

**Н.В. Кайдан**

кандидат фізико-математичних наук, доцент  
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»  
ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»  
<https://orcid.org/0000-0002-4184-8230>

**Д.О. Ковальов**

здобувач другого (магістерського) рівня вищої освіти  
ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»  
<https://orcid.org/0009-0002-5032-0275>

### **ВИКОРИСТАННЯ СКМ MAPLE ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»**

У статті продемонстровано ефективність використання системи комп'ютерної математики Maple для розв'язання задач лінійного програмування з дисципліни «Методи дослідження операцій». Використання Maple дозволяє автоматизувати рутинні обчислення, значно скорочуючи час на розв'язання задач і зменшуючи ризик помилок. Інтеграція чисельних методів, символічних обчислень та засобів графічної візуалізації створює зручне середовище для вирішення широкого спектра оптимізаційних задач.

**Ключові слова:** Maple, задачі лінійного програмування, методи дослідження операцій, системи комп'ютерної математики.

**N.V. Kaidan, D.O. Kovalov**

«Technical University «METINVEST POLYTECHNIC», METINVEST  
HOLDING LLC  
DSPU «Donbas State Pedagogical University»

### **THE USE OF THE MAPLE CMS IN SOLVING LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS IN THE METHODS OF OPERATIONS RESEARCH DISCIPLINE**

The article demonstrates the effectiveness of using the Maple computer mathematics system for solving linear programming problems in the «Methods of Operations Research» discipline. The use of Maple allows us to automatically perform routine calculations, significantly reducing the time required to solve problems and reducing the risk of errors. The integration of numerical methods, symbolic computing, and graphical visualization tools creates a convenient environment for solving a wide range of optimization problems.

**Keywords:** Maple, linear programming problems, methods of operations research, computer mathematics systems.

### **Постановка проблеми в загальному вигляді.**

У сучасних умовах дослідження операцій є ключовою складовою в управлінні ресурсами, логістиці, оптимізації виробничих процесів та інших сферах. Викладання цієї дисципліни і практичне застосування її методів вимагають інструментів, здатних об'єднати аналітичні, чисельні та графічні підходи для розв'язання задач. Існує проблема вибору ефективного програмного забезпечення, яке може задовольнити ці потреби і забезпечити автоматизацію процесу розв'язання складних математичних моделей.

Попри наявність різних математичних інструментів, таких як MATLAB, Mathematica, Python, їх використання вимагає значних знань програмування або додаткових бібліотек. У цьому контексті система комп'ютерної математики Maple виділяється своєю здатністю інтегрувати аналітичні обчислення, чисельні методи та інструменти для візуалізації у єдине середовище. Втім, існує недостатня кількість практичних рекомендацій щодо використання Maple для вирішення задач з дисципліни «Методи дослідження операцій». Це ускладнює її застосування у навчальному процесі та реальних дослідженнях.

Таким чином, виникає потреба дослідити можливості Maple для автоматизації розв'язання задач з дослідження операцій, демонструючи її переваги у побудові моделей, візуалізації та чисельному аналізі.

### **Аналіз досліджень і публікацій.**

Аналіз досліджень і публікацій на тему використання систем комп'ютерної математики (СКМ), зокрема Maple, для розв'язання задач дослідження операцій, показує, що ця галузь є актуальною, але недостатньо розробленою у практичному та методичному аспектах.

У науковій літературі значну увагу приділено використанню Maple у загальній математичній освіті та розв'язанні рівнянь, інтегралів, побудові графіків і виконанні символічних обчислень. Наприклад, І.А. Клеопа та Н.Б. Дубова розглядають актуальність використання математичного пакету Maple в освітньому процесі. Вони підкреслюють, що однією з проблем систематичного використання інформаційних технологій у навчанні вищої математики є дефіцит часу, і пропонують застосовувати інформаційні технології під час дистанційного навчання. Мультимедійні можливості Maple мають велике практичне значення з погляду візуалізації навчального матеріалу при інтерактивній дистанційній роботі зі студентами. [1, 3]

Автори дослідження «Математичне моделювання в системі комп'ютерної математики Maple, як засіб активізації пізнавальної діяльності студентів при вивченні диференціальних рівнянь», обговорюють можливість активізації пізнавальної діяльності студентів на заняттях з вищої математики шляхом математичного моделювання в Maple. Автори наводять приклади використання системи при вивченні диференціальних рівнянь, що сприяє кращому розумінню матеріалу студентами. [4]

Інша група дослідників, зокрема О.Ю. Чмир активно досліджує та застосовує систему комп'ютерної математики Maple у своїй науковій діяльності. Вона є автором низки публікацій, присвячених використанню Maple для розв'язання різних математичних задач. Зокрема, у співпраці з О.О. Карабин опубліковано дослідження «Використання пакету Maple на заняттях з дослідження операцій на прикладі задачі

оптимізації», що демонструє ефективність Maple у розв'язанні задач лінійного програмування. [5]

Таким чином, аналіз літератури демонструє, що хоча Maple має значний потенціал для автоматизації та вдосконалення задач дослідження операцій, існує необхідність у більш детальних дослідженнях практичних аспектів його застосування.

**Формулювання мети статті.** Мета статті полягає у дослідженні можливостей використання системи комп'ютерної математики Maple для розв'язання задач з дисципліни «Методи дослідження операцій». Це включає аналіз функціональних можливостей Maple, її переваг і обмежень при застосуванні до різних типів задач, розробку практичних рекомендацій для автоматизації обчислень та інтеграцію чисельних, аналітичних і графічних методів у процес вирішення оптимізаційних задач. Додатково мета передбачає демонстрацію ефективності Maple у навчальному процесі, через створення інтерактивних середовищ для студентів та прикладних рішень для реальних задач дослідження операцій.

#### **Виклад основного матеріалу.**

Система комп'ютерної математики (СКМ) Maple є потужним інструментом для автоматизації обчислень і вирішення задач з дисципліни «Методи дослідження операцій». Її функціональні можливості дозволяють реалізовувати як аналітичні, так і чисельні підходи, що робить Maple універсальним засобом для роботи з оптимізаційними моделями різної складності.

Maple має широкий набір вбудованих функцій, що дозволяють автоматизувати процес розв'язання класичних задач дослідження операцій. До них належать:

- Лінійне програмування (симплекс-метод, методи гілок і меж).
- Транспортна задача з автоматичним підрахунком витрат і побудовою оптимального плану перевезень.
- Задача призначення, яка вирішується за допомогою угорського методу.
- Багатовимірною оптимізація (методи градієнтного спуску, Ньютона та інші).

Для задач лінійного програмування Maple пропонує функцію Optimization:-LPSolve, яка реалізує симплекс-метод для знаходження екстремуму лінійної цільової функції. [2] Для демонстрації її можливостей було вирішено задачу оптимізації прибутку за умов обмежень на ресурси.

```

Умова задачі: Компанія виготовляє два види продукції: продукцію  $X_1$  та  $X_2$ .
Вартість продажу одиниці продукції становить 4 долари для  $X_1$  та 3 долари для  $X_2$ .
Метою компанії є максимізація доходу, який обчислюється за формулою:

$$Z = 4X_1 + 3X_2,$$

де  $X_1$  і  $X_2$  — кількість одиниць продукції першого та другого виду, відповідно.
Для виробництва кожного виду продукції використовуються обмежені ресурси:
Ресурс А: на виробництво однієї одиниці  $X_1$  витрачається 2 одиниці ресурсу, а на  $X_2$  — 1
одиниця. Загальний запас ресурсу А становить 8 одиниць;
Ресурс В: на виробництво однієї одиниці  $X_1$  витрачається 1 одиниця ресурсу, а на  $X_2$  — 2
одиниці. Загальний запас ресурсу В становить 10 одиниць;
Робочий час: на виробництво однієї одиниці  $X_1$  і  $X_2$  витрачається по 1 годині.
Максимально доступний робочий час становить 6 годин;
Також вироблена кількість продукції не може бути від'ємною.

Розв'язання :
with(Optimization) : # Завантаження пакету Optimization
Objective := 4*X[1] + 3*X[2]; # Опис цільової функції
Constraints := [
  2*X[1] + X[2] ≤ 8,
  X[1] + 2*X[2] ≤ 10,
  X[1] + X[2] ≤ 6,
  X[1] ≥ 0,
  X[2] ≥ 0
]; # Опис обмежень
Solution := LPSolve(Objective, Constraints, maximize); # Розв'язання задачі
evalf(Solution, 2); # Виведення результату із двома знаками після коми

[20., [X1 = 2., X2 = 4.0]] (1)

Поелементний вивід результату :
OptimalVariables := Solution[2]; # Другий елемент списку - значення X[1] та X[2]
X1_value := evalf(OptimalVariables[1], 2); # Значення X[1] із двома знаками після коми
X2_value := evalf(OptimalVariables[2], 2); # Значення X[2] із двома знаками після коми
X1_value, X2_value;

X1 = 2., X2 = 4.0 (2)

OptimalZ := evalf(Solution[1], 2); # Перший елемент списку - значення Z
Z := OptimalZ;

Z := 20. (3)

```

Рис. 1 Розв'язання задачі лінійного програмування у програмі Maple за допомогою пакету Optimization

При розв'язанні задачі були використані наступні функції:  
 with(Optimization): — завантажує модуль для роботи з оптимізацією.  
 Objective — задає цільову функцію.  
 Constraints — визначає систему обмежень задачі.

LPSolve — використовується для розв'язання задачі лінійного програмування.  
 Ключове слово maximize вказує, що потрібно максимізувати цільову функцію.

Solution — результат, який містить оптимальні значення змінних  $X_1$  і  $X_2$ , а також значення цільової функції.

Після виконання коду Maple виводить оптимальні значення  $X_1$  і  $X_2$ , які максимізують цільову функцію та максимальне значення функції Z (рис. 1).

Результат показав, що Maple ефективно знаходить оптимальне рішення та дозволяє змінювати параметри задачі в режимі реального часу.

Візуалізація в задачах лінійного програмування допомагає краще зрозуміти структуру задачі та проаналізувати взаємозв'язок між обмеженнями й цільовою функцією. Вона дозволяє побачити, як утворюється область допустимих рішень, визначити її форму та чітко зрозуміти, де знаходиться оптимальна точка. Це особливо корисно для перевірки правильності моделі, адже графік може швидко вказати на помилки в обмеженнях чи їх невідповідність реальній задачі.

Графічний аналіз дозволяє візуально спостерігати вплив зміни параметрів на рішення, що важливо для навчання і практичного застосування. Наприклад, побачити, як зміщення однієї межі змінює оптимальну точку або навіть робить задачу нерозв'язною. Це також ефективний спосіб пояснити результати тим, хто не має глибокого математичного досвіду, адже на графіку легко побачити, які обмеження є активними, а які не впливають на оптимальне рішення.

Візуалізація підвищує інтуїтивне розуміння задачі, особливо в двовимірних випадках, і сприяє кращому сприйняттю складних оптимізаційних процесів.

Для розглянутої задачі візуалізація і графічний аналіз полягали в наступному:

- Область допустимих рішень була визначена системою лінійних обмежень.
- Для побудови графіку області допустимих рішень у Maple використовувалась функція `inequal`. Ця функція дозволяє зафарбувати область, яка задовольняє всі обмеження.
- Для кожного обмеження були побудовані окремі прямі, які відображали межі області допустимих рішень. Для цього використовувалася функція `plot`, яка дозволила налаштувати колір, товщину і стиль ліній.
- Кожна межа була підписана, щоб ідентифікувати її на графіку. Для цього використовувалася функція `textplot`, яка додавала текстові підписи у вигляді формул. Текстові підписи розташовувалися в зручних координатах, що узгоджувались із графіком, і були забарвлені в ті ж кольори, що й відповідні лінії.
- Функція `display` була використана для поєднання зафарбованої області, меж і підписів у єдиний графік. Це дозволило створити наочний графік, який чітко показує область допустимих рішень та взаємодію між обмеженнями.

Побудована область допустимих рішень дозволила визначити, які точки відповідають виконанню всіх обмежень. Графік чітко ілюстрував, що область є опуклою, що узгоджується з властивостями задачі лінійного програмування (рис.2).

Цільова функція  $Z = 4X_1 + 3X_2$  була графічно проаналізована у відповідності до побудованої області. Лінія рівня цільової функції, яка відповідає максимальному значенню  $Z$ , була знайдена на межі області допустимих рішень, що підтверджує теоретичний результат оптимізації. Графічний аналіз дозволив візуально підтвердити координати оптимальної точки  $(X_1, X_2)$ , отримані чисельно.

*Область допустимих рішень можна зобразити графічно :*

```
with(plots):
area := inequal(
  [2*X[1] + X[2] ≤ 8,
   X[1] + 2*X[2] ≤ 10,
   X[1] + X[2] ≤ 6,
   X[1] ≥ 0,
   X[2] ≥ 0],
  X[1]=0..8,
  X[2]=0..8,
  color=ColorTools:-Color([8,69,126])
):
# Побудова меж як окремих ліній
boundary1 := plot(8 - 2*X[1], X[1]=0..8, color=ColorTools:-Color([8,69,126]), thickness=2):
boundary2 := plot((10 - X[1])/2, X[1]=0..8, color=ColorTools:-Color([227,38,54]), thickness=2, linestyle=dash):
boundary3 := plot(6 - X[1], X[1]=0..8, color=ColorTools:-Color([123,160,91]), thickness=2, linestyle=dot):
# Додавання текстових підписів до прямих
label1 := textplot([4.5, 5, "2X[1] + X[2] = 8"], align={above, left}, font=[Times, Italic, 12], color=ColorTools:-Color([8,69,126])):
label2 := textplot([3, 4, "X[1] + 2X[2] = 10"], align={below, right}, font=[Times, Italic, 12], color=ColorTools:-Color([227,38,54])):
label3 := textplot([8, 0.5, "X[1] + X[2] = 6"], align={above, left}, font=[Times, Italic, 12], color=ColorTools:-Color([123,160,91])):
# Відображення області та меж
display([area, boundary1, boundary2, boundary3, label1, label2, label3]);
```

*# Завантаження пакету plots  
# Графік області допустимих рішень*

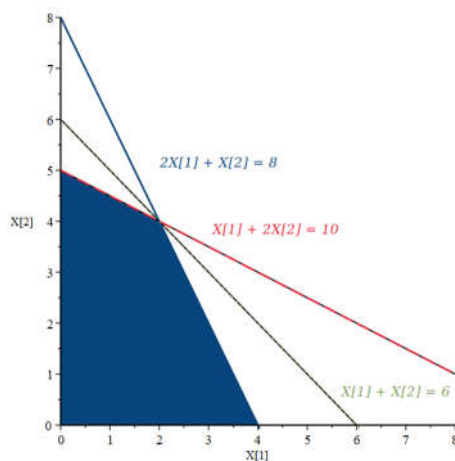


Рис. 2 Розв'язання задачі лінійного програмування у програмі Maple за допомогою пакету plots

Таким чином, Maple має значний потенціал для автоматизації навчання студентів. Створені інтерактивні шаблони дозволяють студентам вводити дані задачі, виконувати кроки оптимізаційного процесу, спостерігати за змінами результатів у залежності від параметрів та одразу отримувати графічні інтерпретації рішень. Такі інструменти спрощують викладання складних тем, таких як методи потенціалів, динамічне програмування чи імітаційне моделювання.

Таким чином, Maple є універсальним інструментом для автоматизації розв'язання задач дослідження операцій, який поєднує потужні чисельні методи, аналітичний підхід та інтерактивну візуалізацію результатів. Його впровадження у навчальний процес і реальні дослідження дозволяє значно підвищити ефективність розв'язання складних математичних задач.

#### **Висновки та перспективи подальших досліджень у цьому напрямі.**

Система комп'ютерної математики Maple продемонструвала свою ефективність як інструмент для розв'язання задач лінійного програмування з дисципліни «Методи дослідження операцій». Використання Maple забезпечує точність, швидкість і зручність у роботі з оптимізаційними задачами, завдяки інтеграції аналітичних, чисельних і графічних методів.

Maple дозволяє автоматизувати процес розв'язання задач, починаючи від постановки моделі (цільова функція та обмеження) до отримання оптимального рішення. Функція LPSolve спрощує реалізацію класичних алгоритмів, таких як симплекс-метод, забезпечуючи швидке отримання результатів. Окрім цього, система дозволяє легко візуалізувати область допустимих рішень, що є важливим елементом аналізу задач.

Разом із тим, використання Maple у навчанні дисципліни «Методи дослідження операцій» сприяє:

- глибшому розумінню студентами структури задач лінійного програмування;
- практичному засвоєнню теоретичних концепцій;
- розвитку навичок моделювання реальних прикладних задач.

Подальшим напрямком дослідження є розробка інтерактивних шаблонів у Maple, які автоматизуватимуть навчальний процес, зокрема розв'язання задач і пояснення алгоритмів та методів дослідження операцій. Такий підхід дозволить студентам не лише отримувати готові результати, а й глибше розуміти кожен етап

розв'язання, спостерігаючи за динамікою обчислень і аналізуючи вплив змінних параметрів. Додатково, ці шаблони можуть стати платформою для порівняльного аналізу Maple з іншими програмними засобами, такими як MATLAB, Python та Wolfram Mathematica, що дозволить оцінити ефективність Maple у порівнянні з цими платформами в контексті конкретних класів задач. Таке дослідження сприятиме визначенню сильних і слабких сторін Maple, а також адаптації методів дослідження операцій до різних інструментів для максимального залучення їхнього потенціалу у навчанні та практичній діяльності.

### Список використаних джерел

1. Kaidan N. The use of MAPLE CMS in the course of studying the discipline «higher and discrete mathematics» by students of economic specialties. *Міжнародна науково-технічна конференція «MININGMETALTECH 2023 – Гірничо-металургійний комплекс: інтеграція бізнесу, технологій та освіти»*. 2023. С.243-245
2. Maple : веб-сайт. URL: <https://www.maplesoft.com/products/Maple/> (дата звернення: 15.11.2024).
3. Клеопа І.А., Дубова Н.Б. Застосування системи MAPLE при вивченні вищої математики для студентів технічного ЗВО. *Матеріали Міжнародної науково-методичної Інтернет-конференції «Проблеми вищої математичної освіти: виклики сучасності»*. Вінниця. 2022. URL: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/pmovc22/paper/view/16230>. (дата звернення: 15.11.2024)
4. Ковальчук М.Б., Сачанюк-Кавецька Н.В. Математичне моделювання в системі комп'ютерної математики Maple, як засіб активізації пізнавальної діяльності студентів при вивченні диференційних рівнянь. *Матеріали Міжнародної науково-методичної Інтернет-конференції «Проблеми вищої математичної освіти: виклики сучасності (2020)»*. Вінниця. 2020. URL: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/pmovc20/paper/view/10419>. (дата звернення: 15.11.2024)
5. Чмир О.Ю., Карабин О.О. Використання пакету Maple на заняттях з дослідження операцій на прикладі задачі оптимізації. *Сучасна освіта – доступність, якість, визнання: збірник наукових праць міжнародної науково-методичної конференції*. Краматорськ. 2018. С. 261-263.

kaydannv@gmail.com  
danilkovalev764@gmail.com