання процесу введення датчиків у розплав полімерного матеріалу, представлена на рис. 1.

Пристрій, схема якого зображена на рис. 1 працює наступним чином: необхідну кількість інтелектуальних датчиків вводять у невелику дозу полімерного матеріалу, після чого суміш подається у основний потік