

й запобігання ризикам його критичного режиму / С. В. Костріков, І. Г. Черваньов // Просторовий аналіз природних і техногенних ризиків в Україні: збірник наукових праць. – НАНУ: Інститут географії – Київ, 2009 – С. 21-25.

1. *Щербаков А. С.* Самоорганизация материи в неживой природе: Философские аспекты синергетики / Щербаков А. С. – М.: Изд-во Моск.ун-та, 1990. – 111 с.
2. *Schumm S. A.*: Geomorphic thresholds: the concept and its applications / Schumm S. A // Transactions of the Institute of British Geographers. New Series. – 1979. – Vol. 4. – No. 4. – P. 485-515.
3. *Coates D. R.* Perspectives on Geomorphic Thresholds / D. R. Coates, J. D. Vitek // Thresholds in Geomorphology / ed. by D. Coates. – GA&UW: Stroudsburg, 1980. – P. 3-22.

4. *Черваньов І. Г.* Флювіальні геоморфосистеми: дослідження й розробки Харківської геоморфологічної школи / І. Г. Черваньов, С. В. Костріков, Б. Н. Воробійов / під ред. І. Г. Черваньова – Харків: Вид-во ХНУ, 2006. – 322 с.

5. *Bagnold R.* Bedload transport by natural rivers / Bagnold R. // Water Resource Research. – 1977. – Vol. 13. – P. 303-312.
6. *Костріков С. В.* Морфологія рельєфу як керуюча ланка гідролого-геоморфологічного процесу на водозборі / С. В. Костріков, І. Г. Черваньов // Фізична географія та геоморфологія: міжвідомчий науковий збірник. – Київ, 2009. – Вип. 56. – С. 67-74.

Надійшла до редколегії 24.03.2011

УДК 911.2

О. В. ХОЛОПЦЕВ*, д-р геогр. наук, доц., **С. В. НЕКОС****, канд. геогр. наук, доц.

* *Севастопольський національний технічний університет*

** *Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди*

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РОБАСТНОСТІ РІЗНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ СЕРЕДНЬОРІЧНИХ ВИТРАТ ДНІПРА НА СТВОРІ КИЇВ

На прикладі часового ряду результатів спостережень за змінами витрат Дніпра на створі Київ з 1881 по 2008 рр. встановлено, що робастність до часових зсувів у майбутнє математичних моделей динаміки їх середньорічних значень, ідентифікованих з використанням методу нестационарних мод, вище ніж для авторегресійних моделей зазначеного процесу, які відповідають тим же періодам часу.

Ключові терміни: середньорічні витрати, Дніпро, створ Київ, математична модель, робастність, часові зсуви, прогнозування, ідентифікація, динаміка

Холопцев А. В., Некос С. В.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РОБАСТНОСТИ РАЗНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СРЕДНЕГОДОВЫХ РАСХОДОВ ДНЕПРА НА СТВОРЕ КИЕВ

На примере временного ряда результатов наблюдений за изменениями расхода Днепра на створе Киев с 1881 по 2008 гг. установлено, что робастность к временным сдвигам в будущее математических моделей динамики их среднегодовых значений, идентифицированных с использованием метода нестационарных мод, выше чем для авторегрессионных моделей указанного процесса, соответствующих тем же периодам времени.

Ключевые слова: среднегодовые расходы, Днепр, створ Киев, математическая модель, робастность, временной сдвиг, прогнозирование, идентификация, динамика

Kholoptsev A., Nekos S.

COMPARATIVE ANALYSIS OF SOME MATHEMATICAL MODELS ROBUSTNESS OF YEARLY MEAN DNEPR CONSUMPTIONS ON KIEV SITE

On the example of the time series of yearly mean Dnepr consumptions observations results on Kiev site during the period 1881 - 2008 yrs. it is established that robustness to the time shifts to future of yearly mean values dynamics mathematical models, which are identified using nonstate modes method is higher than using studied process auto-regression models with the regard to the same time periods.

Key words: yearly mean consumptions, Dnepr, Kiev site, mathematical model, robustness, the time shifts, prediction, identification, dynamics

Дніпро є одним з головних компонентів водних ресурсів Східної Європи, який протягом багатьох віків визначав особливості розвитку господарства, культури та менталітету народу України і являє собою його унікальне національне надбання [1]. Тому удосконалення методів прогнозування динаміки гідрологічних характеристик Дніпра є актуальною науковою проблемою фізичної географії та гідрології суходолу.

Однією з важливіших характеристик стоку Дніпра, яка визначає динаміку обсягів води, що накопичується у водосховищах, та може відбиратись для господарських потреб, без суттєвої шкоди для екосистем відповідних ділянок його пойми, є його середньорічні витрати, що розраховуються як середній за рік обсяг води, котрий за секунду проходить через той чи інший створ [2]. Ураховуючи на це, удосконалення методів прогнозування динаміки зазначеної характеристики являє собою не тільки наукову, але й гостру суспільно вагомую проблему, розв'язання якої визначає ефективність планування подальшого розвитку водного господарства України та багатьох інших секторів її економіки.

Спроби прогнозування динаміки середньорічних витрат Дніпра розпочалися вже у другій половині ХХ сторіччя. Разом з тим відносно вдалих результатів цих спроб отримано небагато. Серед них необхідно згадати розроблену академіком Івахненко А. Г. методику прогнозування [3], з використанням методу групового урахування аргументів (МГУА) [4, 5], а також запропонований Хлопцевим О. В. метод нестационарних мод [6].

Незважаючи на те, що точність прогнозів, які розроблено з використанням згаданих методик, у багатьох випадках є достатньою, їх практичне використання досі залишається обмеженим. Причиною цього є те, що у деяких випадках помилки згаданих прогнозів є занадто великими, а умови за яких вони трапляються досліджені недостатньо.

Встановлено, що за своїми статистичними властивостями динаміка середньорічних витрат річкового стоку у загальному випадку наближена до випадкових процесів, які є нестационарними [7] та негауссовими. Тому можливості використання відомих методів

прогнозування нестационарних процесів, основою яких є фільтри Калмана та інші алгоритми оптимальної фільтрації, викликають деякі сумніви. До того ж стан процесу, що розглядається, обумовлений спільною дією багатьох чинників. Серед цих чинників багато таких, моніторинг яких ніколи не відбувався. Тому їх статистичні властивості є невизначеними.

Згідно до сучасних уявлень про принципи прогнозування природних процесів [8], основою методик, що використовуються при його здійсненні, є ті чи інші математичні моделі. Вибір цих моделей визначається наявною апріорною інформацією про статистичні властивості процесу, що вивчається, та його зв'язки з іншими природними процесами. Він обумовлює статистичні властивості помилок прогнозів та їх адекватність.

У випадках, коли вся інформація про такий процес міститься у часовому ряді його спостережень, а особливості впливу на нього інших чинників є дослідженими недостатньо, як аргументи його математичної моделі можуть розглядатись лише фрагменти часового ряду його спостережень, які передують фрагментові, що розглядається як функція, на той чи інший час.

При такому складі апріорної інформації ідентифікованими можуть бути лише евристичні моделі, які реалізують метод МГУА, та авторегресійні моделі (далі АМ) [9], або моделі, що реалізують метод нестационарних мод [6] (далі МНМ).

На відміну від евристичних, моделі АМ та МНМ ідентифікують з використанням строгих оптимізаційних процедур. Тому ефективність моделювання процесів, що вивчаються, з їх використанням, як правило, перевищує ефективність моделей МГУА. Вона є тим вищою, чим більш тривалим є інтервал їх передісторії, що враховується при ідентифікації. Якщо тривалість цього інтервалу досить висока, зазначені моделі у багатьох випадках дозволяють забезпечити ефективність моделювання, що задовольняє деякі потреби практики.

Разом з тим, використання АМ та МНМ моделей при прогнозуванні динаміки відповідних природних процесів не завжди дозво-

ляє отримати задовільні результати через їх недостатню робастність до часових зсувів [10]. У багатьох випадках модель, ідентифікована з використанням деякого фрагменту часового ряду процесу, та ефективна при моделюванні його динаміки в межах цього фрагменту, при відповідному зсуві у майбутнє по відношенню до нього фрагменту, для якого здійснюється прогнозування, втрачає ефективність. На нових даних, що входять до такого фрагменту, помилки прогнозування суттєво зростають, внаслідок цього урахування таких прогнозів втрачає глузд. У таких випадках більш надійними є прогнози, основою яких є менш ефективні, але більш робастні моделі МГУА.

Можливості використання моделей АМ та МНМ у задачах прогнозування певного процесу визначаються тим, чи є адекватним припущення, згідно до якого їх параметри та ефективність залишаються незмінними, якщо фрагменти його часового ряду, що розглядаються як функція та аргументи, зсунути у майбутнє, залишивши незмінною їх тривалість.

Умови за яких зазначене припущення є адекватним, для багатьох природних процесів досі є невизначеними. Тому прогнози, що розроблені з використанням зазначених моделей, викликають певну недовіру.

Саме це має місце при прогнозуванні й такого процесу, як динаміка середньорічних витрат Дніпра на тих чи інших створах, на багатьох з яких гідрологічні спостереження розпочались ще у ХІХ сторіччі [11].

Створом, на якому тривалість безперервних спостережень за динамікою стоку Дніпра є однією з найбільших, є створ Київ. Тут моніторинг цього процесу триває з 1881 року [12].

Кількість глобальних, великомасштабних та регіональних чинників, що здатні впливати на динаміку середньомісячних витрат Дніпра на створі Київ дуже велика, а їх сполучення, урахування якого при ідентифікації моделей цього процесу забезпечує їх достатню робастність до часових зсувів, досі не встановлено. Умови, за яких використання тої чи іншої моделі дозволяє досягти більш ефективного прогнозування, залишаються не визначеними.

Тому викликає інтерес порівняння можливостей прогнозування динаміки середньорічних витрат Дніпра на створі Київ, з використанням моделей АМ та МНМ.

Ураховуючи на це, як об'єкт дослідження розглядалась динаміка середньорічних витрат річки Дніпро на створі Київ у період з 1881 по 2008 рр.

Предметом дослідження обрано порівняльний аналіз робастності до часових зсувів математичних моделей динаміки середньорічних витрат Дніпра на створі Київ, які реалізують метод авторегресії та метод нестационарних мод, що ідентифіковані з урахуванням передісторії цього процесу за період з 1881 по 2008 рр.

Метою дослідження є визначення умов, за яких прогнозування динаміки середньорічних витрат Дніпра на створі Київ, з використанням тої чи іншої з зазначених моделей, є більш ефективним.

Для досягнення цієї мети розв'язані наступні завдання:

1. Ідентифікація АМ та МНМ математичних моделей динаміки середньорічних витрат Дніпра на створі Київ, з різними параметрами та використанням однакових фрагментів (а, б) часового ряду цього процесу, а також з їх використанням розробка відповідних прогнозів для моментів часу, що передують їх кінцям (б) з запередженнями на 1 рік.

2. Оцінка робастності до часових зсувів на 1 рік кожної з ідентифікованих АМ та МНМ моделей динаміки процесу, що вивчається.

Методика дослідження та фактичний матеріал

При розв'язанні першого завдання було ідентифіковано АМ та МНМ математичні моделі процесу $y[j]$ (j – номер року), що вивчається.

Модель АМ, являє собою рівняння лінійної множинної регресії, що має вигляд [9]:

$$Y \bar{\mathbf{1}} = c_0 + \sum_{i=1}^N \mathbf{c}_i x_i \bar{\mathbf{1}}, \quad (1)$$

де $Y[j]$ – часовий ряд результатів математичного моделювання процесу $y[j]$,

$x_i [j]$ – процеси аргументи, часові ряди який мають таку ж тривалість як і ряди, що відповідають $y[j]$.

C_i ($i=0, 1, \dots, N$) – дійсні константи, значення яких обрано так, щоб забезпечити мінімум P

$$P = \sum_{j=1}^M \left(\bar{y} - y \right)^2 \quad (2)$$

Для визначення C_i використовується метод найменших квадратів [13], згідно до якого:

$$C = A^{-1} \cdot B \quad (3)$$

Де C – вектор коефіцієнтів моделі c_i , що містить $N+1$ компонентів,

$$B = \left\{ \begin{array}{c} \sum_{i=1}^M y_i \\ \sum_{i=1}^M y_i x_{i,1} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^M y_i x_{i,N} \end{array} \right\} - \text{вектор, що складається}$$

ся також з $N+1$ компонентів

$$A = \left\{ \begin{array}{cccc} M & \sum_{i=1}^M x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} \\ \sum_{i=1}^M x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,1} x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} x_{i,1} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} x_{i,1} \\ \sum_{i=1}^M x_{i,2} & \sum_{i=1}^M x_{i,1} x_{i,2} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} x_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} x_{i,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^M x_{i,N} & \sum_{i=1}^M x_{i,1} x_{i,N} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} x_{i,N} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} x_{i,N} \end{array} \right\}$$

– квадратна матриця,

де A^{-1} матриця, що є зворотною по відношенню до A [14]

МНМ модель, що вивчалась, має вигляд:

$$Y \bar{f} = T y \bar{f} + K \bar{f}, \quad (4)$$

де $T y \bar{f}$ – лінійний тренд процесу, що розглядається, який розрахований для фрагменту ряду, котрий ураховувався при ідентифікації;

$K \bar{f}$ – корельована нестационарна складова з нульовим середнім, що залежить від передісторії процесу $y \bar{f}$;

$$K \bar{f} = \sum_{k=1}^N A_k \bar{f} \sin \left(\omega_k \bar{f} + \varphi_k \right), \quad (5)$$

де: $A_k \bar{f}$ – миттєва амплітуда k - моди

процесу ($k=0, 1, 2, i$ т.д.): $A_k \bar{f} = \sum_{i=0}^{M_a} a_{ki} \cdot j^i$;

$\omega_k \bar{f}$ – її миттєва фаза, що є нелінійною

функцією часу: $\omega_k \bar{f} = \sum_{i=0}^{M_a} \omega_{ki} \cdot j^i$;

M_a та M_w – цілі позитивні константи (припускалось, що їх значення дорівнюють 2);

a_{ki} та w_{ki} – дійсні числа, що залежать від процесу, що розглядається та номера його моди k ;

φ_k – початкова фаза моди з частотою $\omega_k \bar{f}$, яка є невідомою дійсною константою.

В наслідок того, що вся апріорна інформація про процес, що вивчається, міститься у його часовому ряді, для ідентифікації його моделі була використана чисельна процедура [6], яку складають чотири стадії.

На першій стадії за допомогою методу випадкового пошуку визначаються параметри математичних моделей φ_k , a_{ki} та w_{ki} всіх мод процесу $K \bar{f}$. При цьому вважається, що цільовою функцією, для якої відбувається оптимізація, є коефіцієнт кореляції цього процесу та моделі його моди, що розглядається.

На другій стадії здійснюється попередня селекція знайдених мод, за якою з їх набору виключаються моди, коефіцієнт кореляції яких з процесом, що вивчається, не перевищує 95% поріг за критерієм Стьюдента.

На третій стадії з набору мод, що залишились після попередньої селекції, виключаються моди, суттєво корельовані з найміцнішими.

На четвертій стадії серед мод, що складають їх набір, який був отриманий після третьої стадії, знаходять такий їх комплект, що з максимальною точністю моделює процес $K \bar{f}$.

При ідентифікації моделей АМ використовувались однакові фрагменти часового ряду середньорічних витрат Дніпра (створ Київ), що був отриманий з [2]. Тривалість цих фрагментів було обрано 36 років.

Ідентифіковані моделі вважались адекватними, якщо значення коефіцієнту кореляції результатів моделювання та даних, отриманих при фактичних спостереженнях, було не нижче ніж 99% поріг достовірної кореляції за критерієм Стьюдента.

Розглядалися АМ моделі (1), до яких входило N (від 10 до 35) аргументів, кожен з яких являв собою фрагмент аналогічної тривалості того ж часового ряду, котрий передую

його фрагментові, що розглядається як функція, на $1-N$ років. Тому фактично при ідентифікації кожної АМ моделі враховувався фрагмент часового ряду процесу, що вивчається, тривалістю $36+N$ років.

Враховуючи це, тривалість фрагментів, для яких було ідентифіковано відповідні МНМ моделі (N_1), дорівнювала теж $36+N$ років.

Кількість компонентів кожної МНМ моделі визначалась при її ідентифікації, як така, що забезпечує максимальну точність моделювання, оцінену на фрагменті, котрий при цьому використовувався.

При виконанні другого завдання, як міра робастності до часового зсуву тієї чи іншої моделі процесу, що вивчається, розглядалась оцінка вірогідності того, що помилка його прогнозування, з використанням цієї моделі, яка відповідає часовому зсуву 1 рік, не перевищує його середньоквадратичне відхилення.

Для визначення цієї міри ідентифікацію АМ та МНМ моделей було здійснено для всіх можливих фрагментів часового ряду середньорічних витрат Дніпра (створ Київ). Перший з них відповідав часовому інтервалові 1911 – 1936 рр., а останній – 1972 – 2007 рр.

Так, при ідентифікації АМ моделі (1), для $N = 29$, та першого фрагменту – функції, як її аргументи, розглядалися фрагменти того ж часового ряду, тривалістю 36 р., що розпочинались з 1881, 1882, 1883, ..., 1910 рр.

Неважко бачити, що процедура ідентифікації не є простою. Найбільш складним її етапом є обчислювання елементів зворотної матриці A , ранг якої повинен дорівнювати $N+1$. Разом з тим використання сучасних методів матричних обчислювань [15] дозволило ці труднощі подолати.

Для визначення помилки прогнозування із часовим зсувом на 1 рік, що забезпечує модель (1), ідентифікована з використанням фрагменту-функції, який відповідає періоду ($m, m+36$) рр., та відповідних аргументів, до неї, як аргументи, підставлялись фрагменти того ж ряду, що відповідають періоду ($m+1, m+36+1$) рр. Помилка прогнозування у $m+37$ році розраховувалась як різниця між отриманим таким чином прогнозованим на цей рік

значенням середньорічних витрат Дніпра на створі Київ та їх фактичним значенням.

Для визначення помилки прогнозування для того ж року, здійсненого з використанням МНМ моделі, до (4) та (5), замість j , підставлялось $m+37$, а результат відіймався від фактичного значення середньорічних витрат Дніпра на створі Київ у $m+37$ році.

Отримані таким чином залежності від року початку фрагменту-функції помилок прогнозування із зсувом на 1 рік, що відповідають різним АМ та МНМ моделям динаміки середньорічних витрат Дніпра на створі Київ зіставлялись між собою, та використовувались для оцінки обраної міри робастності. Остання оцінювалась як 0,1 кількості перевищень обраного рівня за те чи інше десятиріччя.

Результати дослідження та їх аналіз

З використанням розглянутої методики здійснено ідентифікацію АМ та МНМ математичних моделей динаміки середньорічних витрат Дніпра на створі Київ, з N від 10 до 35, N_1 від 46 до 71, використанням всіх можливих фрагментів часового ряду цього процесу, тривалістю 36 років, що починаються з 1911 – 1972 рр.

Як приклад результатів ідентифікації АМ моделей (1), у таблиці 1 представлені коефіцієнти однієї з них, який відповідає $N = 29$, що розраховані з використанням останніх трьох фрагментів зазначеного часового ряду, для періодів 1970 – 2005 рр., 1971 – 2006 рр. та 1972 – 2007 рр.

Як можна визначити з наведених даних (табл. 1), середні значення коефіцієнтів, які відповідають різним часовим зсувам між фрагментами часового ряду середньорічних витрат Дніпра, по між собою суттєво відрізняються. Найбільші за модулем середні рівні коефіцієнтів відповідають часовим зсувам 7, 9, 14 років, а найменші – зсувам 3, 4, 19, 27 років. Оскільки значення середніх потужностей мінливості середньорічних витрат Дніпра, що розраховані для різних фрагментів їх часового ряду по між собою практично не відрізняються, це свідчить про те, що зв'язки відповідних функцій та аргументів є найбільш суттєвими.

Таблиця 1

Розраховані коефіцієнти деяких АМ моделей (1) з $N=29$ з використанням розглянутої методики

Коефф.	1970	1971	1972	Коефф.	1970	1971	1972
C_0	9204.13	9223.144	11065.61	C_{15}	-0.32489	-0.4022	-0.33958
C_1	0.164875	0.593371	0.654763	C_{16}	-0.76558	-0.98067	-1.16716
C_2	-0.26425	-0.53038	-0.823	C_{17}	-0.27517	-0.17228	-0.10783
C_3	-0.24391	-0.06958	0.078612	C_{18}	-0.41895	-0.58356	-0.78782
C_4	0.062998	-0.01928	-0.14407	C_{19}	-0.1187	-0.19272	-0.11378
C_5	-0.82811	-0.56839	-0.6967	C_{20}	-0.19986	-0.20405	-0.2418
C_6	0.354137	0.250244	0.256386	C_{21}	-0.21994	-0.07727	-0.15616
C_7	-1.07457	-0.78597	-0.94912	C_{22}	0.128574	0.006844	0.000989
C_8	0.530021	0.432971	0.418704	C_{23}	0.043967	0.2162	0.249078
C_9	-1.35472	-1.51106	-1.72198	C_{24}	0.675425	0.671482	0.576218
C_{10}	0.439857	0.554544	0.743383	C_{25}	-0.2426	-0.19764	-0.25416
C_{11}	-0.84802	-1.0511	-1.48065	C_{26}	0.600091	0.785588	0.923894
C_{12}	-0.65068	-0.65207	-0.45172	C_{27}	0.126608	0.2486	0.051447
C_{13}	-0.00768	-0.3099	-0.41453	C_{28}	0.365277	0.381962	0.468217
C_{14}	-1.40003	-1.45387	-1.51978	C_{29}	0.381995	0.258866	0.292804

З аналізу даних таблиці 1 можна також зробити висновок, що значення коефіцієнтів АМ моделей процесу, що розглядається, залежать від року початку фрагменту, для якого здійснювалась ідентифікація, по різному. Серед цих коефіцієнтів є такі, значення яких

мало залежать від нього (це такі, наприклад, як C_0 , C_{14} , C_{24}), але мінливість більшості з них є суттєвою.

У таблиці 2 представлені значення коефіцієнтів відповідних МНМ моделей ($N_1=65$) процесу, що вивчається, які були ідентифіковані для

Таблиця 2

Розраховані коефіцієнти деяких МНМ моделей (4, 5) з використанням розглянутої методики

Параметр моделі	1970	1971	1972
Перша мода			
Початковий період	11	11	11
Амплітуда	176.7737	199.2833	194.2376
Швидкість зміни частоти	0.011784	0.004693	0.005102
Початкова фаза	2.538407	3.681947	4.234867
Друга мода			
Початковий період	2	2	2
Амплітуда	365.9298	431.9471	452.7708
Швидкість зміни частоти	0.053375	0.065188	0.101375
Початкова фаза	2.613805	0.232478	3.27354
Третя мода			
Початковий період	4	8	8
Амплітуда	330.7041	213.4159	215.0731
Швидкість зміни частоти	-0.01475	0.008516	0.009172
Початкова фаза	2.186548	3.537433	4.329115

тих же фрагментів його часового ряду. Як бачимо з таблиці 2, параметри моди мінливості середньорічних витрат Дніпра на створі Київ, оцінені для різних фрагментів їх часового ряду не є стабільними. Треба зауважити, що серед мод процесу, що вивчається, присутні 11-річна, що відповідає змінам стану сонячної активності, та квазидвохрічна, яка властива також багатьом метеорологічним процесам [16].

Порівняння значень розрахованих коефіцієнтів (табл. 1 та табл. 2) свідчить про те, що від моделей, що розглядаються припустимо очікувати деякої робастності до часових зсувів, хоча мінливість їх коефіцієнтів є суттєвою.

Встановлено, що 99% поріг достовірної кореляції за критерієм Стьюдента для цих фрагментів дорівнює 0,42.

Кореляційний аналіз зв'язків між фактичними змінами характеристики, що розглядається, та результатами її моделювання показав, що при $N < 14$ модель АМ (1) з достовірністю 0,99 визнана адекватною бути не може для багатьох з фрагментів цього ряду.

При $N = 14$ ця модель не може бути визнана адекватною лише для одного фрагменту, а при $N > 14$ вона адекватна для всіх фрагментів. Модель МНМ (4, 5) є адекватною для

будь яких фрагментів. Тому прогнози з зсувами у майбутнє на 1 рік було розроблено для моделей (1) з N , що дорівнювали, або перевищували 14, а також для всіх моделей МНМ. Саме для них, для кожного фрагменту ряду, що вивчається, оцінені значення помилок прогнозів із зсувом у майбутнє на 1 рік. Як приклади, на рисунку 1, представлені отримані таким чином залежності помилок прогнозування середньорічних витрат Дніпра із зсувом у майбутнє на 1 рік від року початку фрагмента, який був використаний при ідентифікації.

З рисунку 1 неважко бачити, що за модулем значення помилок прогнозування, що здійснюється з використанням більш адекватної та точної АМ моделі ($N = 29$), для багатьох фрагментів часового ряду середньорічних витрат Дніпра на створі Київ вище. Ця особливість характерна й для інших ідентифікованих АМ моделей (1). Чим більше N , що відповідають ним, тим вище точність моделювання та нижче точність прогнозування.

На рисунку 2 відображені залежності помилок прогнозування середньорічних витрат Дніпра із зсувом у майбутнє на 1 рік, від року початку фрагмента, який був використаний

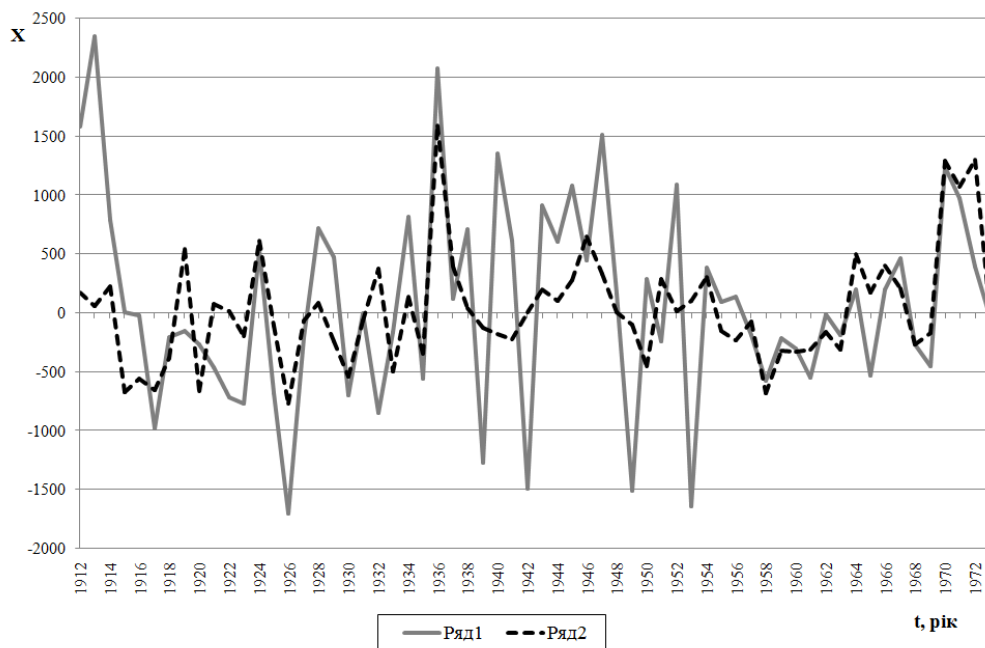


Рис. 1. Залежності помилок прогнозування середньорічних витрат Дніпра із зсувом у майбутнє на 1 рік від року початку фрагмента, який був використаний при ідентифікації, що відповідають АМ моделям (1) з $N = 29$ (ряд 1) та $N = 14$ (ряд 2)

при ідентифікації, що відповідають МНМ моделям (4, 5) з характеристиками що відповідають розглянути АМ моделям ($N_1 = 65$, що відповідає $N=29$, та $N_1 = 50$, що відповідає $N=14$).

Як бачимо з рисунку 2, що залежності від часу помилок прогнозування середньорічних витрат Дніпра із зсувом у майбутнє на 1 рік, що відповідають МНМ моделям з $N_1=65$ та

$N_1 = 50$ являють собою нестационарні процеси, які відрізняються між собою суттєво менше, ніж розглянуті вище аналогічні залежності для відповідних АМ моделей.

Порівняння рисунків 1 та 2 дозволяє встановити, що залежності від часу помилок прогнозування процесу, що вивчається, які відповідають АМ та МНМ його моделям, що

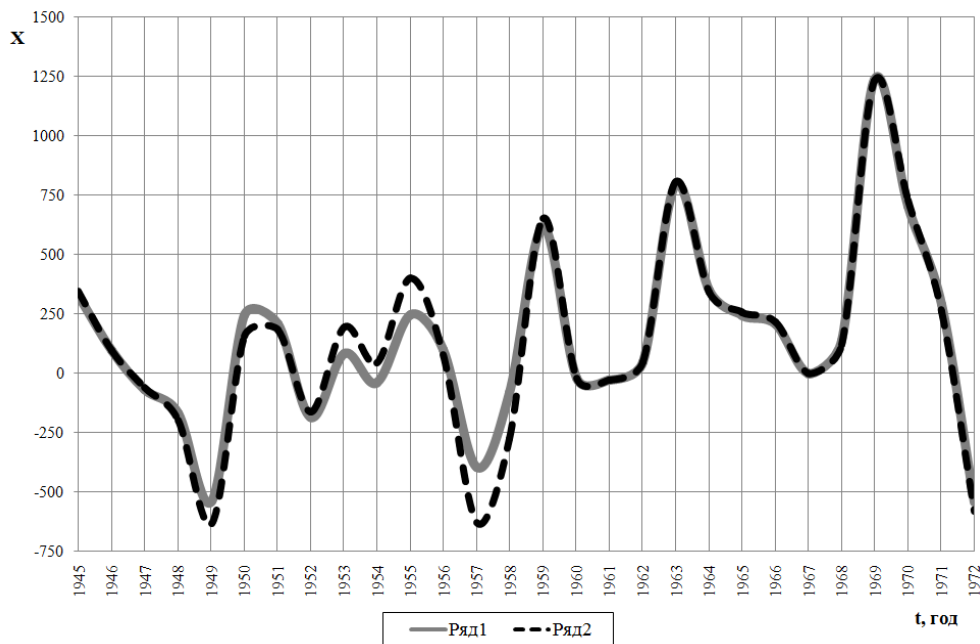


Рис. 2. Залежності помилок прогнозування середньорічних витрат Дніпра із зсувом у майбутнє на 1 рік, від року початку фрагмента, який був використаний при ідентифікації, що відповідають МНМ моделям (4,5) з $N_1=65$ (ряд 1) та $N_1 = 50$ (ряд 2)

вивчалися, поміж собою суттєво відрізняються. Їх загальною особливістю є суттєве зростання наприкінці періоду що вивчається помилок прогнозів з використанням всіх розглянутих АМ та МНМ моделей.

Найбільші значення помилок прогнозування з використанням АМ моделей тут відповідають фрагментові з 1969 по 2004 рр. часового ряду середньорічних витрат Дніпра, що розглядався як функція. Це саме той період, коли почало діяти Київське море, а стік Дніпра на створі Київ почав утворюватись як сума стоку з цього водосховища та стоку річки Десна, а закономірності динаміки його середньорічних витрат порівняно до попереднього періоду суттєво змінилися [17].

Відповідні фрагменти рядів аргументі розпочинались з 1934-1968 рр., або 1956-1968 рр. (до періоду, коли стік Дніпра став зарегульо-

ваним). Кожен з них містив ту чи іншу частину, що відповідала рокам, коли вплив Київського моря на стік Дніпра на створі Київ не був суттєвим. Тому статистичні властивості мінливості середньорічних витрат Дніпра на фрагментах його часового ряду, що розглядаються як функція та аргументи моделі (1) суттєво відрізнялись.

Саме завдяки зазначеній події нестационарність фрагментів часового ряду, що вивчається, з 1934 по 2008 рр., та 1956-2008 рр. є суттєво вищою ніж у тих, що передують ним, або слідують за ними. Тому й помилки прогнозування з використанням МНМ моделей, які ідентифіковані з використанням зазначеної моделі, є максимальними.

Аналогічні властивості характерні також всім іншим ідентифікованим АМ та МНМ моделям процесу, що вивчався.

Неважко бачити також, що за модулем помилки прогнозування, що відповідають АМ моделям майже завжди перевищують їх значення для МНМ моделей, що дозволяє передбачати більшу робастність останніх.

Адекватність цього припущення підтверджено оцінками вірогідності того, що помилка прогнозування зі зсувом на 1 рік, яке здійснювалось з використанням тої чи іншої АМ та МНМ моделі, протягом десятиріччя не перевищуватиме середньоквадратичного відхилення процесу, що вивчається.

Як приклад, на рисунку 3 відображені залежності від року початку десятиріччя оцінок вірогідностей того, що АМ модель (1), який відповідає $N=14$ та $N=29$, є робастною до часового зсуву на 1 рік.

Зіставлення залежностей, які відображено на рисунку 3, свідчить про те, що АМ модель, який відповідає $N=14$, як в середньому, так і за останні 60 років, є більш робастною до часового зсуву у майбутнє на 1 рік.

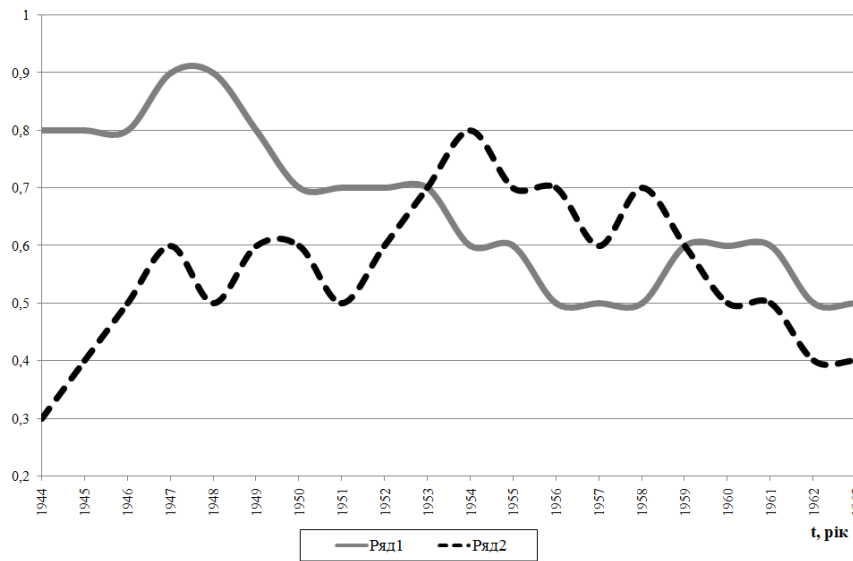


Рис. 3. Залежності від року початку десятиріччя оцінок вірогідностей того, що АМ модель (1), який відповідає $N=14$ (ряд 1), $N=29$ (ряд 2), є робастною до часового зсуву на 1 рік

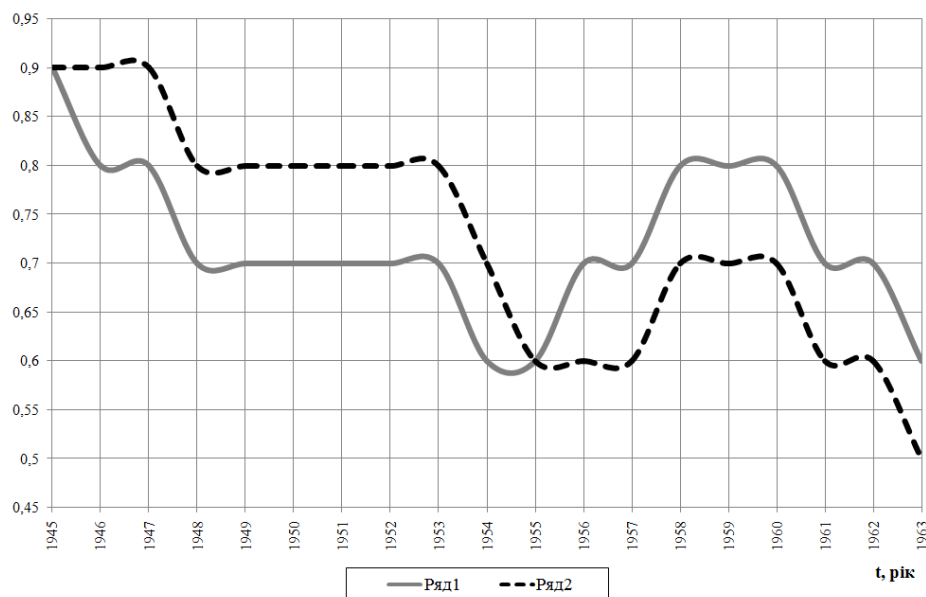


Рис. 4. Залежності від року початку десятиріччя оцінок вірогідностей того, що є робастною до часового зсуву на 1 рік МНМ модель (4, 5), який відповідає $N_1=50$ (ряд 1), $N_1=65$ (ряд 2)

Аналіз аналогічних залежностей, розрахованих для АМ моделей (1), яким відповідають інші N , дозволив встановити, що чим більше N , тим вірогідність робастності моделі до часового зсуву у середньому є меншою.

На рисунку 4 представлені аналогічні приклади для моделей МНМ (4, 5), параметри (N_1) яких відповідають розглянутим вище моделям АМ (1).

З рисунку 4 слідує, що різниця між відповідними оцінками вірогідності того, що для того чи іншого фрагменту часового ряду середньорічних витрат Дніпра на створі Київ МНМ моделі (4, 5), що розглядаються, є робастними не перевищує можливого рівня, який визначається обмеженістю вибірки. Неважко бачити також, що оцінки вірогідності робастності обох моделей за період часу, що вивчається, зменшувались. Це відповідає уявленням про зростання у ХХ сторіччі антропогенного впливу на динаміку стоку Дніпра [18], внаслідок якого закономірності цього процесу все швидше змінювались, а його нестационарність зростала.

Порівнявши рисунки 4 та 3 неважко побачити, що МНМ моделі (4,5) порівняно до моделей АМ (1) в середньому є більш робастними. Це підтверджує відповідний висновок [6]. Разом з тим і для цих моделей можливі випадки, коли виникає втрата їх стійкості, а помилки прогнозування суттєво перевищують обраний припустимий поріг. Тому актуальність розробки регресійних моделей процесу, що вивчається, які мали б більш високу робастність до часових зсувів, залишається високою.

Висновки. Таким чином встановлено:

1. Робастність до часових зсувів авторегресійних моделей (1) динаміки середньорічних витрат Дніпра на створі Київ та моделей цього процесу, які ідентифіковані з використанням методу нестационарних мод (4, 5), є тим меншою, чим більше тривалість інтервалу його передісторії, що ураховується при верифікації їх параметрів.

2. Робастність до часових зсувів моделей (4, 5) процесу, що вивчається, вище ніж його авторегресійних моделей (1).

3. Протягом періоду, коли відбувались спостереження за мінливістю стоку Дніпра на створі Київ, робастність до часових зсувів моделей динаміки його середньорічних витрат, що реалізують метод нестационарних мод, зменшувалась.

4. Останнє свідчить про актуальність пошуків сполучень природних або антропогенних чинників, урахування яких як аргументів моделі (1) динаміки середньорічних витрат Дніпра (створ Київ) забезпечить достатню її робастність до часових зсувів та можливість використання у відповідних задачах прогнозування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Водне господарство в Україні / За ред. А. В. Яцика, В. М. Хорєва. – К.: Генеза, 2000. – 456 с.
2. Вишневецький В. І., Косовець О. О. Гідрологічні характеристики річок України. – К.: Ніка-Центр, 2003. – 324 с.
3. Ивахненко А. Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами / А. Г. Ивахненко // К.: Техніка, 1975. – 312 с.
4. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / А. Г. Ивахненко // К.: Наукова думка, 1981 — 296 с.
5. Ивахненко А. Г. Самоорганизация прогнозирующих моделей / А. Г., Ивахненко, Й. А. Мюллер // К.: Техніка, 1985; Berlin: Verlag Technik, 1984. – 223 с.
6. Холопцев О. А. Аналіз та прогноз природних складових сучасної просторово-часової мінливості ландшафтних комплексів рівнинної України : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра геогр. наук: спец. 11.00.01 «Фізична географія, геофізика і геохімія ландшафтів» / О. В. Холопцев. – Одеса, 2010. – 43с.
7. Рождественский А. В. Статистические методы в гидрологии / А. В. Рождественский, А. И. Чеботарев – Л.: Гидрометеоздат, 1974. – 424 с.
8. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс; пер. с англ. Л.Л. Левшина; под ред. В. Ф. Писаренко – М.: Мир, 1974. – 197 с.
9. Норман Дрейпер, Гарри Смит. Прикладной регрессионный анализ. Множественная регрессия = Applied Regression Analysis. – 3-е изд. – М.: «Диалектика», 2007 – 912 с.
10. Хьюбер П. Робастность в статистике. / П. Хьюбер – М.: Мир, 1984. – 303с.
11. Дрозд В. В. З історії гідрологічних досліджень Дніпра / В. В. Дрозд, Г. І. Швець // Вісник АН УРСР. – 1953. – № 1. – С. 73–78.
12. Вишневецький В. І. Дніпро біля Кисва./ В. І. Вишневецький – К.: Інтерпрес ЛТД, 2005. – 100 с.
13. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применения / С. Р. Рао. – М.: Наука, 1968. – 376 с.
14. Беллман Р. Введение в теорию матриц./ Р. Беллман – М.: Мир, 1969. – 368С.
15. Голуб Дж., Лоун Ван Ч. Матричные вычисления. / Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун. – М.: Мир, 1999. – 548с.
16. Бышев В. И. Синоптическая и крупномасштабная изменчивость океана и атмосферы / В. И. Бышев. – М.: Наука, 2003. – 343 с.
17. Вишневецький В. І. Річки і водойми України. Стан і використання. / В. І. Вишневецький. – К.: Віпол, 2000. – 376 с.
18. Вишневецький В. І. Зміни стану довкілля в Україні / В. І. Вишневецький, О. О. Косовець. // Географія в інформаційному суспільстві. Зб. наук. праць. – К.: ВГЛ Обрії, 2008. – Т. III. – С. 5–12.

Надійшла до редколегії 24.11.2010