Список використаних джерел:

1. Дульнев Г.Н. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена / Г.Н. Дульнев, В.Г. Парфенов, А.В. Сигалов. – М. : Высшая школа, 1990. – 207 с.
2. Власова Е.А. Приближенные методы математической физики / Е.А. Власова, В.С. Зарубин, Г.Н. Кувыркин. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 700 с.
3. Ferziger J.H. Computational Methods for Fluid Dynamics / J.H. Ferziger, M. Perić. – 3., rev. ed. – Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong; London; Milan; Paris; Tokyo: Springer, 2002. – 423 p.
4. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С.В. Патанкар. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 150 с.
5. ANSYS Meshing User's Guide. Release 15. ANSYS, Inc. Southpointe 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317, 2013. – 492 p.

Bibliography:

1. Dulnev G.N. Application of computer for the decision of tasks of heat exchange / G.N. Dulnev, V.G. Parfenov, A.V. Sigalov. – M. : Higher school, 1990. – 207 p. (Rus.)
2. Vlasova E.A. Approximate methods of mathematical physics / E.A. Vlasova, V.S. Zarubin, G.N. Kuvyirkin. – M. : Publishing house Bauman MSTU, 2001. – 700 p. (Rus.)
3. Ferziger J.H. Computational Methods for Fluid Dynamics / J.H. Ferziger, M. Perić. – 3., rev. ed. – Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong; London; Milan; Paris; Tokyo: Springer, 2002. – 423 p.
4. Patankar S.V. Numerical methods of the decision of tasks of heat exchange and fluid flow / S.V. Patankar. – M. : Energoatomizdat, 1984. – 150 p. (Rus.)
5. ANSYS Meshing User's Guide. Release 15. ANSYS, Inc. Southpointe 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317, 2013. – 492 p.

Рецензент: Ф.О. Кривошей
д-р техн. наук, проф., Київська державна академія водного транспорту ім. гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного

Стаття надійшла 03.04.2015

УДК 681.5.004.3

© Бурмистров С.В.[1], Панаско Е.Н.[2]

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ ПУТЕМ УМЕНЬШЕНИЯ ЗНАЧЕНИЯ БАЗИСНОГО КОЭФФИЦИЕНТА *K* КАК АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

В статье описан альтернативный метод минимизации булевых функций с большим числом аргументов на основе параллельной декомпозиции булевых функций путем убывания значения базисного коэффициента К. Данный метод дает возможность разбить минимизацию булевой функции на существенные слагаемые части, и за счет этого, используя многопроцессорные системы путем параллельного вычисления и получения оптимального значения базисного коэффициента К, ускорить весь процесс минимизации во времени.

Ключевые слова: *базисный коэффициент К, оптимальное значение базисного коэффициента К, параллельная декомпозиция булевых функций, базисная часть $Ф_i$, информационная часть Q_i, булевы функции.*

[1] *аспирант, Черкасский государственный технологический университет, Черкасский государственный бизнес-колледж, г.Черкассы, sergijburmistrov@yandex.ua*
[2] *канд. техн. наук, доцент, Черкасский государственный технологический университет, г.Черкассы, elena.pa26@mail.ru*

Бурмістров С.В., Панаско О.М. Паралельна декомпозиція шляхом зменшення значення базисного коефіцієнта К як альтернативний метод мінімізації булевих функцій. *У статті описаний альтернативний метод мінімізації булевих функцій з великою кількістю аргументів на основі паралельної декомпозиції булевих функцій шляхом зменшення значення базисного коефіцієнта К. Даний метод дає можливість розбити мінімізацію булевої функції на істотні складові частини, і за рахунок цього, використовуючи багатопроцесорні системи шляхом паралельного обчислення і отримання оптимального значення базисного коефіцієнта К, прискорити весь процес мінімізації в часі.*
Ключові слова: *базисний коефіцієнт К, оптимальне значення базисного коефіцієнта К, паралельна декомпозиція булевих функцій, базисна частина $Ф_i$, інформаційна частина Q_i, булеві функції.*

S.V. Burmistrov, O.M. Panasko. Parallel decomposition by reducing the value of the basic coefficient K as an alternative method minimization of Boolean functions. *Steady improvement of microelectronics necessitates deeper understanding of existing methods for discrete structures synthesis, as well as development of new ones. Combinational circuits of digital blocks are an important class of discrete structures, and Boolean functions are the mathematical models of their functioning. The purpose of this paper is to describe an alternative method of Boolean functions with a large number of arguments minimization. The method is implemented basing on the decomposition of Boolean functions through reducing the value of the basic factor K. Shannon's decomposition of Boolean functions means Boolean functions decomposition into two summands with respect to some i-argument. The ratio between the number of arguments in informing and in the basic parts of each series member is determined by coefficient K. K is the number of arguments, which is part of the series member basis. The value of K is the criterion of minimizing of the logic equations of Boolean functions $y=f(x_1,x_2,x_3,\dots,x_n)$. The basic factor K is optimal if its informing part value is equal to $Q_i=1$ or $Q_i=0$. Decomposition of Boolean functions does not always result in the minimal form of Boolean functions. It provides a consistent decomposition of Boolean functions, and arguments are essentially equal. Therefore a method of parallel decomposition is proposed in this article. This method is based on decomposition of Boolean functions by simultaneous changes in all the arguments of the basic factor K. Parallel decomposition process consists of two stages. In the first stage, the full list of all the basic parts -$Ф_i$ with the optimal value of the basic factor K are determined. In the second stage on the basis of $Ф_i$ complete list of answers is formed. The paper provides a detailed description of the parallel decomposition algorithm for the minimization. Parallelization of the minimization process accelerates the whole process. The software for the minimization of Boolean functions with a large number of arguments on the basis of the described algorithm has been developed. Parallelization process, which is offered for the longest stages of the minimization process makes it possible to obtain minimal forms of Boolean functions by utilizing multiprocessor systems in a relatively short period of time. This has a positive effect on the speed of the digital blocks logical design.*
Keywords: *basic factor K. parallel decomposition of Boolean functions, the base part $Ф_i$, the informing part Q_i, Boolean functions.*

Постановка проблемы. Постоянное совершенствование микроэлектроники приводит к необходимости глубокого осмысления существующих методов синтеза дискретных структур, а также к разработке новых. К важному классу дискретных структур относятся комбинационные схемы (KS) цифровых блоков (CB), математической моделью функционирования которых являются булевы функции (BF). Задание булевой функции с большим числом аргументов в минимальной форме является на сегодняшний день одним из самых эффективных путей совершенствования CB, так как другие пути модернизации, которые используются в данное время, постепенно исчерпывают свой потенциал.

Анализ последних исследований и публикаций. Проблемой записи BF занимались с

ISSN 2225-6733

самого начала создания булевой алгебры. Синтез комбинационных логических схем на основе сложных элементов базируется на теории декомпозиции BF, основы которой были заложены в работах Шеннона, Рида, Поварова, Ашенхерста, Кертиса, Закревского, Карпа и Рота [1]. Достаточно долго методы декомпозиции не находили практического применения, так как для схем малой степени интеграции они были неконкурентоспособными по сравнению с традиционными методами минимизации BF. Под декомпозицией BF по Шеннону понимают разложение BF на два слагаемых по некоторому i-му аргументу:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n) = \overline{x_i} \wedge Q_{i0}(x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n) \cup x_i \wedge Q_{i1}(x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n). \quad (1)$$

Q_{i0} и Q_{i1} являются независимыми BF, содержащими n-1 аргумент, и могут быть разложены аналогично.

В результате нескольких последовательных декомпозиций (1) получают логическое уравнение BF $y=f(x_1,x_2,x_3,...,x_n)$ в виде конечного ряда сумм конъюнкций (2), каждый член которого состоит из двух частей: Φ_i – базисная часть BF от k аргументов ($0 \le k \le n$-1), и Q_i – информационная часть от n-k аргументов

$$y = \bigcup_{i=0}^{2^k-1} Q_i \cdot \Phi_i. \quad (2)$$

По аналогии с векторной алгеброй – все Φ_i являются своеобразными ортами n–мерного пространства, а соответствующие им значения Q_i – проекциями логического уравнения БФ на соответствующий орт.

Цель статьи. Соотношение между количеством аргументов в базисной и информационной части каждого члена ряда регулируется значением базисного коэффициента K – число аргументов, которое входит в базисную часть члена ряда. Согласно определению, один аргумент не может находиться одновременно и в базисной, и в информационной части в разных членах ряда логического уравнения. Например, при значении базисного коэффициента K=1 член ряда состоит из базисной части Φ_i, в которой находится 1 аргумент, и информационной части Q_i, в которой находится n-1 аргумент.

Оптимальным значением базисного коэффициента K называется такое значение, при котором значение соответствующей информационной части $Q_i = 1$ или $Q_i = 0$. Значение K является своеобразным критерием минимизации логического уравнения BF $y=f(x_1,x_2,x_3,...,x_n)$. Исследования по определению оптимального значения базисного коэффициента K показали, что оптимальное значение K является не общим для всей БФ, а разным для каждого члена ряда.

Запись логического уравнения BF $y=f(x_1,x_2,x_3,...,x_n)$ в виде ряда (2), в котором для всех членов ряда получено оптимальное значение базисного коэффициента K, называется абсолютно минимальной формой BF.

Целью данной работы является описание метода минимизации BF с большим числом аргументов на основе декомпозиции BF путем убывания значения базисного коэффициента K. Данный метод является эволюционным развитием метода поиска одинаковых фрагментов при минимизации булевых функций в ортогональной реализации [2].

Изложение основного материала. В чистом виде явление декомпозиции BF нельзя использовать для минимизации BF. Причиной тому являются несколько факторов:

1. Декомпозиция BF предусматривает последовательное разложение булевой функции по определенным аргументам. Учитывая определенное число аргументов, существует очень большое количество возможных вариантов декомпозиции. Поэтому существенной проблемой является выбор варианта декомпозиции, при котором получает минимальную форму BF за минимальное число действий. Нужно, в первую очередь, производить процесс декомпозиции BF по тем аргументам, для которых значение базисного коэффициента K меньше
2. Все аргументы BF абсолютно равноправны. Поэтому возможен вариант, когда в минимальной форме присутствуют одновременно несколько аргументов с одинаковым значением базисного коэффициента K. При использовании декомпозиции в классическом виде получение такого варианта ответа невозможно вследствие последовательности самого процесса декомпозиции.
3. Информационные части Q_i ряда (2) являются, по сути, независимыми булевыми

ISSN 2225-6733

функциями. Поэтому, зная их значения, нет необходимости проводить процесс декомпозиции BF одновременно со всем рядом. Можно разбить его на части для декомпозиции по каждой отдельной Q_i.

Для устранения указанных технических проблем предлагается использовать процесс декомпозиции BF путем одновременного изменения по всех аргументах значения базисного коэффициента *K* – метод параллельной декомпозиции. Процесс параллельной декомпозиции состоит из 2 этапов: на первом этапе определяют полный перечень всех базисных частей Φ_i с оптимальным значением базисного коэффициента *K*, на втором этапе на основе Φ_i формируют полный перечень ответов.

Объектом параллельной декомпозиции выступает таблица истинности (TI) BF. Первый этап параллельной декомпозиции может быть выполнен двумя способами:

1. Путем увеличения коэффициента *K* от 0 до *n* [3-7]. В этом случае изначально все аргументы переносятся в информационную часть Q_i. В процессе параллельной декомпозиции путем обработки столбиков TI BF производится получение всех базисных частей Φ_i с оптимальным значением *K*.
2. Путем уменьшения коэффициента *K* от *n* до 0. В этом случае изначально все аргументы переносятся в базисную часть Φ_i. В процессе параллельной декомпозиции путем обработки строк TI BF производится получение всех базисных частей Φ_i с оптимальным значением *K* «выталкиванием» аргументов в информационные части.

Оба пути являются приблизительно одинаковыми по производительности минимизации по времени. Они дают идентичный вариант решения. С точки зрения перспективности более привлекательным является первый путь, так как он дает возможность в результате получать не только двухуровневую комбинационную схему, но и многоуровневую комбинационную схему с увеличенным количеством базовых логических элементов, в которых за счет незначительного снижения часовых характеристик производительности схемы можно добиться лучших показателей сложности реализации схемы.

Второй путь является альтернативой первого. По своей структуре он более узконаправлен. Он дает возможность получить минимальную форму BF как в случае полностью определенной (PO), так и частично определенной (ChO) BF с решением в виде двухуровневой комбинационной схемы. В реализации это более простой алгоритм.

Алгоритм минимизации PO BF $y=f(x_1,x_2,x_3,\dots,x_n)$ методом параллельной декомпозиции путем уменьшения значения базисного коэффициента *K* состоит из следующих этапов (смотри рисунок):

1. Основой для начала минимизации служит TI PO BF $y=f(x_1,x_2,x_3,\dots,x_n)$. Получить урезанную TI BF (UTI PO BF) $y=f(x_1,x_2,x_3,\dots,x_n)$, вычеркнув из TI BF все строки, значение которых в столбике результата равно нулю, а затем весь столбик результата.

Так как исходная PO BF $y=f(x_1,x_2,x_3,\dots,x_n)$ содержит большое число аргументов, TI BF, соответственно, имеет 2^n строк. Данный факт существенно замедляет процесс минимизации по времени. Поэтому для ускорения процесса минимизации предлагается провести распараллеливание следующих этапов алгоритма минимизации.

2. Подсчитать число единиц в каждой строчке UTI BF. Полученную величину назвать вес строки (*VES STROKI*).
3. Рассортировать все строки UTI BF в разные таблицы $UTIBF\_S_0^n$, $UTIBF\_S_1^n$, $UTIBF\_S_2^n$, …, $UTIBF\_S_{n-1}^n$, $UTIBF\_S_n^n$ по весу строки, начиная от значения 0 и заканчивая значением *n*.

Процесс последовательного «выталкивания» аргументов в информационные части строится на понятии взаимной ортогональности базисных частей Φ_i. Базисные части являются взаимноортогональными, если их литералы (под литералом понимают определенный конкретный аргумент, который может быть задан в прямом или инверсном виде) совпадают полностью, причем одна из всех имеет разную направленность. Именно этот аргумент и «выталкивают» в

ISSN 2225-6733

информационную часть. Взаимноортогональными могут быть только строки, которые находятся в соседних по весу таблицах $UTIBF\_S_i^n$ и $UTIBF\_S_{i+1}^n$.

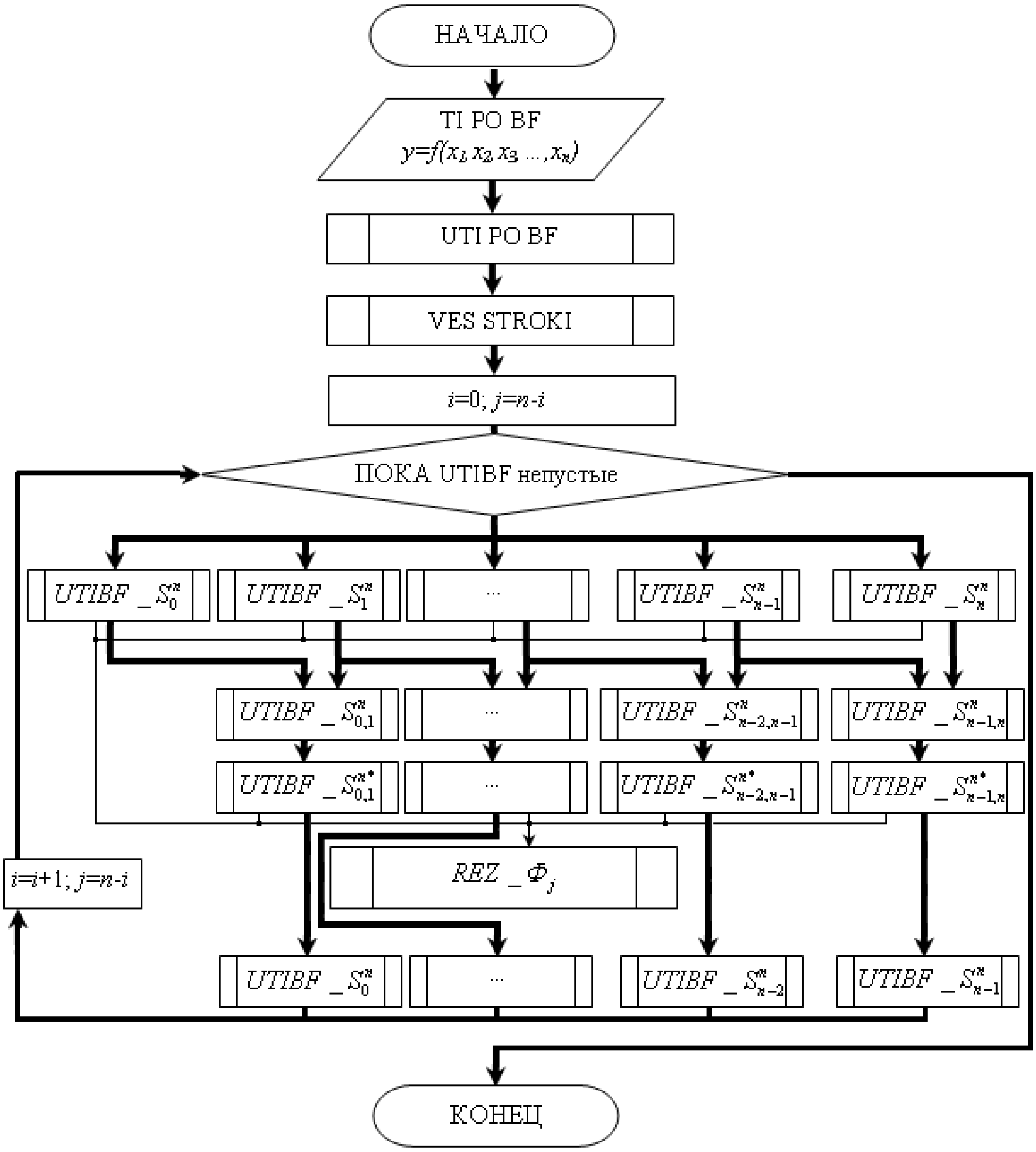

Рисунок – Блок-схема минимизации РО BF $y=f(x_1,x_2,x_3,\dots,x_n)$ методом параллельной декомпозиции путем уменьшения значения базисного коэффициента K

4. Сравнив строки из двух таблиц $UTIBF\_S_i^n$ и $UTIBF\_S_{i+1}^n$ (i=0..n-1), разница в весе строк которых равна единице, последовательным перебором найти и записать в таблицу $UTIBF\_S_{i,i+1}^n$ (i=0..n-1), взаимноортогональные строки, обозначив вместо «вытолкнутого» аргумента значок «*».

5. По окончанию перебора проверить таблицы $UTIBF\_S_{i,i+1}^n$ (i=0..n-1) на наличие дублирующих строк, и удалить их ($UTIBF\_S_{i,i+1}^n \to UTIBF\_S_{i,i+1}^{n*}$).

6. Из всех таблиц $UTIBF\_S_i^{n+1}$ (i=0..n) выписать в таблицу REZ_Φ_n все строки, из которых не «вытолкнули» аргументы в информационную часть.

7. Действия 4, 5, 6 повторить для таблиц $\{UTIBF\_S_{0,1}^{n*}$, $UTIBF\_S_{1,2}^{n*}$, …,

$UTIBF\_S^{n*}_{n-2,n-1}$, $UTIBF\_S^{n*}_{n-1,n}\}$ и получить таблицы $\{UTIBF\_S^{n*}_{0,1,2}$, $UTIBF\_S^{n*}_{1,2,3}$, …, $UTIBF\_S^{n*}_{n-3,n-2,n-1}$, $UTIBF\_S^{n*}_{n-2,n-1,n}\}$ а также таблицу REZ_Φ_{n-1}.

8. Действия 4, 5, 6 повторять до тех пор, пока все строки из таблиц $UTIBF\_S^{...*}_{...}$ не перейдут в таблицы REZ_Φ_j (*j=n..0*). В данных таблицах содержится полный перечень всех базисных частей Φ_i с оптимальным значением базисного коэффициента *K=i* в каждой таблице соответственно.

9. На этом заканчивается первый этап – этап определения полного перечня Φ_i.

Второй этап выполняется аналогично, как и при параллельной декомпозиции, путем увеличения коэффициента *К*. Он детально описан в [3].

Выводы:

Пакет програмного обеспечения, разработанный на основе предлагаемого альтернативного метода минимизации булевых функций с большим числом аргументов на основе декомпозиции булевых функций путем убывания значения базисного коэффициента *К* с использованием процесса распараллеливания наиболее продолжительных этапов процесса минимизации, дает возможность за счет использования многопроцессорных систем получать минимальные формы булевых функций за сравнительно короткий промежуток времени, что позитивно сказывается на скорости логического проектирования цифровых блоков

Список использованных источников:

1. Бибило П.Н. Синтез комбинационных схем методами функциональной декомпозиции / П.Н. Бибило, С.В. Енин ; ред. А.Д. Закревский ; АН БССР. Ин-т техн. кибернетики. – Мн. : Наука и техника, 1987. – 189 с.
2. Панаско О.М. Пошук однакових фрагментів при мінімізації логічних функцій в ортогональній реалізації / О.М. Панаско // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. − 2014. − № 1. − С. 92-97.
3. Кочкарев Ю.А. Минимизация булевых функций по частям / Ю.А. Кочкарев, С.В. Бурмистров, С.Ф. Аксенов // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. − 2012. − № 4. − С. 110-115.
4. Кочкарев Ю.А. Минимизация частично определенных булевых функций в ортогональной форме представления / Ю.А. Кочкарев, С.В. Бурмистров, С.Ф. Аксенов // Прикладная радиоэлектроника. – 2013. – Т. 12, № 3. – С. 423-430.
5. Кочкарев Ю.А. Минимизация систем полностью определенных булевых функций в ортогональной форме представления / Ю.А. Кочкарев, В.Н.Рудницкий, С.В.Бурмистров // Эвристические алгоритмы и распределенные вычисления в прикладных задачах. (Выпуск 2). Коллективная монография под редакцией профессора Мельникова. – Ульяновск. – 2013. – С. 87-100.
6. Рудницкий В.Н. Распараллеливание процесса минимизации систем частично или полностью определенных булевых функций с большим числом переменных / В.Н. Рудницкий, С.В. Бурмистров // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. – 2014. − № 1. − С. 27-30.
7. Бурмістров С.В. Паралельна декомпозиція як основний метод мінімізації булевих функцій в ортогональній формі представлення / С.В. Бурмістров // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2014. – № 2. – С. 67-73.

Bibliography:

1. Bibilo P.N. Synthesis of combinational circuits of functional decomposition methods / P.N. Bibilo, S.V. Enin; red. A.D.Zakrevsky; AN BSSR. – In-t techn. kibernetiki. – Mn. : Nauka i technika, – 1987. – 189 p. (Rus.)
2. Panasko O.M. Find similar fragments while minimizing logic functions in orthogonal implementation / O.M. Panasko // Radioelektronni i computerni systemy. − 2014. − № 1. − P. 92-97. (Ukr.)
3. Kochkarev Y.A. Minimization of Boolean functions of parts / Y.A.Kochkarev, S.V.Burmistrov, S.F. Aksyonov // Radioelektronni i computerni systemy. – 2012. − № 4. − P. 110-115. (Rus.)

ISSN 2225-6733

4. Kochkarev Y.A. Minimization of partial defined Boolean functions in an orthogonal form of presentation / Y.A. Kochkarev, S.V. Burmistrov, S.F. Aksyonov // Prikladnaya radioelektronika. – 2013. – Vol. 12, № 3. – P. 423-430. (Rus.)
5. Kochkarev Y.A. Minimization system of defined Boolean functions of parts / Y.A. Kochkarev, S.V. Burmistrov, S.F. Aksyonov // Heuristic algorithms and distributed computing in applications (Issue 2). The collective monograph edited by Prof. Melnikov. – Ulyanovsk. – 2013. – P. 87-100. (Rus.)
6. Rudnicky V.N. Parallelization process to minimize systems partially or completely defined Boolean functions with a large number of variables / V.N. Rudnicky, S.V. Burmistrov // Vector Science Togliatti State University. – 2014. – № 1. − P. 27-30. (Rus.)
7. Burmistrov S.V. Parallel decomposition as the main method of minimizing Boolean functions in the form of orthogonal representation / S.V. Burmistrov // Journal of Cherkasy State Technological University. – 2014. – № 2. − P. 67-73. (Ukr.)

Рецензент: В.В.Палагин
д-р техн. наук, проф., Черкасский государственный технологический университет

Статья поступила 28.05.2015