

6. T. Okada, «Marine Weather. Ship handling in rough sea. Head and counterering / following seas», *P&I Loss prevention bulletin*, vol. 45, 110 p., 2019.
7. Adoption of amendments to the code on intact stability for all types of ships covered by imo instruments (resolution A.749(18)), Resolution MSC.75(69). 1998.
8. Shtorm. Upravlenye sudnom v shtormovikh uslovyiakh: samvguvt [Storm. Navigating a vessel in stormy conditions: samvguvt], 2020 [Online]. Available: <https://samvguvt.livejournal.com/48993.html>. Accessed on: July 15, 2023. (Rus.)
9. H. Omer, and A. Bekker, «Human responses to wave slamming vibration on a polar supply and research vessel», *Applied Ergonomics*, vol. 67, pp. 71-82, 2017. doi: **10.1016/j.apergo.2017.09.008**.
10. S. Tavakoli, and S. Hirdaris, «Hydroelastic slamming in oblique seas», in Proceedings of the 42nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering ASME 2023, Melbourne, Australia, 2023, pp. 1-8. doi: **10.1115/omae2023-104304**.
11. M. Zhang, S. Tavakoli, and S. Hirdaris, «A deep learning method for the prediction of focused waves in a wave flume», in Proceedings of the 12th International workshop on ship and marine hydrodynamics (IWSH-2023) «IOP Conference Series: Materials Science and Engineering», Espoo, Finland, 2023, vol. 1288, pp. 1-11. doi: **10.1088/1757-899X/1288/1/012007**.
12. S. Feng, G. Zhang, C. Jiang, S. Jiang, O. el Moctar, and Y. Ma, «Investigation of fluid added mass matrix during hydroelastic slamming of wedges», *Physics of Fluids*, vol. 36, iss. 1, pp. 012133, 2024. doi: **10.1063/5.0180865**.
13. S. Feng, G. Zhang, D. Wan, S. Jiang, Z. Sun, and Z. Zong, «On the treatment of hydroelastic slamming by coupling boundary element method and modal superposition method», *Applied Ocean Research*, vol. 112, pp. 102595, 2021. doi: **10.1016/j.apor.2021.102595**.
14. W. Sulistyawati, B. Sudjasta, P. Suranto, and E. Saputra, «Geometric Effect of Bulbous Bows to the Hydrodynamic and the Probability of Slamming on Catamaran», *CFD Letters*, vol. 15, № 9, pp. 166-174, 2023. doi: **10.37934/cfdl.15.9.166174**.
15. O. Økland, G. Lian, and T. Vestbøstad, «Validation of Measurement Techniques Used for Slamming», in Proceedings of the 41st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering ASME 2022, Hamburg, Germany, 2022, pp. 1-9. doi: **10.1115/OMAE2022-79068**.

Рецензент: С.М. Зінченко
д-р техн. наук, проф., ХДМА

Стаття надійшла 18.09.2023
Стаття прийнята 10.10.2023

УДК 004.896.2:629.8.033.1

doi: 10.31498/2225-6733.47.2023.300065

© Черниш Г.О.¹, Савенко О.С.²

СИСТЕМА СТАБІЛІЗАЦІЇ КУТА НАХИЛУ САМОБАЛАНСУЮЧОГО РОБОТА

Стаття присвячена розгляду системи стабілізації кута нахилу самобалансуючого робота. Об'єктом дослідження є самобалансуючі роботи, а предметом – системи стабілізації їхнього кута нахилу. Розглянуті принципи роботи та розвиток алгоритмів, які дозволяють роботу автоматично підтримувати стабільність при зміні кута нахилу. У статті проаналізовані різні рішення, що використовуються для

¹ магістрант, ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», м. Дніпро, gleb.chernysh.01@gmail.com

² канд. техн. наук, ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», м. Дніпро, ORCID: 0000-0002-8108-2575, savenko.olja@gmail.com

створення системи стабілізації, і їхні переваги та недоліки. Наведена математична модель, у якій самобалансуючий робот представлений як перегорнутий маятник, тобто двоколісний транспортний засіб врівноважує себе у вертикальному положенні відносно землі. У якості регулятора запропонований LQR-регулятор, який забезпечує оптимальне керування замкнутою системою. Працездатність моделі та запропонованої системи стабілізації перевірені за допомогою імітаційного моделювання. Наведений приклад практичної реалізації робота та обрані основні компоненти.

Ключові слова: самобалансуючий робот, математична модель, перегорнутий маятник, лінійно-квадратичний регулятор, ПД-регулятор, гіроскоп, система стабілізації, стійкість, імітаційне моделювання.

H.O. Chernysh, O.S. Savenko. The angle stabilization system of the self-balancing robot. The article is devoted to the consideration of the tilt angle stabilization system of a self-balancing robot. The object of research is self-balancing robots, and the subject is systems for stabilizing their tilt angle. A comprehensive analysis of the principles and algorithms used to ensure the stability of the robot when the tilt angle is changed is presented. The technical solutions underlying the stabilization system were studied and their effectiveness in relation to maintaining the robot in a vertical position was analyzed. A mathematical model is presented in which the self-balancing robot is represented as an inverted pendulum, i.e. a two-wheeled vehicle balances itself in a vertical position relative to the ground. It is assumed that the structure moves without friction. The main equations describing the movement of the balancing robot, taking into account the dynamics of the pendulum and the wheel, were obtained. As a regulator, the LQR regulator is proposed, which provides optimal control of a closed-loop system. The workability of the model and the proposed stabilization system was verified using simulation modeling. As a result of simulated modeling, oscillograms were obtained, which demonstrate that after an exciting effect, the system stabilizes and enters an equilibrium state. A controllability test was performed, which showed that the proposed controller can effectively control the system. Controllability ensures that a system can be subjected to a control signal in order to achieve the desired behavior. An example of the practical implementation of the robot and selected main components are presented.

Key words: self-balancing robot, mathematical model, inverted pendulum, linear quadratic controller, PID controller, gyroscope, stabilization system, stability, simulation modeling.

Постановка проблеми. При сучасному розвитку робототехніки і автоматизації, особливу увагу приділяють розробці та оптимізації самобалансуючих роботів, які можуть ефективно функціонувати в різноманітних умовах. Однак, не зважаючи на величезний прогрес у цьому напрямку, однією з ключових складнощів залишається досягнення ефективної системи стабілізації кута нахилу таких роботів.

Потреба у більш глибокому розумінні та вдосконаленні систем стабілізації кута нахилу самобалансуючих роботів обумовлена необхідністю уникнення несподіваних втрат стійкості та підвищення їхньої адаптивності до різних умов експлуатації. Проблема полягає в тому, щоб розробити та вдосконалити системи стабілізації, які забезпечать найвищу ступінь точності та надійності утримання вертикального положення навіть в умовах змінного середовища.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для самобалансуючих роботів використовують різні типи регуляторів, що призначені для забезпечення стабільності та управління їхнім рухом. Одними з найпоширеніших та простих в реалізації є регулятори з лінійним законом регулювання [1]. До них відноситься, наприклад, ПД-регулятор. Значення коефіцієнта підсилення ПД-регулятора легко оцінити, оскільки система розглядається як чорний ящик і потребує лише значення похибки регулювання. Однак при використанні ПД-регулятора робиться припущення, що керована система є лінійною. Хоча, будучи загалом нелінійною, система є лінійною в області

$(\theta \pm 3^\circ)$ навколо точки рівноваги. Якщо робот працює в цій лінійній області, ПД-регулятор здатний стабілізувати кут нахилу [2].

Налаштування ПД-регулятора найчастіше виконується методом проб і помилок, що є виснажливим і вимагає багато експериментів. Тому у роботі [3] розглянутий метод автоматичного налаштування для ПД-регулятора. За допомогою частотного методу Циглера-Никольса був розроблений ПД-регулятор зі зменшеною похибкою в сталому режимі, часом наростання та часом стабілізації, хоча й з більшим перерегулюванням.

Але для керування системою за межами лінійного діапазону ПД-регулятора недостатньо. У статті [4] ПД-регулятор поєднується з лінійно-квадратичним регулятором (linear-quadratic regulator, LQR) для розширення робочого діапазону системи за межі лінійної області. Результати є багатообіцяючими, оскільки робот здатний знову стабілізуватися після досягнення кута нахилу в двадцять градусів. Але у статті не надано чіткої інформації про те, як поєднуються між собою два регулятора. У статті [5] представлені подібні результати при використанні лише LQR-регулятора без поєднання з ПД-регулятором. Але наведені результати використання LQR-регулятора лише для симуляції, а не для реального робота.

Врахування тертя та інерції при русі самобалансуючого робота запропоновано в [6]. З використанням моделей тертя Стрибека, Кулона та в'язкого тертя моделюється робота самобалансуючого робота. На основі цієї моделі представлено регулятор компенсації тертя у режимі ковзання (sliding mode controller, SMC). Розроблений регулятор забезпечує роботу за межами лінійної області, де в одному експерименті робот зміг стабілізуватися з початковим кутом 27 градусів і підтримувати баланс.

Більш складні регулятори, які оптимально працюють за межами лінійного діапазону, описані в [7, 8]. У роботі [7] використаний регулятор з прогнозуючими моделями (model predictive control, MPC), який працює краще, ніж автоматично налаштований ПД-регулятор. Адаптивне управління з еталонною моделлю (model referencing adaptive control, MRAC) використовується при моделюванні в роботі [8]. Експерименти з моделюванням роботи контролера показують, що він може впоратися з нахилом до двадцяти градусів з невеликим перерегулюванням. Тим не менш, і MPC, і MRAC методи вимагають, щоб точна математична модель робота була закладена у сам контролер.

Таким чином, існують різні способи стабілізації кута нахилу самобалансуючого робота, починаючи від простих контролерів, таких як ПД, і закінчуючи більш складними контролерами. Але варто підкреслити, що усі роботи з використанням складних контролерів завжди стосуються моделювання, а не фізичної реалізації.

Мета роботи – створення математичної моделі самобалансуючого робота та розробка системи управління для забезпечення стійкості та точного керування кутом нахилу.

Виклад основного матеріалу. Усі двоколісні балансуєчі пристрої, незалежно від їхніх розмірів і ваги, для опису динамічних характеристик використовують класичні математичні рівняння. З метою спрощення розробки регуляторів та алгоритмів управління необхідно створити математичну модель об'єкта з можливістю її налаштування під конкретний балансуєчий робот.

На рис. 1 зображена схема балансуєчого робота, яка за своєю структурою представляє собою перегорнутий маятник на колесі. При цьому вважаємо, що дана конструкція рухається без тертя. Маятник представляє собою масу m_p , відхилену від вертикалі на кут θ , прикріплену на невагомий стрижень довжиною L до колеса. При цьому колесо розглядається як кільце радіусом r і масою m_w . На колесо діє момент двигун M_k , який обертає колесо на кут z від його початкового положення.

Для опису системи використане рівняння Ейлера-Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} (q, \dot{q}) = \tau, \quad (1)$$

де q – узагальнена координата, що описує положення системи у просторі; \dot{q} – похідна за часом від узагальнених координат; τ – узагальнені сили.

Положення центра колеса через кут повороту:

$$x = r \cdot z, \tag{2}$$

де z – відхилення центра мас колеса від вертикальної осі; r – радіус колеса, м.

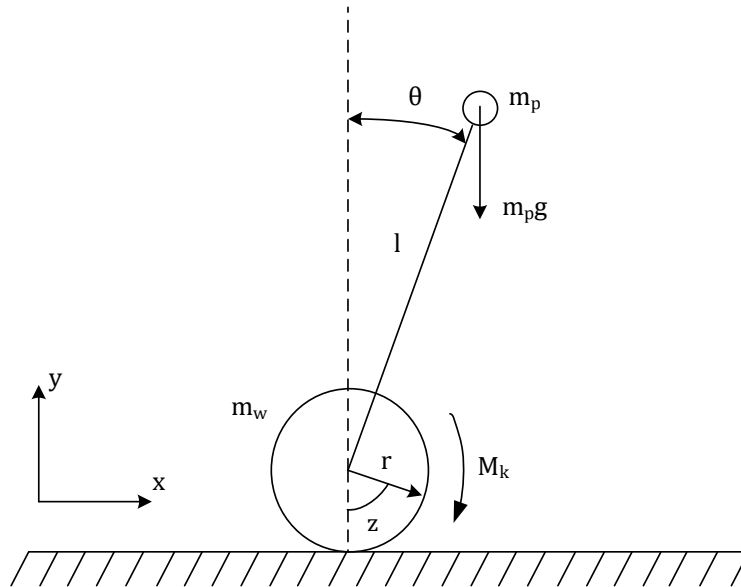


Рис. 1 – Схема самобалансуючого робота

Координати центра мас маятника знаходяться як:

$$x_g = x + l \sin(\theta), \tag{3}$$

$$y_g = l \cos(\theta), \tag{4}$$

де l – довжина маятника, яка визначає відстань від точки підвіса до центру мас маятника, м; θ – кут повороту маятника.

Кінетична енергія маятника:

$$T_p = \frac{1}{2} (m_p \dot{y}_g^2(t) + m_p \dot{x}_g^2(t)), \tag{5}$$

де m_p – маса робота, кг.

Кінетична енергія колеса:

$$T_w = \frac{1}{2} (m_w \dot{x}^2(t) + m_w r^2 \dot{z}^2(t)), \tag{6}$$

де m_w – маса колеса, кг.

Повна кінетична енергія:

$$T = \frac{1}{2} m_p l^2 \dot{\theta}^2 \sin^2(\theta) + \frac{1}{2} m_p r^2 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} m_p l^2 \dot{\theta}^2 \cos^2(\theta) + m_w r^2 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} m_p l^2 \dot{\theta}^2. \tag{7}$$

Повна потенціальна енергія дорівнює:

$$U = m_p g l \cos(\theta) + m_w g r z, \tag{8}$$

де g – прискорення вільного падіння.

Функція Лагранжа L :

$$L = T - U = \frac{1}{2} m_p l^2 \dot{\theta} \sin(\theta)^2 + \frac{1}{2} m_p r^2 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} m_p l^2 \dot{\theta}^2 \cos(\theta)^2 + m_w r^2 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} m_p l^2 \dot{\theta}^2 - m_p g l \cos(\theta). \quad (9)$$

В якості узагальнених координат прийняті кути повороту колеса і маятника. Тоді вектор узагальнених координат представляється у вигляді:

$$q = \begin{pmatrix} z \\ \theta \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Вектор узагальнених сил:

$$\tau = \begin{pmatrix} M_k \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

де M_k – момент дії двигуна на колесо, Н·м.

Підставивши в рівняння Лагранжа похідні, отримаємо рівняння руху:

$$r \cos(\theta) l m_p \ddot{\theta} + r^2 (m_p + 2m_w) \ddot{z} - r \sin(\theta) \theta^2 l m_p = M_k, \quad (12)$$

$$\ddot{z} \cos(\theta) l m_p r - m_p g l \sin(\theta) + 2 m_p l^2 \ddot{\theta} = 0. \quad (13)$$

Тоді основні рівняння, що описують рух балансуєчого робота з врахуванням динаміки маятника та колеса:

$$\ddot{z} = \frac{-r \cos(\theta) l m_p \ddot{\theta} + r \sin(\theta) \theta^2 l m_p + M_k}{r^2 (m_p + 2m_w)}, \quad (14)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-\ddot{z} \cos(\theta) l m_p r + m_p g l \sin(\theta)}{2 m_p l^2}. \quad (15)$$

Через складнощі з підбором коефіцієнтів ПІД-регулятора був обраний лінійно-квадратичний регулятор, який забезпечує оптимальне керування замкнутою системою при мінімізації квадратичного функціоналу якості. На відміну від ПІД-регулятора, при формуванні сигналів зворотного зв'язку квадратичний регулятор не обчислює похідні, а використовує змінні стани системи.

Для побудови регулятора виконана лінеаризація отриманих рівнянь руху (12)-(13) в околиці нульового положення маятника:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = AX + BM_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-m_p g}{r(m_p + 4m_w)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{g(m_p + 2m_w)}{l(m_p + 4m_w)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{r^2(m_p + 4m_w)} \\ 0 \\ \frac{1}{lr(m_p + 4m_w)} \end{bmatrix} M_k, \quad (16)$$

де A – матриця стану системи, яка відображає динаміку системи; B – матриця входу системи, що представляє вплив керуючого імпульсу на стани системи.

Для перевірки системи на керованість потрібно виконання наступної умови:

$$\det(B|AB|A^2B|A^3B) = \frac{g^2}{l^4 r^6 (m_p + 4m_w)^4} > 0. \quad (17)$$

Перевірка динамічної системи на керованість після лінеаризації необхідна, оскільки вона дозволяє переконатися, що в околі рівноважного стану системи існує керування, яке зможе перемістити систему з цього стану в будь-який інший бажаний стан. Керованість гарантує, що систему можна піддати впливу сигналу керування з метою досягнення необхідної поведінки.

Коректність запропонованої моделі та обраних алгоритмів керування в динаміці перевірена в графічному середовищі імітаційного моделювання Simulink пакета Matlab. Моделювання проводилось для наступних параметрів системи: $m_p = 0,3$ кг; $m_w = 0,02$ кг; $l = 0,5$ м; $r = 0,035$ м; $g = 9,804$ м/с². На рис. 2 представлений загальний вигляд побудованої моделі.

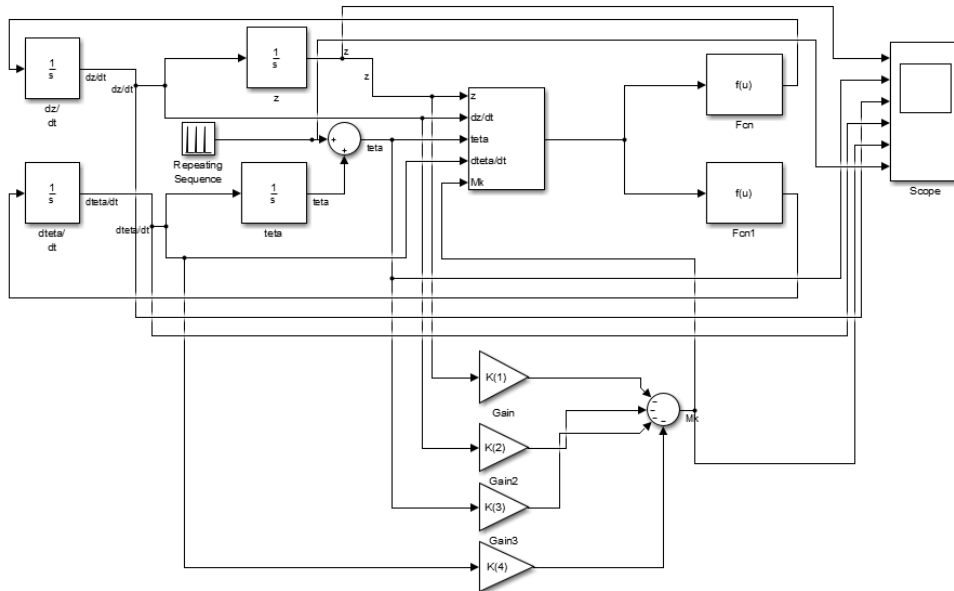


Рис. 2 – Загальний вигляд імітаційної моделі

В якості збуджуючої дії було використане джерело Repeating Sequence, осцилограма зміни сигналу наведена на рис. 3а. Осцилограми зміни параметрів побудованої системи представлені на рис. 3б-г. Отримані осцилограми демонструють, що після збуджуючого впливу система стабілізується та виходить у рівноважний стан.

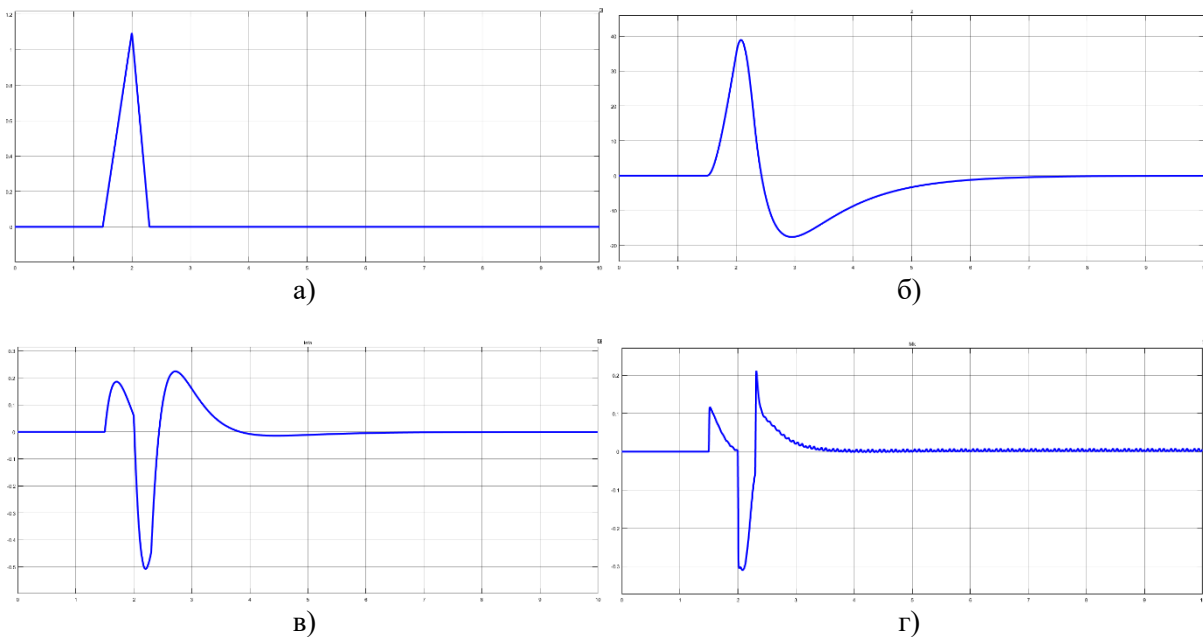


Рис. 3 – Осцилограма зміни: а) вихідного сигналу блоку Repeating Sequence; б) кута відхилення центра мас колеса z ; в) кута повороту маятника θ ; г) моменту дії двигуна на колесо M_k

Перевірка керованості системи згідно з виразом (17) показала, що система є керованою, отже, запропонований регулятор може ефективно управляти системою.

На рис. 4 наведений варіант практичної реалізації самобалансуючого робота.

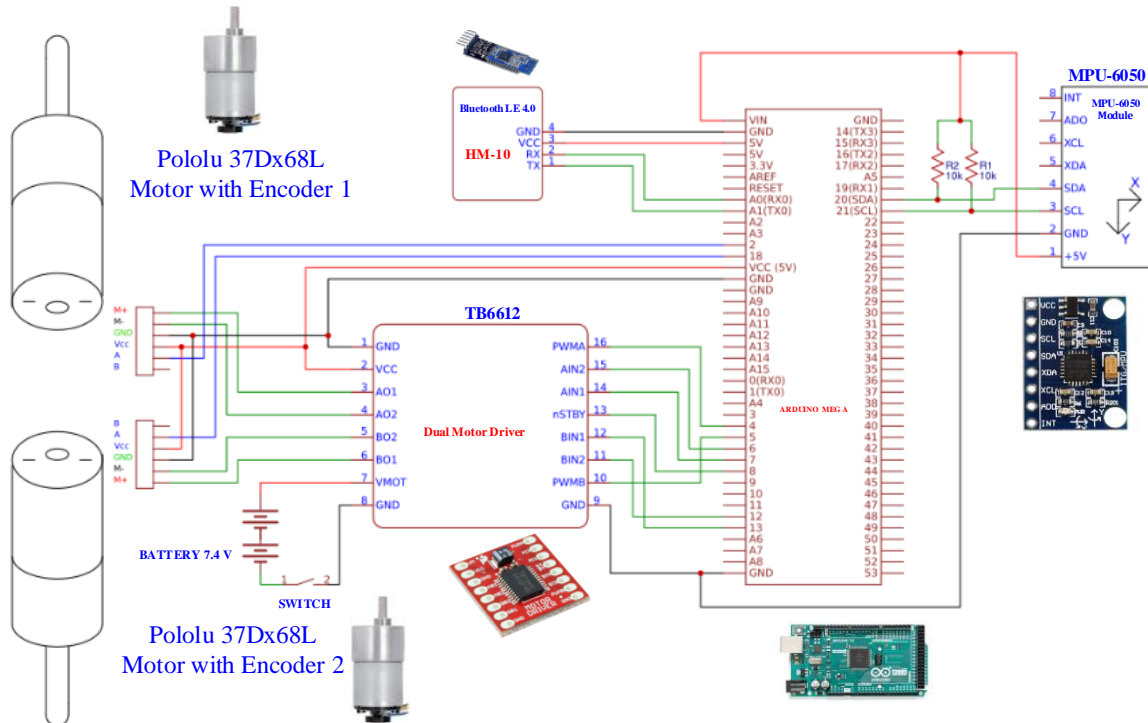


Рис. 4 – Принципова схема самобалансуючого робота

Обрані наступні компоненти: плата Arduino Mega 2560, яка побудована на мікроконтролері ATmega2560, акселерометр і гіроскоп MPU-6050, драйвер TB6612, Bluetooth модуль HM-10 та мотор з енкодером Pololu 37Dx68L. Arduino Mega виступає у ролі керуючого «мозку» системи, взаємодіючи з датчиками MPU-6050 для вимірювання кутів нахилу та кутової швидкості. Драйвер TB6612 забезпечує управління двигунами, а мотори з енкодерами Pololu 37Dx68L виконують функцію приводу, забезпечуючи необхідну потужність та зворотний зв'язок для ефективного балансування робота. Bluetooth модуль може бути використаний для зв'язку із зовнішніми пристроями чи системами, дозволяє здійснювати надсилання налаштувань, відлагодження та моніторинг робота та отримувати віддалений доступ до системи самобалансування для виконання діагностики, відлагодження та вирішення можливих проблем.

Висновки

1. Наведена математична модель самобалансуючого робота, у якій робот розглядається як перегорнутий маятник. Отримані основні рівняння, що описують рух балансуєчого робота з врахуванням динаміки маятника та колеса.
2. На основі математичної моделі створена імітаційна модель в графічному середовищі імітаційного моделювання Simulink пакета Matlab, яка дозволяє перевірити роботу системи у динаміці.
3. У якості регулятора запропонований LQR-регулятор, який забезпечує оптимальне керування замкнутою системою.
4. У результаті імітаційного моделювання отримані осцилограми, які демонструють, що після збуджуючого впливу система стабілізується та виходить у рівноважний стан. Виконана перевірка на керованість, яка показала, що запропонований регулятор може ефективно управляти системою.
5. Наведений приклад практичної реалізації самобалансуючого робота на базі плати Arduino Mega. Також виконаний вибір інших компонентів робота.

Перелік використаних джерел:

1. Man Chan R.P., Stol K.A., Halkyard C.R. Review of modelling and control of two-wheeled robots. *Annual Reviews in Control*. 2013. Vol. 37. Iss. 1. Pp. 89-103. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2013.03.004>.
2. Azliy Bin Junoh S. Two-wheeled balancing robot controller designed using PID. 2015. 61 p.
3. Saleem O., Mehmood-ul Hasan K., Anas Imtiaz M. Attitude control and stabilization of a two-wheeled self-balancing robot. *Control Engineering and Applied Informatics*. 2015. Vol. 17. № 3. Pp. 98-104.
4. Sun L., Gan J. Researching of two-wheeled self-balancing robot base on LQR combined with PID. *2nd International Workshop on Intelligent Systems and Applications*, Wuhan, China, 22-23 May 2010. Pp. 1-5. DOI: <https://doi.org/10.1109/IWISA.2010.5473610>.
5. Uddin N., Nugroho T.A., Pramudito W.A. Stabilizing two-wheeled robot using linear quadratic regulator and states estimation. *2nd International conferences on Information Technology, Information Systems and Electrical Engineering (ICITISEE)*, Yogyakarta, Indonesia, 01-02 November 2017. Pp. 229-234. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICITISEE.2017.8285501>.
6. Dai F. A two-wheeled inverted pendulum robot with friction compensation. *Mechatronics*. 2015. Vol. 30. Pp. 116-125. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2015.06.011>.
7. Optimal controller design for self-balancing two-wheeled robot system / Zad H.S., Ulasyar A., Zohaib A., Hussain S.S. *International Conference on Frontiers of Information Technology (FIT)*, Islamabad, Pakistan, 19-21 December 2016. Pp. 11-16. DOI: <https://doi.org/10.1109/FIT.2016.011>.
8. Uddin N. Adaptive control system design for two-wheeled robot stabilization. *12th South East Asian Technical University Consortium (SEATUC)*, Yogyakarta, Indonesia, 12-13 March 2018. Pp. 1-5. DOI: <https://doi.org/10.1109/SEATUC.2018.8788880>.

References:

1. R.P. Man Chan, K.A. Stol, and C.R. Halkyard, «Review of modelling and control of two-wheeled robots», *Annual Reviews in Control*, vol. 37, iss. 1, pp. 89-103, 2013. doi: **10.1016/j.arcontrol.2013.03.004**.
2. S. Azliy Bin Junoh, *Two-wheeled balancing robot controller designed using PID*, 2015.
3. O. Saleem, K. Mehmood-ul Hasan, and M. Anas Imtiaz, «Attitude control and stabilization of a two-wheeled self-balancing robot», *Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 17, № 3, pp. 98-104, 2015.
4. L. Sun, and J. Gan, «Researching of two-wheeled self-balancing robot base on LQR combined with PID», in Proceedings of the 2nd International Workshop on Intelligent Systems and Applications, Wuhan, China, 2010, pp. 1-5. doi: **10.1109/IWISA.2010.5473610**.
5. N. Uddin, T.A. Nugroho, and W.A. Pramudito, «Stabilizing two-wheeled robot using linear quadratic regulator and states estimation», in Proceedings of the 2nd International conferences on Information Technology, Information Systems and Electrical Engineering (ICITISEE), Yogyakarta, Indonesia, 2017, pp. 229-234. doi: **10.1109/ICITISEE.2017.8285501**.
6. F. Dai, «A two-wheeled inverted pendulum robot with friction compensation», *Mechatronics*, vol. 30, pp. 116-125, 2015. doi: **10.1016/j.mechatronics.2015.06.011**.
7. H.S. Zad, A. Ulasyar, A. Zohaib, and S.S. Hussain, «Optimal controller design for self-balancing two-wheeled robot system», in Proceedings of the International Conference on Frontiers of Information Technology (FIT), Islamabad, Pakistan, 2016, pp. 11-16. doi: **10.1109/FIT.2016.011**.
8. N. Uddin, «Adaptive control system design for two-wheeled robot stabilization», in Proceedings of the 12th South East Asian Technical University Consortium (SEATUC), Yogyakarta, Indonesia, 2018, pp. 1-5. doi: **10.1109/SEATUC.2018.8788880**.

Рецензент: В.І. Мірошніченко

канд. техн. наук, доц., ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»

Стаття надійшла 10.10.2023

Стаття прийнята 08.11.2023