

**МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ  
УЗАГАЛЬНЕНОЇ ПОМПОВОЇ СТАНЦІЇ  
З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ВІДЦЕНТРОВИХ ПОМП**

На основі системного підходу та принципу електрогідродинамічної аналогії створено формалізовану математичну модель узагальненої системи асинхронних відцентрових помпових агрегатів багатоагрегатної помпової станції з асинхронним електроприводом відцентрових pomp. Одержану математичну модель верифіковано шляхом її адаптації до помпової станції заданої конфігурації. Проведено комп'ютерне симулювання ряду оперативних та аварійних режимів роботи помпової станції з чотирма гідравлічно з'єднаними помпами. Запропоновано сферу використання та шляхи вдосконалення розробленої моделі, а також напрямки подальших досліджень.

**Ключові слова:** асинхронний двигун, відцентрова помпа, математична модель, трубопровід, помпова станція.

**V.H. Lysiak. Modeling of dynamic modes of a generalized pumping station with an asynchronous electric drive of centrifugal pumps.** Transportation of large volumes of liquid to distribution pipelines is provided by transit facilities - main pipelines and pumping stations, which consume significant amounts of electricity and are of strategic importance. The requirements for continuity, reliability, safety, fault finding, and diagnosis of existing, as well as requirements for the design of new strategic objects, are usually regulated by national legislation. The possibility of conducting physical experiments to analyze the modes of operation of such complexes is significantly limited by the inadmissibility of interrupting their functioning, as well as technical and financial risks. The use of a hybrid model consisting of a digital model of the power equipment and a physical model of the control system makes it possible to solve this problem. In this work, attention is focused on the digital model of power equipment. Based on the system approach and the principle of electrohydrodynamic analogy, a formalized mathematical model of the generalized system of asynchronous centrifugal pump units of a multi-unit pumping station with asynchronous electric drive of centrifugal pumps was created. The use of the principle of electrohydraulic analogy made it possible to apply the basic principles of the theory of electric circuits to form the equations of the hydraulic subsystem. The achieved formalization makes it possible to automate the formation of equations to obtain a model of an object of a specific configuration. The use of pump parameters in the model, which depend on the geometry of the internal elements, the speed of the impeller, and the physical properties of the liquid, makes it possible to investigate the impact of emergency and operational deviations of the equipment characteristics on the operating modes both at the level of individual modules and at the level of the pumping station as a whole. The obtained mathematical model was verified by adapting it to the pumping station of the given configuration. A computer simulation of several operational and emergency modes of operation of a pumping station with four hydraulically connected pumps was carried out. The scope of use and ways of improving the developed model are proposed, as well as the direction of further research.

**Key words:** asynchronous motor, centrifugal pump, mathematical model, pipeline, pumping station.

\* канд. техн. наук, доцент, Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, ORCID: 0000-0002-8371-6455, [vladyslav.h.lysiak@lpnu.ua](mailto:vladyslav.h.lysiak@lpnu.ua)

**Постановка проблеми.** Транспортування великих обсягів рідини до розподільних трубопроводів (ТП) забезпечують транзитні об'єкти – магістральні ТП та помпові станції (ПС), які споживають значні обсяги електроенергії та мають стратегічне значення. Високий ККД сучасних відцентрових pomp (ВП) створює відчутний потенціал енергоефективності в нестационарних режимах. Потужна ПС магістрального нафто- чи водопроводу є складним технологічним комплексом, підсистеми якого нерозривно об'єднані єдиним технологічним процесом і функціонують як єдина система. Вимоги до безперервності, надійності, безпеки, дефектоскопії та діагностики існуючих, а також вимоги до проектування нових таких стратегічних об'єктів, як правило, регламентуються національним законодавством (наприклад, в Україні – [1]). Можливість проведення фізичних експериментів для аналізу режимів роботи таких комплексів суттєво обмежена неприпустимістю переривання їх функціонування, а також технічними та фінансовими ризиками. Використання гібридної моделі, що складається з цифрової моделі енергетичного обладнання та фізичної моделі системи управління, дозволяє вирішити цю проблему [2].

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Більшість робіт, в яких описано дослідження режимів роботи основного енергетичного обладнання ПС шляхом моделювання, можна розділити на чотири групи. Покажемо це на прикладі деяких публікацій. Перша з них характеризується поглибленим математичним описом лише гідравлічної [3], лише електромеханічної [4] або лише керуючої [5] підсистеми ПС або окремого асинхронного відцентрового помпового агрегату (АВПА), інша підсистема подана дуже спрощено. До цієї ж групи належать роботи з діагностики несправностей гідропідсистеми ПС на основі аналізу поведінки її електромагнітної підсистеми [6]. Використання такого підходу доцільно для вирішення обмеженої кількості вузьких задач. До другої групи робіт можна віднести імітаційні моделі [7], які корисні для розрахунку енергетичних показників режимів роботи, але не відображають фізичної природи процесів в жодній з підсистем ПС. Третя група робіт присвячена оптимізації загальних енергетичних показників режимів роботи окремих ПС і каскадів ПС [8]. Порівняльний ступінь деталізації математичного опису нерозривно поєднаних гідравлічної та електромеханічної підсистем ПС характеризує четверту групу ([9] і [10]). Це дає змогу досліджувати режими ПС з урахуванням взаємовпливу підсистем різної фізичної природи та параметрів їх внутрішніх елементів. Проте функціональні можливості моделі [9] обмежені можливістю дослідження динамічних режимів лише одноагрегатної ПС, а функціональні можливості моделі [10] багатоагрегатної ПС – можливістю дослідження лише усталених режимів.

**Метою даної роботи** є створення формалізованої математичної моделі узагальненої системи асинхронних відцентрових помпових агрегатів багатоагрегатної помпової станції з асинхронним електроприводом відцентрових pomp.

**Виклад основного матеріалу.** Схема з'єднань гідропідсистеми АВПА узагальненої багатоагрегатної ПС наведена на рис. 1. На цій схемі показані  $N_{ПС}$  агрегатів з комбінованим з'єднанням гідротрактів ВП. Агрегати, помпи яких з'єднані послідовно, об'єднуються в  $N$  груп. Гідротракти агрегатів усіх груп з'єднані паралельно одним загальним трубопроводом. Кожна з груп агрегатів, гідротракти яких з'єднані паралельно, включає різну кількість окремих агрегатів, гідротракти pomp яких з'єднані послідовно. Символ  $M_j$  вказує на загальну кількість pomp, з'єднаних послідовно гідротрактами в  $j$ -й групі ( $j = 1..N$  - порядковий номер групи). Для нумерації  $i$ -го окремого АВПА, асинхронного мотора (АМ), ВП в  $j$ -й групі використовується позначення  $i, j$ . Загальна кількість АВПА ПС становить:

$$N_{ПС} = \sum_{j=1}^N M_j \quad (1)$$

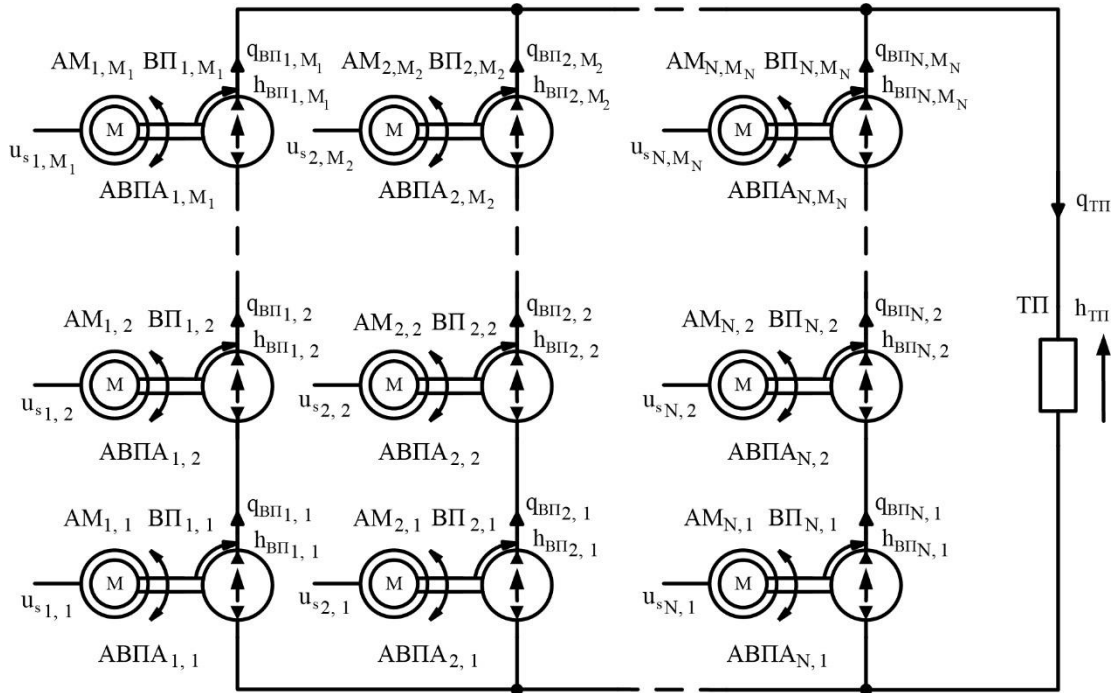


Рис. 1 – Схема з'єднань гідропідсистеми АВПА узагальненої багатоагрегатної ПС

Рівняння математичної моделі ВП записані на основі принципу електрогідродинамічної аналогії в системі обертових ортогональних  $d$ - $q$  координат, жорстко зв'язаних робочим колесом ВП (на основі розробок, наведених у [11] і [12]). У цій системі координат еквівалентні гідравлічні опори та індуктивності ВП мають постійне значення, а тиски та витрати робочої рідини є гармонійними функціями часу, що дозволяє використовувати апарат комплексної змінної. Фактичні миттєві значення тисків і витрат розраховуються як модулі відповідних комплексних величин. Параметри ВП ідентифікуються за геометричними розмірами її внутрішніх елементів з урахуванням впливу на параметри кінематичної в'язкості та густини робочої рідини. Рівняння математичної моделі насиченої асинхронної машини (АМ) з метою подібності запису формуються в тій же системі координат [13]. Насичення враховується за допомогою поліноміальної апроксимації статичної нелінійної індуктивної намагнічення магнітопроводу АМ. Двигун і помпа з'єднані повністю жорстким валом. ТП представлений у вигляді статичного протинапору, еквівалентних гідравлічного опору й індуктивності. У всіх рівняннях і виразах використовується система відносних одиниць; винятком є загальний момент інерції АВПА  $J_{\Sigma}$ ,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ , час  $t$ , с, а також базові величини [9], що позначаються символом « $b$ ».

Математична модель системи АВПА узагальненої багатоагрегатної ПС із комбінованим з'єднанням гідротрактів ВП представлена рівняннями (2)..(10). У цих рівняннях крапка над символами позначає комплексні змінні (координати  $d$ - $q$  відповідають дійсній та уявній частинам):

$$\frac{dQ_{i,j}}{dt} = P_{i,j} \times Q_{i,j} + P_{0,i,j} \cdot \dot{h}_{0,i,j} + U_{i,j}; \quad (2)$$

$$h_{ВПd,i,j} q_{33q,i,j} - h_{ВПq,i,j} q_{33d,i,j} = 0; \quad (3)$$

$$\dot{h}_{0,i,j} = H_{0ном,i,j} \left( \frac{\omega_b}{\omega_{ВПb,i,j}} \right) \omega_{r,i,j}^2 e^{j\omega_{ВПb,i,j} \omega_{r,i,j} t}; \quad (4)$$

$$\frac{d\omega_{r_{i,j}}}{dt} = \frac{1}{J_{\Sigma_{i,j}} \omega_{AMB_{i,j}}} \cdot \left[ M_{AMB_{i,j}} (\psi_{\delta_{i,j}} \dot{i}_{sq_{i,j}} - \psi_{\delta_{i,j}} \dot{i}_{sd_{i,j}}) - M_{ВПb_{i,j}} H_{0ном_{i,j}} \frac{\omega_{AMB_{i,j}}}{\omega_{ВПb_{i,j}}} \omega_{r_{i,j}} \times \right. \\ \left. \times \sqrt{(q_{11d_{i,j}} + q_{44d_{i,j}})^2 + (q_{11q_{i,j}} + q_{44q_{i,j}})^2} \right] \quad (5)$$

$$\left( \frac{Q_{ВПb_{i,j}}}{Q_b} \right)^2 (q_{33d_{i,j}}^2 + q_{33q_{i,j}}^2) = q_{33d_{i,j+1}}^2 + q_{33q_{i,j+1}}^2 \quad (6)$$

$$\left( \frac{H_{ВПb_{i,j}}}{H_b} \right)^2 (h_{ВПd_{i,j}}^2 + h_{ВПq_{i,j}}^2) = \left( \frac{H_{ВПb_{i,j}}}{H_b} \right)^2 (h_{ВПd_{i,j+1}}^2 + h_{ВПq_{i,j+1}}^2); \quad (7)$$

$$q_{ТП} = \sum_{j=1}^N \frac{Q_{ВПb_{i,j}}}{Q_b} \sqrt{q_{33d_{i,j}}^2 + q_{33q_{i,j}}^2}; \quad (8)$$

$$h_{ТП} = \sum_{i=1}^{M_j} \frac{H_{ВПb_{i,j}}}{H_b} \sqrt{h_{ВПd_{i,j}}^2 + h_{ВПq_{i,j}}^2}; \quad (9)$$

$$\frac{dq_{ТП}}{dt} = -\frac{r_{ТП}}{L_{ТП}} q_{ТП} + \frac{1}{L_{ТП}} h_{ТП} - \frac{1}{L_{ТП}} h_{cm}, \quad (10)$$

де  $\mathbf{P}_{i,j}$  – параметри АВПА (детально див. табл. 1),  $\mathbf{Q}_{i,j} = (\dot{q}_{11_{i,j}}, \dot{q}_{22_{i,j}}, \dot{q}_{33_{i,j}}, \dot{q}_{44_{i,j}}, \dot{i}_{s_{i,j}}, \dot{i}_{r_{i,j}}, \dot{e}_{\delta_{i,j}}, \dot{\psi}_{\delta_{i,j}})_t$  – координати режиму АВПА,  $\mathbf{P}_{0_{i,j}} = (-L_{11_{i,j}}^{-1}, -L_{21_{i,j}}^{-1}, -L_{31_{i,j}}^{-1}, L_{m_{i,j}}^{-1}, 0, 0, 0, 0)_t$  – параметри ВП;  $\mathbf{U}_{i,j} = (0, 0, 0, 0, \dot{u}_{s_{i,j}}, L_{m_{i,j}}^{-1}, 0, 0, 0)_t$  вимушувальні сили АВПА;  $\omega_{s_{i,j}}$  – кутова частота напруги обмотки статора;  $\omega_{r_{i,j}}$  – кутова швидкість обертання валу АВПА;  $h_{cm}$  – статичний протинапір ТП;  $\dot{i}_{s_{i,j}}$  – струм статора АМ;  $\dot{i}_{r_{i,j}}$  – струм ротора АМ, приведений до його статора;  $\dot{u}_{s_{i,j}}$  – напруга обмотки статора АМ;  $\dot{\psi}_{\delta_{i,j}}$  – потокозчеплення від магнітного потоку повітряного зазору АМ, приведені до його статора,  $L_{s_{i,j}}$  – індуктивність розсіяння обмотки статора АМ;  $R_{s_{i,j}}$  – опір обмотки статора АМ;  $L_{r_{i,j}}$  – індуктивність розсіяння обмотки ротора АМ; приведена до його статора;  $R_{r_{i,j}}$  – опір обмотки ротора АМ, приведений до його статора;  $R_{\mu_{i,j}}(\psi_{\delta_{i,j}}) = (0.82 + 0.148 \cdot (\psi_{\delta_{i,j}}^2 + \psi_{\delta_{i,j}}^2)) + 0.044 \times (\psi_{\delta_{i,j}}^2 + \psi_{\delta_{i,j}}^2)^4 \cdot (x_{a_{i,j}} + x_{\sigma_{i,j}})^{-1}$  – статичний нелінійний магнітний опір магнітопроводу АМ;  $x_{a_{i,j}}$  – номінальний індуктивний опір намагнічення АМ;  $x_{\sigma_{i,j}}$  – номінальний індуктивний опір розсіяння АМ;  $\dot{h}_{0_{i,j}}$  – розрахунковий тиск ідеалізованої ВП;  $H_{0ном_{i,j}}$  – номінальний напір ідеалізованої ВП;  $\dot{q}_{11_{i,j}}, \dot{q}_{22_{i,j}}, \dot{q}_{33_{i,j}}$  – розрахункові фіктивні об'ємні витрати ВП;  $h_{ВП_{i,j}} = \sqrt{h_{ВПd_{i,j+1}}^2 + h_{ВПq_{i,j+1}}^2}$  – напір на виході з ВП;  $q_{ВП_{i,j}} = \sqrt{q_{33d_{i,j}}^2 + q_{33q_{i,j}}^2}$  – об'ємна витрата на виході з ВП;  $h_{ТП}$  – напір на вході в ТП;  $q_{ТП}$  – об'ємна витрата на вході в ТП;  $r_{m_{i,j}}(q_{ВП_{i,j}})$  – еквівалентний гідравлічний опір, що врахує втрати механічної енергії в ВП;  $L_{ТП}$  – гідравлічна

індуктивність ТП;  $r_{ТП}$  – гідравлічний опір ТП;  $M_{AMB_{i,j}}$ ,  $M_{AMB_{i,j}}$  – базові значення електромагнітного моменту АМ та механічного моменту ВП відповідно;  $Q_{ВПb_{i,j}}$ ,  $H_{ВПb_{i,j}}$  – базові значення об’ємної витрати робочої рідини та напору ВП відповідно;  $\omega_{AMB_{i,j}}$ ,  $\omega_{ВПb_{i,j}}$  – базові значення кутової частоти напруги обмотки статора АМ та кутової швидкості обертання валу АВПА відповідно;  $Q_b$ ,  $H_b$ ,  $\omega_b$  – загальні для ПС базові значення об’ємної витрати робочої рідини, напору та кутової частоти відповідно.

Таблиця 1

Матриця  $P_{i,j}$  параметрів АВПА

$\frac{r_{11,j}}{L'_{11,j}}$	$\frac{r_{21,j}}{L'_{12,j}}$	$\frac{r_{22,j}}{L'_{12,j}}$	$\frac{r_{32,j}}{L'_{13,j}}$	$\frac{r_{33,j}}{L'_{13,j}}$	$\frac{r_{23,j}}{L'_{12,j}}$	0	0	0	0	0
$\frac{r_{11,j}}{L'_{21,j}}$	$\frac{r_{21,j}}{L'_{22,j}}$	$\frac{r_{22,j}}{L'_{22,j}}$	$\frac{r_{32,j}}{L'_{23,j}}$	$\frac{r_{33,j}}{L'_{23,j}}$	$\frac{r_{23,j}}{L'_{22,j}}$	0	0	0	0	0
$\frac{r_{11,j}}{L'_{31,j}}$	$\frac{r_{21,j}}{L'_{32,j}}$	$\frac{r_{22,j}}{L'_{32,j}}$	$\frac{r_{32,j}}{L'_{33,j}}$	$\frac{r_{33,j}}{L'_{33,j}}$	$\frac{r_{23,j}}{L'_{32,j}}$	0	0	0	0	0
0	0	0	0	$\frac{-r_{m,j}(q_{ВПi,j})}{L_{m,j}}$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	$\frac{-R_{s_{i,j}}}{L_{s_{i,j}}} - j\omega_{s_{i,j}}$	0	0	$\frac{-1}{L_{s_{i,j}}}$	$\frac{-j\omega_{s_{i,j}}}{L_{s_{i,j}}}$	0
0	0	0	0	0	0	$\frac{-\omega_{s_{i,j}}R_{r,j}}{L_{r,j}} - j(\omega_{s_{i,j}} - \omega_{r_{i,j}})$	$\frac{-\omega_{s_{i,j}}}{L_{r_{i,j}}}$	$\frac{j(\omega_{s_{i,j}} - \omega_{r_{i,j}})}{L_{r,j}}$	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	$-R_{\mu_{i,j}}(\psi \delta_{i,j})$	0

Рівняння (2)..(5) описують кожен окремий ( $i$ -й) АВПА; загальна кількість рівнянь  $11 \cdot N_{PS}$ , зокрема:

- рівняння (2) записується у матрично-векторній формі; описує стан електромагнітної (4 рівняння з комплексними змінними для кожної АМ) і гідравлічної (4 рівняння з комплексними змінними для кожного СР) підсистем АВПА ;  $i = 1..M_j$ , де  $j = 1..N$  ; загальна кількість рівнянь  $8 \cdot N_{PS}$  ;

- рівняння (3) описують колінеарність зображальних векторів напору та об’ємної витрати робочої рідини на виході кожної окремої ВП [11] (по 1 рівнянню для кожної ВП) ;  $i = 1..M_j$ , де  $j = 1..N$  ; загальна кількість рівнянь  $N_{PS}$  ;

- рівняння (4) з комплексною змінною описують квадратичну залежність фіктивного напору ВП від кутової швидкості обертання їх робочих коліс; загальна кількість рівнянь  $N_{PS}$  ;

- рівняння (5) руху ротора АМ описують з’єднання електромагнітної та гідравлічної підсистем кожного конкретного АВПА за допомогою абсолютно жорсткого загального вала;  $i = 1..M_j$ , де  $j = 1..N$  ; загальна кількість рівнянь  $N_{PS}$  ;

- рівняння (6) і (7) описують послідовне з’єднання гідротрактів ВП в кожній з  $N$  груп АВПА і паралельне з’єднання всіх  $N$  груп АВПА; загальна кількість рівнянь  $N_{PS}$ , зокрема:

- рівняння (6) описують рівність об’ємних витрат робочої рідини всіх послідовно з’єднаних гідротрактів ВП  $j$ -ї групи (по 1 рівнянню для  $i$ -ї та  $i+1$ -ї ВП  $j$ -ї групи);  $i = 1..M_j - 1$ , де  $j = 1..N$  ; загальна кількість рівнянь  $N_{PS} - N$  ;

- рівняння (7) описують рівність напорів робочої рідини всіх  $N$  паралельно з’єднаних груп (по 1 рівнянню для  $j$  і  $j+1$  групи) ;  $j = 1..N - 1$  ; загальна кількість рівнянь  $N_{PS} - 1$  ;

• рівняння (8) і (9) описують паралельний зв'язок усіх  $N$  груп АВПА і ТП; загальна кількість рівнянь 2, зокрема:

• рівняння (8) описує рівність об'ємної витрати робочої рідини на вході ТП сумі об'ємних витрат робочої рідини всіх  $N$  груп ВП;  $j = 1..N$ ;  $i$  – довільне в діапазоні від 1 до  $M_j$ ; загальна кількість рівнянь 1;

• рівняння (9) описує рівність тиску робочої рідини на вході ТП сумі напорів усіх послідовно з'єднаних гідротрактів ВП довільної групи (1 рівняння для ТП і довільної ВП  $j$ -ї групи);  $i = 1..M_j$ , де  $j$  – довільне в діапазоні від 1 до  $N$ ; загальна кількість рівнянь 1.

• рівняння (10) описують стан ТП; загальна кількість рівнянь 1.

Таким чином, узагальнена модель системи АВПА багатоагрегатної ПС з послідовним з'єднанням гідротрактів ВП складається з  $12 \cdot N_{ПС} + 2$  рівнянь.

Значення гідравлічних індуктивностей і опорів у табл. 1, обчислюють за виразами:

$$L'_{11,i,j} = \left( L_{12,i,j} L_{21,i,j} \left( L_{11,i,j}^2 L_{i,j}'' \right)^{-1} - L_{11,i,j}^{-1} \right)^{-1}; \quad L'_{22,i,j} = L_{i,j}''; \quad L'_{33,i,j} = \left( L_{32,i,j} L_{23,i,j} \left( L_{33,i,j}^2 L_{i,j}'' \right)^{-1} - L_{33,i,j}^{-1} \right)^{-1};$$

$$L'_{12,i,j} = L'_{21,i,j} = L_{11,i,j} L_{i,j}'' L_{12,i,j}^{-1}; \quad L'_{13,i,j} = L'_{31,i,j} = L_{11,i,j} L_{33,i,j} L_{i,j}'' \left( L_{12,i,j} L_{23,i,j} \right)^{-1}; \quad L'_{23,i,j} = L'_{32,i,j} = L_{33,i,j} L_{i,j}'' L_{23,i,j}^{-1};$$

$$; \quad L'' = L_{12,i,j} L_{21,i,j} L_{11,i,j}^{-1} - L_{22,i,j} + L_{23,i,j} L_{32,i,j} L_{33,i,j}^{-1}; \quad L_{11,i,j} = L_{тном,i,j} + L_{\mu Hном,i,j} + L_{\mu Qном,i,j};$$

$$L_{12,i,j} = L_{21,i,j} = L_{\mu Qном,i,j}; \quad L_{23,i,j} = L_{32,i,j} = L_{\Delta Qном,i,j}; \quad L_{33,i,j} = L_{\Delta Qном,i,j} + L_{\Delta Hном,i,j};$$

$$L_{22,i,j} = L_{\mu Qном,i,j} + L_{\Delta Qном,i,j}; \quad r_{11,i,j} = r_{12,i,j} = R_{\mu Qном,i,j}; \quad r_{22,i,j} = r_{23,i,j} = R_{\Delta Qном,i,j};$$

$$r_{33,i,j} = R_{\Delta Qном,i,j} + R_{\Delta Hном,i,j}, \text{ де } L_{тном,i,j}, L_{тном,i,j}, L_{\mu Hном,i,j}, L_{\mu Qном,i,j}, L_{\Delta Qном,i,j}, L_{\Delta Hном,i,j}, R_{\mu Qном,i,j}, R_{\Delta Qном,i,j}, R_{\Delta Hном,i,j} - \text{ номінальні розрахункові параметри ВП, які за методикою [11] обчислюються за геометричними розмірами її внутрішніх елементів.}$$

Коректність запропонованої математичної моделі та її працездатність верифіковано шляхом адаптації для 4-блокової системи АВПА ( $N_{ПС} = 4$ ,  $N = 2$ ,  $M_1 = 2$ ,  $M_2 = 2$ ). Агрегати АВПА<sub>1,1</sub> і АВПА<sub>2,1</sub> є підпірними, а АВПА<sub>1,2</sub> та АВПА<sub>2,2</sub> – основними агрегатами ПС. Параметри АМ і ВП цих агрегатів наведені в табл. 2..5.

Таблиця 2

Параметри АМ 4АН355М6У3 підпірних АВПА

$P_{ном}$ , кВт	$\eta_{ном}$	$U_{s.ном}$ , В	$n_{ном}$ , об/хв	$\cos \phi_{ном}$
250	0,935	380	985	0,9
$p_0$	$T_{макс}^*$	$T_{мін}^*$	$T_{пуск}^*$	$I_{пуск}^*$
3	2,2	0,9	1,4	7

Таблиця 3

Параметри АМ 4АЗМВ-1600/6000У2 основних АВПА

$P_{ном}$ , кВт	$\eta_{ном}$	$U_{s.ном}$ , В	$n_{ном}$ , об/хв	$\cos \phi_{ном}$
1600	0,961	6300	2979	0,9
$p_0$	$T_{макс}^*$	$T_{мін}^*$	$T_{пуск}^*$	$I_{пуск}^*$
1	2,6	0,7	1,9	6

Таблиця 4

Параметри ВП 4НДс-Н підпірних АВПА

$H_{ном}, м$	$Q_{ном}, м^3 \cdot год^{-1}$	$\eta_{ном}$	$n_{ном}, об/хв$	$P_{гидр.ном}, кВт$
45	1260	0,809	980	154
$H_{0.ном}^*$	$R_{\Delta Q}^*$	$L_{\Delta Q}^*$	$R_{\Delta H}^*$	$L_{\Delta H}^*$
1,302	29,47	9,49	$6,627 \cdot 10^{-4}$	0,4144
$L_I^*$	$L_{\mu H}^*$	$L_{\mu Q}^*$	$R_{мех}^*$	$L_{мех}^*$
0,00876	0,0352	0,2375	7,180	0,02287

Таблиця 5

Параметри ВП 4QG300-2-100b основних АВПА

$H_{ном}, м$	$Q_{ном}, м^3 \cdot год^{-1}$	$\eta_{ном}$	$n_{ном}, об/хв$	$P_{гидр.ном}, кВт$
428	800	0,745	2980	932
$H_{0.ном}^*$	$R_{\Delta Q}^*$	$L_{\Delta Q}^*$	$R_{\Delta H}^*$	$L_{\Delta H}^*$
2,641	43,89	15,12	$5,897 \cdot 10^{-5}$	0,4675
$L_I^*$	$L_{\mu H}^*$	$L_{\mu Q}^*$	$R_{мех}^*$	$L_{мех}^*$
1,03311	0,3122	2,3111	20,377	0,00436

Загальна тривалість математичного експерименту становила 15 секунд. Електроживлення АМ допоміжних агрегатів подавалось у моменти часу 0,1 с ( $АВПА_{1,1}$ ) та 0,6 с ( $АВПА_{2,1}$ ), а основних – у моменти часу 1,5 с ( $АВПА_{1,2}$ ) та 2,0 с ( $АВПА_{2,2}$ ). Після стабілізації режиму агрегатів у момент часу 9,5 с відбулось гідравлічне з'єднання з трубопроводом послідовно з'єднаних підпірної ( $АВПА_{1,1}$ ) і основної ( $АВПА_{1,2}$ ) помп, а в момент часу 10,0 с – відповідних помп ( $АВПА_{2,1}$ ) і ( $АВПА_{2,2}$ ). Після повної розгерметизації трубопроводу, яка відбувалась у момент часу 12,5 с, у момент часу 13,5 с від нього було від'єднано всі агрегати. На рис. 2..8 наведено деякі основні результати верифікаційного математичного експерименту.

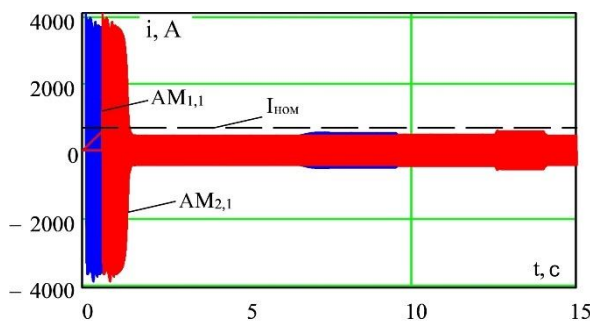


Рис. 2 – Струми обмоток статорів АМ підпірних АВПА, А

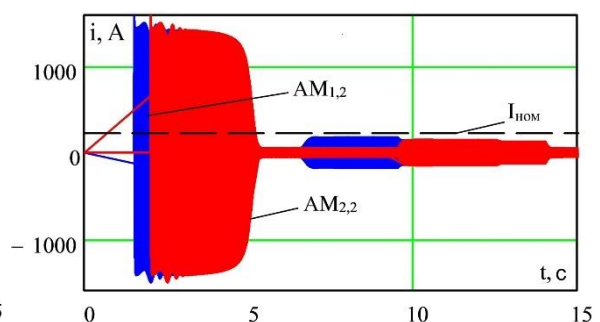


Рис. 3 – Струми обмоток статорів АМ основних АВПА, А

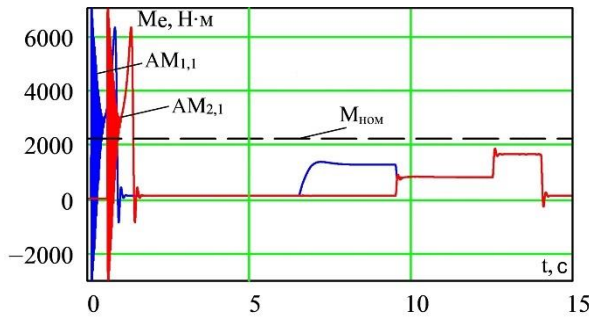


Рис. 4 – Електромагнітні моменти АМ підпірних АВПА, Н·м

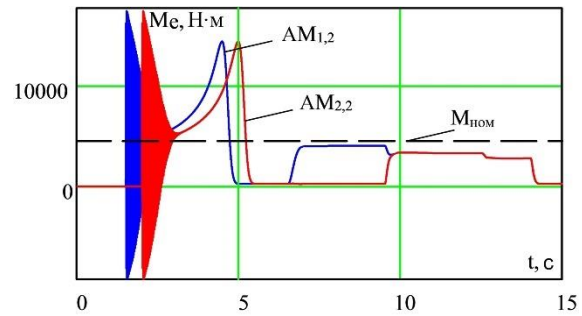


Рис. 5 – Електромагнітні моменти АМ основних АВПА, Н·м

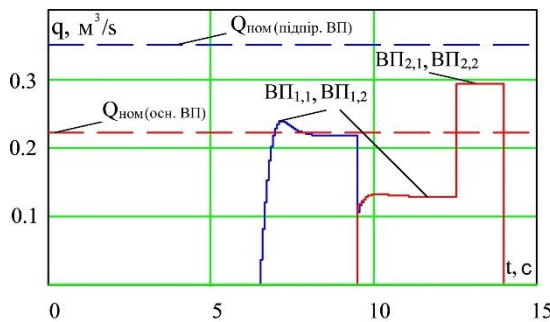


Рис. 6 – Об'ємні витрати робочої ВП АВПА, м³/с

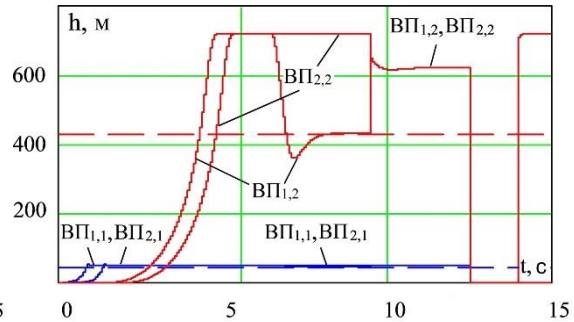


Рис. 7 – Напори робочої рідини ВП АВПА, м

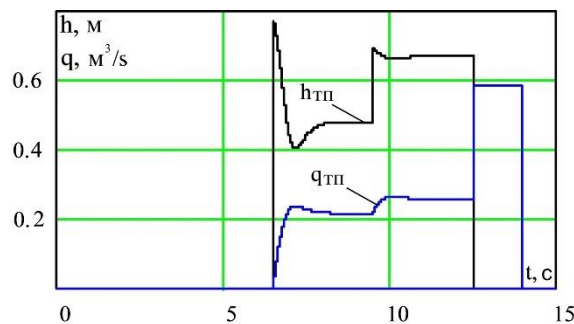


Рис. 8 – Об'ємна витрата робочої рідини ПС, м³/с та її напір, м

### Висновки

Створено математичну модель узагальненої багатоагрегатної відцентрової помпової станції з асинхронним електроприводом pomp. Використання принципу електрогідралічної аналогії дозволило застосувати основні положення теорії електричних кіл для формування рівнянь гідралічної підсистеми. Досягнута формалізація дає змогу автоматизувати формування рівнянь для отримання моделі об'єкта конкретної конфігурації. Використання в моделі параметрів помпи, які залежать від геометрії внутрішніх елементів, швидкості робочого колеса та фізичних властивостей рідини, дає змогу дослідити вплив аварійних та експлуатаційних відхилень характеристик обладнання на режими роботи як на рівні окремих модулів, так і на рівні помпової станції в цілому. Модель може бути корисною як на етапі проектування нових, так і для комп'ютерного дослідження режимів роботи діючих помпових станцій. У перспективі можливо суттєво розширити функціональні можливості запропонованої моделі потужного обладнання помпової станції шляхом інтеграції в неї фізичної моделі її системи автоматичного керування. Це дозволить отримати високоефективний інструмент для дослідження таких об'єктів без проведення небезпечних фізичних експериментів на дорогому потужному обладнанні.



## Перелік використаних джерел:

1. Про трубопровідний транспорт [Електронний ресурс]: Закон України від 15.05.1996 р. № 192/96-ВР. *Відомості Верховної Ради (ВВР)*. 1996. № 29. Ст. 139. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/192/96-%D0%B2%D1%80#Text>.
2. MMC-HVDC simulation and testing based on real-time digital simulator and physical control system / K. Ou, H. Rao, Z. Cai, H. Guo, X. Lin, L. Guan, T. Maguire, B. Warkentin, Y. Chen. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*. 2014. Vol. 2. Iss. 4. Pp. 1109-1116. DOI: <https://doi.org/10.1109/JESTPE.2014.2337512>.
3. Janevska G. Mathematical modeling of pump system. *Electronic International Interdisciplinary Conference*. Žilina : EDIS, 2013. Vol. 2. Pp. 455-458.
4. Lozynskiy A., Kutsyk A., Kinchur O. The research of efficiency of the use of neuropredictor in the control system of water-supply pump electric drive. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2017. Iss. 1. Pp. 93-99.
5. Optimization design of centrifugal pump flow control system based on adaptive control / Y. Wang, H. Zhang, Z. Han, X. Ni. *Processes*. 2021. Vol. 9(9). Pp. 1-14. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr9091538>.
6. Fault diagnosis of centrifugal pumps based on the intrinsic time-scale decomposition of motor current signals / S. Alabied, O. Hamomd, A. Daraz, F. Gu, A.D. Ball. *2017 23rd International Conference on Automation and Computing (ICAC)*, Huddersfield, UK, 07-08 September 2017. Pp. 1-6. DOI: <https://doi.org/10.23919/ICAC.2017.8082027>.
7. PLC-based hardware-in-the-loop simulator of a centrifugal pump / Gevorkov L., Vodovozov V., Lehtla T., Raud Z. *2015 IEEE 5th International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives (POWERENG)*, Riga, Latvia, 11-13 May 2015. Pp. 491-496. DOI: <https://doi.org/10.1109/PowerEng.2015.7266366>.
8. Kostyshyn V., Yaremak I. Mathematical model of reliability and efficiency of pumping unit of an oil pumping station. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2017. Iss. 5. Pp. 62-68.
9. Курляк П.О. Аналіз енергетичних потоків у системах різної фізичної природи електроприводних турбомашин. *Технологический аудит и резервы производства*. 2015. № 2(1). С. 12-17. DOI: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2015.41406>.
10. Paranchuk Y., Lysiak V. Energy efficient power supply system and automatic control of modes of the «power supply – Pumping station» complex. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2015. Iss. 3. Pp. 115-124. DOI: <https://doi.org/10.29202/nvngu/2018-3/16>.
11. Костишин В.С. Моделирование режимов работы відцентрових насосів на основі електрогідравлічної аналогії : дис. ... д-ра техн. наук : 05.15.13. Івано-Франківськ, 2003. 342 с.
12. Kostyshyn V., Yaremak I., Kurlyak P. Creation of object-oriented model of centrifugal pump on the basis of electrohydrodynamic analogy method. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2019. Iss. 6. Pp. 72-79. DOI: <https://doi.org/10.29202/nvngu/2019-6/11>.
13. Mathematical modeling and simulation of transients in power distribution systems with valve devices and dynamic loading / Gogolyuk P., Grechyn T., Ravlyk A., Grinberg I. *2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting (IEEE Cat. No.03CH37491)*. Toronto, ON, Canada, 2003. Vol. 3. Pp. 1580-1585. DOI: <https://doi.org/10.1109/PES.2003.1267391>.

## References:

1. Law of Ukraine. № 192/96-VR, 15.05.1996. *Pro truboprovodnyi transport* [About pipeline transport]. Available: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/192/96-%D0%B2%D1%80#Text>. (Ukr.)
2. K. Ou, H. Rao, Z. Cai, H. Guo, X. Lin, L. Guan, T. Maguire, B. Warkentin, and Y. Chen, «MMC-HVDC simulation and testing based on real-time digital simulator and physical control system», *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 2, iss. 4, pp. 1109-1116, 2014. doi: 10.1109/JESTPE.2014.2337512.
3. G. Janevska, «Mathematical modeling of pump system», *Electronic International Interdisciplinary Conference*, vol. 2, pp. 455-458, 2013.

4. A. Lozynskiy, A. Kutsyk, and O. Kinchur, «The research of efficiency of the use of neuropredictor in the control system of water-supply pump electric drive», *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, iss. 1, pp. 93-99, 2017.
5. Y. Wang, H. Zhang, Z. Han, and X. Ni, «Optimization design of centrifugal pump flow control system based on adaptive control», *Processes*, vol. 9(9), pp. 1-14, 2021. doi: **10.3390/pr9091538**.
6. S. Alabied, O. Hamomd, A. Daraz, F. Gu, and A.D. Ball, «Fault diagnosis of centrifugal pumps based on the intrinsic time-scale decomposition of motor current signals», in Proceedings of 23rd International Conference on Automation and Computing (ICAC), Huddersfield, UK, 2017, pp. 1-6, 2017. doi: **10.23919/ICoAC.2017.8082027**.
7. L. Gevorkov, V. Vodovozov, T. Lehtla, and Z. Raud, «PLC-based hardware-in-the-loop simulator of a centrifugal pump», in Proceedings of IEEE 5th International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives (POWERENG), Riga, Latvia, 2015, pp. 491-496, 2015. doi: **10.1109/PowerEng.2015.7266366**.
8. V. Kostyshyn, and I. Yaremak, «Mathematical model of reliability and efficiency of pumping unit of an oil pumping station», *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, iss. 5, pp. 62-68, 2017.
9. P. Kurlyak, «Analiz enerhetychnykh potokiv u systemakh riznoi fizychnoi pryrody elektroprivodnykh turbomashyn» [Analysis of energy flows in systems of different physical nature of electrically driven of turbomachines], *Tekhnolohycheskyi audyt y rezervi proyzvodstva – Technology audit and production reserves*, № 2(1), pp. 12-17, 2015. doi: **10.15587/2312-8372.2015.41406**. (Ukr.)
10. Y. Paranchuk, and V. Lysiak, «Energy efficient power supply system and automatic control of modes of the «power supply – pumping station» complex», *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, iss. 3, pp. 115-124, 2015. doi: **10.29202/nvngu/2018-3/16**.
11. V.S. Kostyshyn, «Modeliuvannia rezhymiv roboty vidtsentrovnykh nasosiv na osnovi elektrohidravlichnoi analohii» [«Modeling of operating modes of centrifugal pumps based on electro-hydraulic analogy»], *Doct. of Sci. dissertation*, Ivano-Frankivsk, 2003. (Ukr.)
12. V. Kostyshyn, I. Yaremak, and P. Kurliak, «Creation of object-oriented model of centrifugal pump on the basis of electrohydrodynamic analogy method», *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, iss. 6, pp. 72-79, 2019. doi: **10.29202/nvngu/2019-6/11**.
13. P. Gogolyuk, T. Grechyn, A. Ravlyk, and I. Grinberg, «Mathematical modeling and simulation of transients in power distribution systems with valve devices and dynamic loading», *2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting (IEEE Cat. No.03CH37491)*, vol. 3, pp. 1580-1585, 2003. doi: **10.1109/PES.2003.1267391**.

Рецензент: Ю.Л. Шелех  
канд. техн. наук, доц., НУ «Львівська політехніка»

Стаття надійшла 03.09.2023  
Стаття прийнята 05.10.2023